

1. 부등식 $-5 \leq 2x - 3 < 3$ 을 만족하는 정수는 모두 몇 개인가?

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

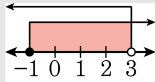
$$-5 \leq 2x - 3 < 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -5 \leq 2x - 3 \\ 2x - 3 < 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -2x \leq 2 \\ 2x < 6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x < 3 \end{cases} \quad \therefore -1 \leq x < 3 \text{ 을 만족하는 정수}$$

따라서 $-1, 0, 1, 2$ 이므로 4 개 이다.



2. 다음 연립부등식의 해를 구하여라.

$$\begin{cases} 2x - 5 > 3 - 2x \\ 2(x - 3) \leq x + 4 \end{cases}$$

① $2 \leq x < 10$

② $2 < x \leq 10$

③ $2 < x < 10$

④ $2 \leq x \leq 10$

⑤ $x \leq 10$

해설

첫 번째 부등식에서 $x > 2 \cdots \cdots \textcircled{㉠}$

두 번째 부등식에서 $2x - 6 \leq x + 4$

$\therefore x \leq 10 \cdots \cdots \textcircled{㉡}$

따라서, 구하는 해는 ㉠과 ㉡를

동시에 만족하는 x 의 값이므로

$\therefore 2 < x \leq 10$

3. 세 점 $A(-1, -1)$, $B(1, -5)$, $C(3, 1)$ 을 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 어떤 삼각형인가?

- ① 이등변삼각형이다.
- ② 정삼각형이다.
- ③ $\angle A$ 가 직각인 직각이등변삼각형이다.
- ④ $\angle B$ 가 직각인 직각이등변삼각형이다.
- ⑤ 예각삼각형이다

해설

두 점 사이의 거리를 모두 구해본다.

$$\overline{AB} = \sqrt{4 + 16} = 2\sqrt{5}$$

$$\overline{AC} = \sqrt{16 + 4} = 2\sqrt{5}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{4 + 36} = 2\sqrt{10}$$

$\triangle ABC$ 는 $\angle A$ 가 직각인 직각이등변삼각형

4. 삼각형 ABC의 세 꼭짓점의 좌표가 A(2, -1), B(-3, 5), C(a, b)이고 무게중심의 좌표가 G(-1, 1)일 때, a와 b의 차 $a - b$ 의 값은?

① -3

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 5

해설

세 점을 알 때 무게중심을 구하는 공식에서

$$\{2 + (-3) + a\} \div 3 = -1$$

$$\therefore a = -2$$

$$\{(-1) + 5 + b\} \div 3 = 1$$

$$\therefore b = -1$$

따라서, $a - b$ 의 값은 $-2 - (-1) = -1$

5. $m > 0$ 이고, 두 점 $(m, 3)$, $(1, m)$ 이 기울기가 m 인 직선 위에 있을 때, m 은?

① 1

② $\sqrt{2}$

③ $\sqrt{3}$

④ 2

⑤ $\sqrt{5}$

해설

$$\text{기울기} = \frac{m-3}{1-m} = m, m^2 = 3$$

$$\therefore m = \sqrt{3} (\because m > 0)$$

6. 두 점 $A(3, 2), B(1, 4)$ 를 연결하는 선분의 중점을 지나고 $2x + y - 1 = 0$ 에 수직인 직선을 l 이라 할 때, 다음 중 직선 l 위에 있는 점은?

① $\left(-4, \frac{1}{2}\right)$

② $\left(-6, -\frac{3}{2}\right)$

③ $(0, 2)$

④ $(1, 1)$

⑤ $\left(-1, \frac{1}{2}\right)$

해설

두 점 $A(3, 2), B(1, 4)$ 의 중점 M 의 좌표는 $(2, 3)$ 이고, 직선 $2x + y - 1 = 0$ 에 수직인

직선의 기울기 m 은 $(-2) \cdot m = -1$ 에서 $m = \frac{1}{2}$

이 때, 구하는 직선 l 의 방정식은

$$y = \frac{1}{2}(x - 2) + 3 \quad \therefore y = \frac{1}{2}x + 2$$

따라서, 이 직선 위의 점은 $(0, 2)$ 이다

7. 다음 중 방정식 $x^4 - 3x^3 + 5x^2 - x - 10 = 0$ 의 근이 아닌 것은?

