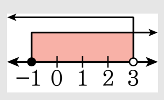
1. 부등식 $-5 \le 2x-3 < 3$ 을 만족하는 정수는 모두 몇 개인가?

① 1 개　② 2 개　③ 3 개　④ 4 개　⑤ 5 개

해설

$-5 \le 2x-3 < 3$



$$\Rightarrow \begin{cases} -5 \le 2x-3 \\ 2x-3 < 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -2x \le 2 \\ 2x < 6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \ge -1 \\ x < 3 \end{cases} \quad \therefore\ -1 \le x < 3 \text{ 을 만족하는 정수}$$

따라서 $-1, 0, 1, 2$ 이므로 4 개이다.

2. 다음 연립부등식의 해를 구하여라.

$$\begin{cases} 2x - 5 > 3 - 2x \\ 2(x-3) \le x + 4 \end{cases}$$

① $2 \le x < 10$　② $2 < x \le 10$　③ $2 < x < 10$
④ $2 \le x \le 10$　⑤ $x \le 10$

해설

첫 번째 부등식에서 $x > 2 \cdots\cdots$ ㉠
두 번째 부등식에서 $2x - 6 \le x + 4$
$\therefore x \le 10 \cdots\cdots$ ㉡
따라서, 구하는 해는 ㉠과 ㉡를
동시에 만족하는 x의 값이므로
$\therefore 2 < x \le 10$

3. 세 점 $A(-1,-1)$, $B(1,-5)$, $C(3,1)$ 을 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 어떤 삼각형인가?

① 이등변삼각형이다.

② 정삼각형이다.

③ $\angle A$ 가 직각인 직각이등변삼각형이다.

④ $\angle B$ 가 직각인 직각이등변삼각형이다.

⑤ 예각삼각형이다

해설

두 점 사이의 거리를 모두 구해본다.

$\overline{AB} = \sqrt{4+16} = 2\sqrt{5}$

$\overline{AC} = \sqrt{16+4} = 2\sqrt{5}$

$\overline{BC} = \sqrt{4+36} = 2\sqrt{10}$

$\triangle ABC$ 는 $\angle A$ 가 직각인 직각이등변삼각형

4. 삼각형 ABC의 세 꼭짓점의 좌표가 $\mathrm{A}(2,\ -1)$, $\mathrm{B}(-3,\ 5)$, $\mathrm{C}(a,\ b)$이고 무게중심의 좌표가 $\mathrm{G}(-1,\ 1)$일 때, a와 b의 차 $a-b$의 값은?

① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 5

해설

세 점을 알 때 무게중심을 구하는 공식에서

$\{2+(-3)+a\} \div 3 = -1$

$\therefore a = -2$

$\{(-1)+5+b\} \div 3 = 1$

$\therefore b = -1$

따라서, $a-b$의 값은 $-2-(-1) = -1$

5. $m > 0$ 이고, 두 점 $(m,\ 3),\ (1,\ m)$ 이 기울기가 m 인 직선 위에 있을 때, m 은?

① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ 2 ⑤ $\sqrt{5}$

해설

기울기$= \dfrac{m-3}{1-m} = m,\ m^2 = 3$

$\therefore m = \sqrt{3}(\because m > 0)$

6. 두 점 $A(3,2), B(1,4)$ 를 연결하는 선분의 중점을 지나고 $2x+y-1=0$ 에 수직인 직선을 l 이라 할 때, 다음 중 직선 l 위에 있는 점은?

① $\left(-4, \frac{1}{2}\right)$　② $\left(-6, -\frac{3}{2}\right)$　③ $(0,2)$
④ $(1,1)$　⑤ $\left(-1, \frac{1}{2}\right)$

해설

두 점 $A(3,2), B(1,4)$ 의 중점 M 의 좌표는 $(2,3)$ 이고, 직선$2x+y-1=0$ 에 수직인

직선의 기울기 m 은 $(-2)\cdot m=-1$에서$m=\frac{1}{2}$

이 때, 구하는 직선 l 의 방정식은

$y=\frac{1}{2}(x-2)+3$　$\therefore y=\frac{1}{2}x+2$

따라서, 이 직선 위의 점은 $(0,2)$ 이다

7. 다음 중 방정식 $x^4 - 3x^3 + 5x^2 - x - 10 = 0$의 근이 <u>아닌</u> 것은?

