

1. 부등식 $bx + (a - b) < 0$ 의 해가 $x > 2$ 일 때, 부등식 $ax + 2a - b > 0$ 의 해를 구하면?

① $x > -1$

② $x < -1$

③ $x > -2$

④ $x < -2$

⑤ $x > -3$

해설

$bx + (a - b) < 0$ 의 해가 $x > 2$ 이라면

$$b < 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

$$\frac{b-a}{b} = 2 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉡}\text{에서 } b-a=2b \therefore a=-b$$

$$\textcircled{㉠}\text{에서 } b < 0 \text{이므로 } a > 0$$

$$ax + 2a - b > 0 \text{에서 } ax + 2a + a > 0 \therefore ax > -3a$$

$$a > 0 \text{이므로 } x > -3$$

2. 다음 일차부등식 중 두 부등식을 연립하여 풀었을 때, 해의 개수가 1인 것은?

보기

㉠ $3x - 1 \leq 2x + 5$

㉡ $2(3x + 1) \geq 5x + 8$

㉢ $\frac{x-2}{4} \leq \frac{4x}{3}$

㉣ $2x - 2 > 8 - 3x$

① ㉠과 ㉡

② ㉠과 ㉢

③ ㉡과 ㉣

④ ㉡과 ㉣

⑤ ㉢과 ㉣

해설

㉠ $3x - 1 \leq 2x + 5$ 에서 $x \leq 6$

㉡ $2(3x + 1) \geq 5x + 8$ 에서 $x \geq 6$

㉢ $\frac{x-2}{4} \leq \frac{4x}{3}$ 에서 $-\frac{6}{13} \leq x$

㉣ $2x - 2 > 8 - 3x$ 에서 $x > 2$

따라서 ㉠과 ㉡을 연립하였을 때 $x = 6$ 으로 해의 개수 1 개이다.

3. 연립부등식 $\begin{cases} 15x - 4 < 6x + 5 \\ 2x + a \leq 3x - 2 \end{cases}$ 을 동시에 만족하는 정수의 개수가

3개일 때, 상수 a 의 값의 범위는?

- ① $-5 \leq a < -4$ ② $-5 < a \leq -4$ ③ $-2 \leq a < -1$
④ $-2 < a \leq -1$ ⑤ $-1 \leq a < 0$

해설

$$15x - 4 < 6x + 5, x < 1$$

$$2x + a \leq 3x - 2, x \geq a + 2$$

연립부등식의 해는 $a + 2 \leq x < 1$ 이고 만족하는 정수가 3개이기 위해서

$$-3 < a + 2 \leq -2$$

$$\therefore -5 < a \leq -4$$

4. 다음 연립부등식 중 해가 없는 것을 모두 골라라.

㉠

$$\begin{cases} 2x+3 \geq x+8 \\ 3x+1 \leq x+7 \end{cases}$$

㉡

$$\begin{cases} -2(x+3) \geq -3x+1 \\ x+1 < 2x-5 \end{cases}$$

㉢

$$\begin{cases} 3(2x+9) \geq 5(x+5)+4 \\ x+3 \geq 3(x-\frac{1}{3}) \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

해설

㉠

$$\begin{cases} 2x+3 \geq x+8 \\ 3x+1 \leq x+7 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \geq 5 \\ x \leq 3 \end{cases} \rightarrow \text{해가 없다.}$$

㉡

$$\begin{cases} -2(x+3) \geq -3x+1 \\ x+1 < 2x-5 \end{cases}$$
$$\rightarrow \begin{cases} -2x-6 \geq -3x+1 \\ x+1 < 2x-5 \end{cases}$$
$$\rightarrow \begin{cases} x \geq 7 \\ x > 6 \end{cases} \rightarrow x \geq 7$$

㉢

$$\begin{cases} 3(2x+9) \geq 5(x+5)+4 \\ x+3 \geq 3(x-\frac{1}{3}) \end{cases}$$
$$\rightarrow \begin{cases} 6x+27 \geq 5x+25+4 \\ x+3 \geq 3x-1 \end{cases}$$
$$\rightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq 2 \end{cases} \rightarrow x = 2$$

따라서 해가 없는 연립부등식은 ㉠이다.

5. 윤지네 반 학생들을 긴 의자에 앉히려고 한다. 한 의자에 4 명씩 앉으면 9 명의 학생이 앉지 못하고, 5 명씩 앉으면 의자가 4 개 남는다. 긴 의자의 개수가 될 수 없는 것은?