① -1

② 1

③ 2

④ $1 + 2i$

⑤ $1 - 2i$

해설

조립제법을 이용하여 주어진 식을 인수분해 하면

$$x^4 - 3x^3 + 5x^2 - x - 10 = 0$$

$$(x + 1)(x^3 - 4x^2 + 9x - 10) = 0$$

$$(x + 1)(x - 2)(x^2 - 2x + 5) = 0$$

$$(x + 1)(x - 2)(x - 1 - 2i)(x - 1 + 2i) = 0$$

$$\therefore x = -1, 2, 1 + 2i, 1 - 2i$$

따라서 근이 아닌 것은 1 이다.

8. $x^3 - 1 = 0$ 의 한 허근을 ω 라 할 때, $\omega^3 + \bar{\omega}^3$ 의 값을 구하면? (단, $\bar{\omega}$ 는 ω 의 켤레복소수이다.)

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$x^3 - 1 = (x - 1)(x^2 + x + 1) = 0$$

$$x = 1 \text{ 또는 } x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$$

$$\frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \text{를 } \omega \text{라 하면}$$

$$\bar{\omega} = \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2}$$

$$\therefore \omega^3 = 1, \bar{\omega}^3 = 1, \omega^3 + \bar{\omega}^3 = 2$$

9. 모든 실수 x, y 에 대하여 $x^2 + pxy + qy^2 \geq 0$ 이 항상 성립하려면 다음 중 어떤 조건을 만족해야 하는가?

① $p < q$

② $p^2 \leq q$

③ $p \leq q^2$

④ $p^2 \leq 4q$

⑤ $p^2 \geq 4q^2$

해설

모든 실수 x, y 에 대하여 $x^2 + pxy + qy^2 \geq 0$ 이 항상 성립하려면
 x 에 대한 이차방정식 $x^2 + pxy + qy^2 = 0$ 의 판별식을 D 라 할 때

$$D = (py)^2 - 4qy^2 \leq 0$$

$$(p^2 - 4q)y^2 \leq 0 \cdots \textcircled{7}$$

⑦이 모든 실수 y 에 대하여 성립하려면

$$p^2 - 4q \leq 0 \text{ 이어야 한다.}$$

$$\therefore p^2 \leq 4q$$

10. 다음 연립방정식이 $x = y = 0$ 이외의 해를 가질 때, k 의 값은?

$$\begin{cases} x + 2y = 0 \\ 3x + y = kx \end{cases}$$

① $\frac{5}{2}$

② $-\frac{5}{2}$

③ $\frac{3}{2}$

④ $-\frac{3}{2}$

⑤ $\frac{5}{3}$

해설

$$x + 2y = 0 \cdots \textcircled{㉠},$$

$$3x + y = kx \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠} - \textcircled{㉡} \times 2 \text{ 하면 } (2k - 5)x = 0$$

$$\textcircled{㉠} \times (3 - k) - \textcircled{㉡} \text{ 하면 } (2k - 5)y = 0$$

따라서 $k \neq \frac{5}{2}$ 일 때

$$x = y = 0$$

$$k = \frac{5}{2} \text{ 일 때}$$

$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 는 $x + 2y = 0$ 이 되어 부정

(참고) $k \neq \frac{5}{2}$ 일 때

두 직선은 원점에서 만나고,

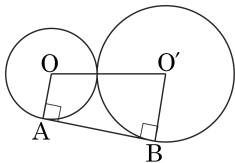
$k = \frac{5}{2}$ 일 때 두 직선은 모두

원점을 지나면서 일치한다.

결국 기울기가 같으면 되므로 처음부터

$$-\frac{1}{2} = k - 3 \text{ 으로 해도 된다.}$$

11. 다음 그림의 두 원 O 와 O' 에서 공통 접선 $\overline{AB}$ 의 길이를 구하면?
(단, $\overline{OO'} = 5\text{ cm}$, $\overline{OA} = 2\text{ cm}$, $\overline{O'B} = 3\text{ cm}$ 이다.)