① -1　　② 1　　③ 2

④ $1 + 2i$　　⑤ $1 - 2i$

해설

조립제법을 이용하여 주어진 식을 인수분해 하면

$x^4 - 3x^3 + 5x^2 - x - 10 = 0$

$(x+1)(x^3 - 4x^2 + 9x - 10) = 0$

$(x+1)(x-2)(x^2 - 2x + 5) = 0$

$(x+1)(x-2)(x-1-2i)(x-1+2i) = 0$

$\therefore\ x = -1,\ 2,\ 1+2i,\ 1-2i$

따라서 근이 아닌 것은 1이다.

8. $x^3 - 1 = 0$의 한 허근을 ω라 할 때, $\omega^3 + \overline{\omega}^3$의 값을 구하면? (단, $\overline{\omega}$는 ω의 켤레복소수이다.)

① -1　② 0　③ 1　④ 2　⑤ 3

해설

$x^3 - 1 = (x-1)(x^2+x+1) = 0$

$x = 1$ 또는 $x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$

$\dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}$를 ω라 하면

$\overline{\omega} = \dfrac{-1-\sqrt{3}i}{2}$

$\therefore\ \omega^3 = 1,\ \overline{\omega}^3 = 1,\ \omega^3 + \overline{\omega}^3 = 2$

9. 모든 실수 x, y에 대하여 $x^2+pxy+qy^2 \geq 0$이 항상 성립하려면 다음 중 어떤 조건을 만족해야 하는가?

① $p < q$ ② $p^2 \leq q$ ③ $p \leq q^2$

④ $p^2 \leq 4q$ ⑤ $p^2 \geq 4q^2$

해설

모든 실수 x, y에 대하여 $x^2+pxy+qy^2 \geq 0$이 항상 성립하려면 x에 대한 이차방정식 $x^2+pxy+qy^2=0$의 판별식을 D라 할 때

$D=(py)^2-4qy^2 \leq 0$

$(p^2-4q)y^2 \leq 0 \cdots$ ㉠

㉠이 모든 실수 y에 대하여 성립하려면

$p^2-4q \leq 0$이어야 한다.

$\therefore p^2 \leq 4q$

10. 다음 연립방정식이 $x=y=0$ 이외의 해를 가질 때, k의 값은?

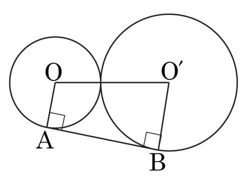
$$\begin{cases} x+2y=0 \\ 3x+y=kx \end{cases}$$

① $\frac{5}{2}$ ② $-\frac{5}{2}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $-\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

해설

$x+2y=0\cdots$㉠,
$3x+y=kx\cdots$㉡
㉠ − ㉡ × 2 하면 $(2k-5)x=0$
㉠ × $(3-k)$ − ㉡ 하면 $(2k-5)y=0$
따라서 $k\neq\frac{5}{2}$일 때
$x=y=0$
$k=\frac{5}{2}$일 때
㉠, ㉡는 $x+2y=0$이 되어 부정
(참고) $k\neq\frac{5}{2}$일 때
두 직선은 원점에서 만나고,
$k=\frac{5}{2}$일 때 두 직선은 모두
원점을 지나면서 일치한다.
결국 기울기가 같으면 되므로 처음부터
$-\frac{1}{2}=k-3$으로 해도 된다.

11. 다음 그림의 두 원 O 와 O′ 에서 공통 접선 $\overline{AB}$ 의 길이를 구하면?
(단, $\overline{OO'} = 5\,\text{cm}$, $\overline{OA} = 2\,\text{cm}$, $\overline{O'B} = 3\,\text{cm}$ 이다.)