① 30 개 ② 31 개 ③ 32 개 ④ 33 개 ⑤ 34 개

해설

$$5(x-5)+1 \leq 4x+9 \leq 5(x-5)+5$$

$$5x-24 \leq 4x+9 \leq 5x-20$$

$$x \leq 33, \quad x \geq 29$$

$$\therefore 29 \leq x \leq 33$$

6. 부등식 $|2x - 1| < 8 - x$ 를 만족하는 정수 x 의 개수는?

- ① 7개 ② 8개 ③ 9개 ④ 10개 ⑤ 11개

해설

(i) $8 - x > 0 \quad \therefore x < 8$
(ii) $|2x - 1| < 8 - x$ 에서 $-8 + x < 2x - 1 < 8 - x$
 $-8 + x < 2x - 1$ 에서 $-x < 7, x > -7$
 $2x - 1 < 8 - x$ 에서 $3x < 9, x < 3$
 $\therefore -7 < x < 3$

7. 부등식 $x^2 - 2x - 2 < 2|x - 1|$ 의 해가 $\alpha < x < \beta$ 일 때, $\beta - \alpha$ 의 값은?

① 0

② -2

③ 2

④ 6

⑤ -6

해설

$x^2 - 2x - 2 < 2|x - 1|$ 에서 구간을 나누어 해를 구한다.

(i) $x \geq 1$ 일 때, $x^2 - 2x - 2 < 2(x - 1)$

$x^2 - 4x < 0$, $x(x - 4) < 0$, $0 < x < 4$

공통범위는 $1 \leq x < 4$

(ii) $x < 1$ 일 때, $x^2 - 2x - 2 < -2(x - 1)$

$x^2 - 4 < 0$, $-2 < x < 2$

공통범위는 $-2 < x < 1$

i + ii : $-2 < x < 4 \Leftrightarrow \alpha < x < \beta$

$\therefore \beta - \alpha = 4 - (-2) = 6$

8. 이차부등식 $3x^2 - 2ax + a \geq 0$ 이 x 의 모든 실수 값에 대하여 성립할 때, a 의 값의 범위를 구하면?

① $0 < x < 1$

② $0 \leq a \leq 2$

③ $0 \leq a \leq 3$

④ $1 < a < 3$

⑤ $2 \leq a \leq 3$

해설

항상 성립하려면
판별식이 0보다 작거나 같아야한다.

$$D' = a^2 - 3a \leq 0$$

$$a(a - 3) \leq 0$$

$$0 \leq a \leq 3$$

9. 부등식 $|4x - 2| < 6$ 의 해와 부등식 $ax^2 + 2x + b > 0$ 의 해가 서로 같을 때, 상수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?

① -2 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} &|4x - 2| < 6, -6 < 4x - 2 < 6 \\ &\therefore -1 < x < 2 \\ &(x + 1)(x - 2) < 0 \Leftrightarrow ax^2 + 2x + b > 0 \\ &x^2 - x - 2 < 0 \Leftrightarrow x^2 + \frac{2}{a}x + \frac{b}{a} < 0 \\ &\frac{2}{a} = -1, \frac{b}{a} = -2 \\ &a = -2, b = 4 \\ &\therefore a + b = -2 + 4 = 2 \end{aligned}$$

10. x 에 관한 이차부등식 $x^2 - (a-6)x + a-3 \leq 0$ 을 만족하는 실수 x 가 존재할 때, 실수 a 의 범위는?

- ① $4 \leq a \leq 12$ ② $a \leq 4, a \geq 12$ ③ $6 \leq a \leq 8$
④ $a \leq 6, a \geq 8$ ⑤ $4 \leq a \leq 8$

해설

$x^2 - (a-6)x + a-3 \leq 0$ 의 실수해가 존재하려면

$$D = (a-6)^2 - 4(a-3) \geq 0$$

$$a^2 - 16a + 48 \geq 0, (a-4)(a-12) \geq 0$$

$$\therefore a \leq 4, a \geq 12$$

11. 두 대의 승용차 A, B 가 같은 거리를 가는데 A 는 거리의 반은 시속 $v\text{km}$ 로 달리고, 나머지 거리는 시속 $u\text{km}$ 로 달린다고 한다, 또한 B 는 소요된 시간의 반은 시속 $u\text{km}$ 로 달리고 나머지 소요된 시간은 $v\text{km}$ 로 달린다고 한다. 승용차 A, B 의 평균 속력이 각각 $x\text{km/시}, y\text{km/시}$ 일 때, x 와 y 의 대소 관계를 바르게 나타내 것은?

