

1. 연립방정식 $ax + by = 8$, $2ax - by = -2$ 의 근이 $x = 1$, $y = 2$ 일 때, a , b 의 값은?

① $a = -2$, $b = -3$

② $a = 3$, $b = 2$

③ $a = 2$, $b = -3$

④ $a = 2$, $b = 3$

⑤ $a = -3$, $b = -2$

해설

$$ax + by = 8, 2ax - by = -2$$

근이 $x = 1, y = 2$ 이므로

$$\begin{cases} a + 2b = 8 \\ 2a - 2b = -2 \end{cases}$$

$$\therefore a = 2, b = 3$$

2. 다음 연립방정식의 해 중 자연수의 개수가 가장 많은 연립방정식을 골라라.

$$\textcircled{1} \begin{cases} x \leq 1 \\ x > -1 \end{cases}$$
$$\textcircled{4} \begin{cases} x > 2 \\ x > 4 \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \begin{cases} x > 2 \\ x < 3 \end{cases}$$
$$\textcircled{5} \begin{cases} x \leq -1 \\ x > -5 \end{cases}$$

$$\textcircled{3} \begin{cases} x \leq 1 \\ x \leq 3 \end{cases}$$

해설

- ① $-1 < x \leq 1$ 이므로 자연수는 1 한 개다.
- ② $2 < x < 3$ 이므로 자연수는 없다.
- ③ $x \leq 1$ 이므로 자연수는 1로 한 개다.
- ④ $x > 4$ 이므로 자연수는 5, 6, 7, 8... 이다.
- ⑤ $-5 < x \leq -1$ 이므로 자연수는 없다.

3. 다음 연립부등식을 만족하는 정수의 개수가 10 개일 때, 정수 a 의 값을 구하여라.

$$\begin{cases} 7x + 4 > 5x \\ 15 - x > a \end{cases}$$

① 3, 4

② 5, 6

③ 6

④ 6, 7

⑤ 4, 5, 6

해설

$$7x + 4 > 5x$$

$$\therefore x > -2$$

$$15 - x > a$$

$$\therefore x < 15 - a$$

만족하는 정수는 10 개이므로 $-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ 이다.

$$8 < 15 - a \leq 9$$

$$6 \leq a < 7$$

$$\therefore a = 6$$

4. 세 점 $A(3, 4)$, $B(-2, -2)$, C 를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 의 무게중심 G 의 좌표가 $\left(2, \frac{2}{3}\right)$ 일 때, 점 C 의 좌표는?

① $(5, 0)$

② $(-5, 1)$

③ $(5, 1)$

④ $(6, 0)$

⑤ $(-6, 1)$

해설

$C(a, b)$ 라 하면

$$\left(2, \frac{2}{3}\right) = \left(\frac{3 - 2 + a}{3}, \frac{4 - 2 + b}{3}\right)$$

$$\therefore (a, b) = (5, 0)$$

5. 점 (2, 3) 을 지나고, 기울기가 -2 인 직선의 방정식은?

① $y = 2x + 7$

② $y = 2x - 7$

③ $y = -2x + 7$

④ $y = -2x - 7$

⑤ $y = -7x + 2$

해설

점 (x_1, y_1) 을 지나고, 기울기가 m 인 직선의 방정식은

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

점 (x_1, y_1) 을 지나고, 기울기가 m 인 직선의 방정식은

$$y - y_1 = m(x - x_1) \text{ 이므로}$$

$$y - 3 = -2(x - 2), \text{ 즉 } y = -2x + 7$$

6. 두 점 $(4, 3)$, $(4, -1)$ 을 지나는 직선의 방정식은?

① $y = x + 2$

② $y = x - 3$

③ $x = 3$

④ $x = 4$

⑤ $y = -1$

해설

두 점 $(4, 3)$, $(4, -1)$ 을 지나는 직선의 방정식은 $x = 4$

7. 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $ax^2 + 2ax - 4 \geq 0$ 이 성립하지 않을 때, 실수 a 의 값의 범위는?