① $\sqrt{6}\text{ cm}$

② $2\sqrt{5}\text{ cm}$

③ $2\sqrt{6}\text{ cm}$

④ $\sqrt{5}\text{ cm}$

⑤ $3\sqrt{5}\text{ cm}$

해설

$$\overline{AB} = \sqrt{5^2 - (3 - 2)^2} = 2\sqrt{6}(\text{cm})$$

12. 기울기가 -1 이고, 원 $x^2 + y^2 = 4$ 에 접하는 직선의 방정식은?

① $y = -x \pm 2$

② $y = -x \pm 3$

③ $y = -x \pm 4$

④ $y = -x \pm 2\sqrt{2}$

⑤ $y = -x \pm 4\sqrt{2}$

해설

구하는 직선의 기울기는 -1 이므로

$$y = mx \pm r\sqrt{1+m^2} \text{ 에서}$$

$$y = -x \pm 2\sqrt{1+1}$$

$$\therefore y = -x \pm 2\sqrt{2}$$

13. 점(1,3)을 점(-1,2)에 대하여 대칭이동한 점의 좌표를 구하면?

① (3, -1)

② (-3, 1)

③ (1, -3)

④ (-1, 3)

⑤ (-1, -3)

해설

대칭이동한 점을 (a, b) 라고 하면

점 (a, b) 와 점 $(1, 3)$ 의 중점이

점 $(-1, 2)$ 이므로

$$\frac{a+1}{2} = -1, \frac{b+3}{2} = 2 \text{에서}$$

$$a = -3, b = 1$$

$$\therefore (-3, 1)$$

14. 좌표평면에서 두 영역 $(x+y-1)(x-y-1) = 0$, $x^2 - y^2 = 0$ 을 동시에 만족하는 (x, y) 의 개수는?

① 무한히 많다.

② 0개

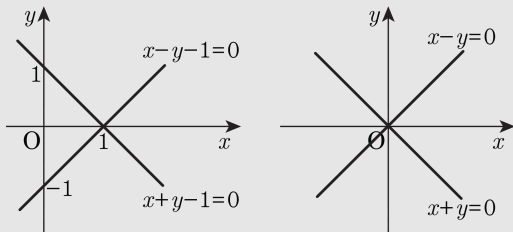
③ 1개

④ 2개

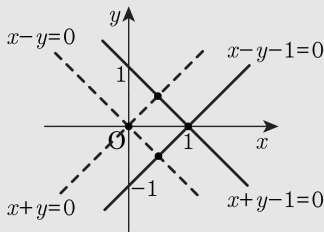
⑤ 4개

해설

두 영역을 좌표평면에 나타내면 다음과 같다.



이것을 하나의 좌표평면에 그리면



위에서 점선과 실선의 교점의 개수는 2개이다.

15. 대학수학능력시험 수리탐구 의 문항 수는 30 개 이고 배점은 80 점 이다. 문항별 배점은 2 점, 3 점, 4 점 의 세 종류이다. 각 배점 종류별 문항이 적어도 한 문항씩 포함되도록 하려면 2 점 짜리 문항은 최소 몇 문항이어야 하는가?

① 9

② 10

③ 11

④ 12

⑤ 13

해설

2 점 문항 개수를 x , 3 점 문항을 y ,
4 점 문항을 z 라 하자

$$2x + 3y + 4z = 80 \quad \cdots \textcircled{㉠}$$

$$x + y + z = 30 \quad \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠} - 4 \times \textcircled{㉡} \Rightarrow y = 40 - 2x$$

$$\textcircled{㉠} - 3 \times \textcircled{㉡} \Rightarrow z = x - 10$$

$$\therefore x = 10 \text{ 이면 } z = 0$$

$\Leftarrow$ 조건이 성립하지 않음

$$\therefore x \geq 11, \text{ 최소 11 문항}$$