- ① $x \leq y$ ② $x \geq y$ ③ $x = y$ ④ $x < y$ ⑤ $x > y$

해설

승용차 A 가 달린 거리를 s ,

시간을 t 라 하면 $t = \frac{s}{2u} + \frac{s}{2v}$

평균 속력은

$$\frac{s}{t} = \frac{s}{\frac{s}{2u} + \frac{s}{2v}} = \frac{s}{\frac{su + sv}{2uv}} = \frac{2uv}{u + v} = x$$

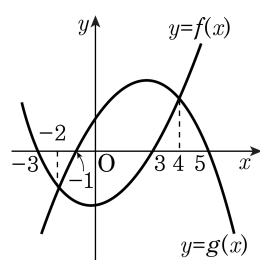
승용차 B 의 평균 속력은 $\frac{1}{2}(u + v) = y$

$$y - x = \frac{1}{2}(u + v) - \frac{2uv}{u + v}$$

$$= \frac{(u + v)^2 - 4uv}{2(u + v)} \geq 0$$

따라서 $y - x \geq 0$ 이므로 $x \leq y$ 이다.

12. 두 이차함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 의 그래프가 다음의 그림과 같을 때, $f(x)g(x) > 0$ 의 해는?



- ① $x < -1$ 또는 $x > 3$
 ② $x < -1$ 또는 $4 < x < 5$
 ③ $-3 < x < -1$ 또는 $3 < x < 5$
 ④ $-3 < x < -2$ 또는 $4 < x < 5$
 ⑤ $-2 < x < -1$ 또는 $3 < x < 5$

해설

$f(x)g(x) > 0$ 에서 $f(x) > 0, g(x) > 0$ 또는 $f(x) < 0, g(x) < 0$
 (i) $f(x) > 0, g(x) > 0$ 을 만족하는 x 의 값의 범위는 $3 < x < 5$
 (ii) $f(x) < 0, g(x) < 0$ 을 만족하는 x 의 값의 범위는 $-3 < x < -1$
 따라서 (i), (ii) 에 의하여 구하는 부등식의 해는 $-3 < x < -1$ 또는 $3 < x < 5$

13. x 에 관한 연립방정식

$$\begin{cases} |x+4| > 3x \\ 2x(x-3) \geq 0 \end{cases} \quad \text{을 풀면?}$$

- ① $x \leq 0$ ② $-2 < x < 3$ ③ $x < 0, x > 2$
④ $0 < x < 2$ ⑤ $x \geq 3$

해설

$$\begin{cases} |x+4| > 3x & \cdots \textcircled{1} \\ 2x(x-3) \geq 0 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

① 식에서

i) $x \geq -4$ 일때

$$x+4 > 3x \rightarrow 2x < 4 \rightarrow x < 2$$

$$\Rightarrow -4 \leq x < 2$$

ii) $x < -4$ 일때

$$-x-4 > 3x \rightarrow 4x < -4 \rightarrow x < -1$$

$$\therefore x < -4$$

i), ii)에서 $x < 2$

$$\textcircled{2} \text{식에서 } 2x(x-3) \geq 0 \rightarrow x \geq 3, x \leq 0$$

①과② 공통범위 : $x \leq 0$

14. $1 < x < 3$ 에서 x 에 대한 이차방정식 $x^2 - ax + 4 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 실수 a 의 값의 범위가 $\alpha < a < \beta$ 일 때, $3\alpha\beta$ 의 값을 구하여라.

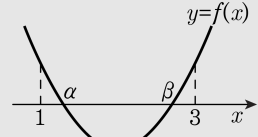
▶ 답 :

▷ 정답 : 52

해설

$f(x) = x^2 - ax + 4$ 라 하면

$1 < x < 3$ 에서 $y = f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같아야 한다.