① $-4 \leq a \leq 0$

② $0 \leq a < 1$ 또는 $a > 3$

③ $-4 < a$

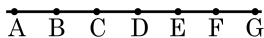
④ $-4 < a \leq 0$

⑤ $0 \leq a \leq 4$

해설

모든 실수 x 에 대해 주어진 식이 성립하지 않으려면 $a \leq 0$ 이고 $D/4 = a^2 + 4a < 0$ 이어야 한다.
따라서 $a(a + 4) < 0$ 이므로 $-4 < a < 0$ 이고
 $a = 0$ 일 때도 성립하지 않으므로 $-4 < a \leq 0$

8. 수직선 위에 일정한 간격으로 7 개의 점이 있다. 7 개의 점을 각각 A, B, C, D, E, F, G 라 할 때, <보기> 에서 옳은 것을 모두 고른 것은?



보기

- ㉠ $\overline{AC}$ 를 3 : 1 로 외분하는 점은 D
- ㉡ $\overline{CD}$ 를 2 : 3 으로 외분하는 점은 F
- ㉢ $\overline{AG}$ 를 2 : 1 로 내분하는 점은 E

① ㉠

② ㉢

③ ㉠, ㉡

④ ㉠, ㉢

⑤ ㉡, ㉢

해설

㉠, ㉢은 참

㉡ $\overline{CD}$ 를 2 : 3 으로 외분하는 점은 A 이므로 거짓.

9. 직선 $y = mx + n (m \neq 0)$ 은 직선 $ax + by + c = 0$ 에 평행하고, 직선 $px + qy + r = 0$ 에 수직이다. 다음 중 옳은 것을 모두 구하면?

㉠ $a + bm = 0$

㉡ $p + qm = 0$

㉢ $ap + bq = 0$

㉠ ㉠

㉡ ㉡

㉢ ㉡, ㉢

㉣ ㉠, ㉢

㉤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$$y = mx + n \cdots \textcircled{1}$$

$$y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b} \cdots \textcircled{2}$$

$$y = -\frac{p}{q}x - \frac{r}{q} \cdots \textcircled{3}$$

$$\text{I) } \textcircled{1} // \textcircled{2} : m = -\frac{a}{b}$$

$$\therefore a + bm = 0$$

$$\text{II) } \textcircled{1} \perp \textcircled{3} : m \left(-\frac{p}{q} \right) = -1$$

$$\therefore mp - q = 0$$

10. 원 $x^2 + y^2 - 4x - 6y - c = 0$ 이 y 축과 만나고 x 축과는 만나지 않을 때, 정수 c 의 개수는?

① 2 개

② 3 개

③ 4 개

④ 5 개

⑤ 6 개

해설

원의 방정식

$$x^2 + y^2 - 4x - 6y - c = 0$$

을 표준형으로 바꾸면

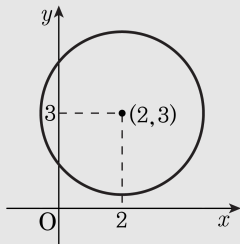
$$(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = c + 13 \text{ 이므로}$$

중심이 $(2, 3)$ 반지름의 길이가 $\sqrt{c + 13}$ 인 원이 된다.

다음 그림과 같이 y 축과는 만나고,
 x 축과는 만나지 않으므로

$$2 \leq \sqrt{c + 13} < 3 \text{ 에서 } -9 \leq c < -4$$

$\therefore$ 정수 c 의 개수는 $-9, -8, -7, -6, -5$ 의 5 개



11. 두 점 $A(-5, 1)$, $B(3, 7)$ 을 지름의 양끝으로 하는 원의 중심을 (a, b) , 반지름의 길이를 r 이라 할 때, $a + b + r$ 의 값은?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$A(-5, 1)$ $B(3, 7)$ 이 지름의 양끝이므로
 $\overline{AB}$ 의 중점은 중심의 좌표와 같다.