① $\sqrt{6}\,\text{cm}$　② $2\sqrt{5}\,\text{cm}$　③ $2\sqrt{6}\,\text{cm}$
④ $\sqrt{5}\,\text{cm}$　⑤ $3\sqrt{5}\,\text{cm}$

해설

$\overline{AB} = \sqrt{5^2 - (3-2)^2} = 2\sqrt{6}(\text{cm})$

12. 기울기가 -1 이고, 원 $x^2 + y^2 = 4$ 에 접하는 직선의 방정식은?

① $y = -x \pm 2$ ② $y = -x \pm 3$ ③ $y = -x \pm 4$
④ $y = -x \pm 2\sqrt{2}$ ⑤ $y = -x \pm 4\sqrt{2}$

해설

구하는 직선의 기울기는 -1 이므로
$y = mx \pm r\sqrt{1 + m^2}$ 에서
$y = -x \pm 2\sqrt{1 + 1}$
$\therefore\ y = -x \pm 2\sqrt{2}$

13. 점$(1, 3)$을 점$(-1, 2)$에 대하여 대칭이동한 점의 좌표를 구하면?

① $(3,\ -1)$　　② $(-3,\ 1)$　　③ $(1,\ -3)$
④ $(-1,\ 3)$　　⑤ $(-1,\ -3)$

해설

대칭이동한 점을 (a, b)라고 하면
점 (a, b)와 점 $(1, 3)$의 중점이
점 $(-1, 2)$이므로
$\frac{a+1}{2} = -1, \frac{b+3}{2} = 2$에서
$a = -3, b = 1$
$\therefore (-3,\ 1)$

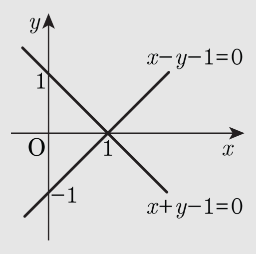
14. 좌표평면에서 두 영역 $(x+y-1)(x-y-1)=0$, $x^2-y^2=0$을 동시에 만족하는 $(x,\ y)$의 개수는?

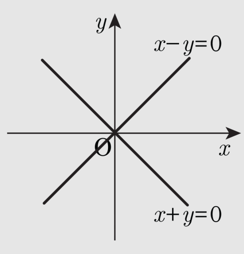
① 무한히 많다. ② 0 개 ③ 1 개

④ 2 개 ⑤ 4 개

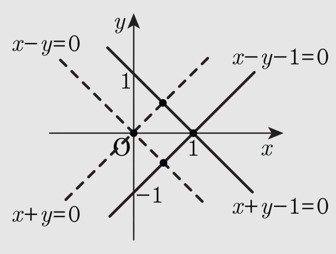
해설

두 영역을 좌표평면에 나타내면 다음과 같다.





이것을 하나의 좌표평면에 그리면



위에서 점선과 실선의 교점의 개수는 2 개이다.

15. 대학수학능력시험 수리탐구 의 문항 수는 30 개이고 배점은 80 점이다. 문항별 배점은 2 점, 3 점, 4 점의 세 종류이다. 각 배점 종류별 문항이 적어도 한 문항씩 포함되도록 하려면 2 점짜리 문항은 최소 몇 문항이어야 하는가?

① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

해설

2 점문항 개수를 x, 3 점문항을 y,
4 점문항을 z라 하자

$2x + 3y + 4z = 80 \quad \cdots$ ㉠

$x + y + z = 30 \quad \cdots$ ㉡

㉠$-4\times$㉡ $\Rightarrow$ $y = 40 - 2x$

㉠$-3\times$㉡ $\Rightarrow$ $z = x - 10$

$\therefore$ $x = 10$이면 $z = 0$

$\Leftarrow$ 조건이 성립하지 않음

$\therefore$ $x \geq 11$, 최소 11문항