중점

$$M = \left(\frac{-5 + 3}{2}, \frac{1 + 7}{2} \right) = (-1, 4) = (a, b)$$

반지름

$$r = \sqrt{(-5 + 1)^2 + (1 - 4)^2} = \sqrt{25} = 5$$

$$\therefore a + b + r = -1 + 4 + 5 = 8$$

12. 두 점 (1, 2), (2, 1)을 지나고, x 축에 접하는 원은 두 개있다. 두 원의 중심 사이의 거리는?

① 4

② 5

③ $4\sqrt{2}$

④ 6

⑤ $4\sqrt{3}$

해설

그 원을 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = b^2$ 이라 하면

(1, 2), (2, 1)을 지나므로

$$(1-a)^2 + (2-b)^2 = b^2, (2-a)^2 + (1-b)^2 = b^2$$

$$1 - 2a + a^2 + 4 - 4b = 0 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$4 - 4a + a^2 + 1 - 2b = 0 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉡} \times 2 - \textcircled{㉠}$$

$$a^2 - 6a + 5 = 0, (a-1)(a-5) = 0$$

$$\therefore a = 1 \text{ 또는 } a = 5$$

i) $a = 1$ 이면 ① 에서 $b = 1$

ii) $a = 5$ 이면 ① 에서 $b = 5$

$\therefore$ 두 원의 중심은 (1,1), (5,5) 이다.

중심거리

$$= \sqrt{(5-1)^2 + (5-1)^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

13. 다음 방정식으로 표시되는 그래프는 m 의 값에 관계없이 항상 일정한 점을 지난다.

그 점의 좌표가 (a, b) 일 때, $a + b$ 의 값은? (단, $a < 0, b < 0$)

$$(x^2 + y^2 + 2x + 3y - 1)m + (x^2 + y^2 + 2x + 2y - 3) = 0$$

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

m 의 값에 관계없이 다음 두 원의 교점을 지난다.

$$x^2 + y^2 + 2x + 3y - 1 = 0,$$

$$x^2 + y^2 + 2x + 2y - 3 = 0$$

연립하여 풀면 $(x, y) = (-3, -2), (1, -2)$

그러므로 $(a, b) = (-3, -2)$

14. 어부 김씨는 둘레 길이가 28 cm 인 직사각형 모양의 양식장의 넓이를 48 m^2 이상이 되도록 지으려고 한다. 이 때 양식장의 한 변의 길이를 최대 얼마로 해야 하는가?

① 5 m

② 6 m

③ 7 m

④ 8 m

⑤ 9 m

해설

양식장의 가로 길이를 $x\text{ m}$ 라고 하면

둘레의 길이는 28 m 이므로

세로의 길이는 $(14 - x)\text{ m}$ 이다.

양식장의 넓이가 48 m^2 이상이므로

$$x(14 - x) \geq 48, 14x - x^2 - 48 \geq 0$$

$$x^2 - 14x + 48 \leq 0, (x - 6)(x - 8) \leq 0$$

$$\therefore 6 \leq x \leq 8$$

따라서 한 변의 길이를 최대 8 m 로 해야 한다.

15. 두 직선 $2x - y - 1 = 0$, $x + 2y - 1 = 0$ 으로부터 같은 거리에 있는 점 P의 자취의 방정식 중에서 기울기가 양수인 것은?

① $y = x$

② $y = \frac{1}{2}x$

③ $y = \frac{1}{3}x$

④ $y = \frac{1}{4}x$

⑤ $y = \frac{1}{5}x$

해설

P(x, y) 라 하면,

(i) $2x - y - 1 = 0$ 까지의 거리 d_1 은

$$d_1 = \frac{|2x - y - 1|}{\sqrt{4 + 1}}$$

(ii) $x + 2y - 1 = 0$ 까지의 거리 d_2 는

$$d_2 = \frac{|x + 2y - 1|}{\sqrt{1 + 4}}$$

$d_1 = d_2$ 이므로 $|2x - y - 1| = |x + 2y - 1|$

$$\therefore 2x - y - 1 = \pm(x + 2y - 1)$$

$$\text{즉, } x - 3y = 0, 3x + y - 2 = 0$$

그런데 기울기가 양수이므로 $x - 3y = 0$

$$\therefore y = \frac{1}{3}x$$