(i) $x^2 - ax + 4 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면
 $D = a^2 - 16 > 0$ 에서 $(a + 4)(a - 4) > 0$
 $\therefore a < -4$ 또는 $a > 4$

(ii) $f(1) = 5 - a > 0$ 에서 $a < 5$
 $f(3) = 13 - 3a > 0$ 에서 $a < \frac{13}{3}$
 $\therefore a < \frac{13}{3}$

(iii) $y = f(x)$ 의 그래프의 대칭축이

$x = \frac{a}{2}$ 이므로 $1 < \frac{a}{2} < 3$
 $\therefore 2 < a < 6$

(i), (ii), (iii) 에서 a 의 값의 범위는 $4 < a < \frac{13}{3}$

따라서, $\alpha = 4, \beta = \frac{13}{3}$ 이므로 $3\alpha\beta = 52$

15. 두 점 $A(-2, -3)$, $B(-5, 4)$ 에서 같은 거리에 있는 y 축 위의 점 P 의 좌표를 구하면?

① $(0, -2)$

② $\left(0, \frac{1}{2}\right)$

③ $(0, 1)$

④ $(0, 2)$

⑤ $\left(0, \frac{14}{3}\right)$

해설

P 의 좌표를 $(0, \alpha)$ 라 하면

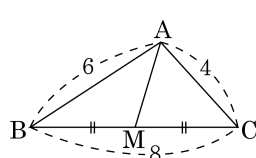
$\overline{AP} = \overline{BP}$ 이므로

$$\sqrt{(0 - (-2))^2 + (\alpha - (-3))^2}$$

$$= \sqrt{(0 - (-5))^2 + (\alpha - 4)^2}, \alpha = 2$$

$$\therefore P = (0, 2)$$

16. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 6$, $\overline{BC} = 8$, $\overline{AC} = 4$ 이고, $\overline{BC}$ 의 중점이 M일 때, $\overline{AM}^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

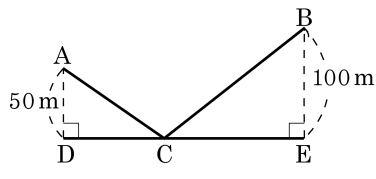
중선정리에 의하여
 $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = 2(\overline{AM}^2 + \overline{BM}^2)$ 이므로

$$6^2 + 4^2 = 2(\overline{AM}^2 + 4^2)$$

$$36 + 16 = 2\overline{AM}^2 + 32$$

$$\therefore \overline{AM}^2 = 10$$

17. 다음 그림과 같이 고압 전선 $\overline{DE}$ 가 지나는 곳으로부터 각각 50 m, 100 m 떨어진 두 지점에 빌딩 A, B가 위치하고 있다. 변압기를 D와 E 사이의 한 지점에 설치하여 빌딩 A, B에 전력을 공급하려고 한다. D와 E 사이의 거리가 200 m일 때, 전체 전선의 길이 $\overline{AC} + \overline{BC}$ 의 최솟값을 구하여라.

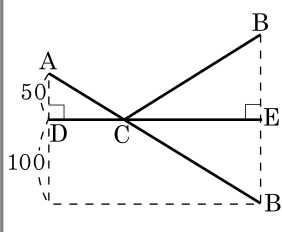


▶ 답 : m

▷ 정답 : 250 m

해설

B를 $\overline{DE}$ 에 대해 대칭이동한 점을 B' 이라 하면
 $\overline{BC} = \overline{CB'}$ 이므로
 $\overline{AC} + \overline{BC} = \overline{AC} + \overline{CB'} \geq \overline{AB'}$
 따라서 $\overline{AC} + \overline{BC}$ 의 최솟값은
 $\overline{AB'} = \sqrt{200^2 + 150^2} = 250(\text{m})$



18. 다음은 11 세기 경 아라비아의 수학책에 나오는 내용을 변형한 것이다. 강을 사이에 두고 두 그루의 나무가 서 있었는데 두 나무의 높이는 각각 20m, 30m 이고 두 나무 사이의 거리는 50m 이다. 각각의 나무 꼭대기에 새가 앉아서 수면에 있는 한 마리의 물고기를 노리고 있었다. 이 두 마리의 새가 동시에 날아서 일직선 위로 그 물고기에게 덤벼들어 똑같이 그 물고기가 있는 수면에 당도하였다. 두 마리의 새의 속도가 같다고 하였을 때, 높이가 20m 인 나무 밑에서 물고기까지의 거리는 몇 m 인지 구하여라.

▶ 답: m

▶ 정답 : 30m

해설

20m, 30m 나무 위의 두 마리의 새의 위치를 각각 A, B 라 하고, 높이가 20m 인 나무 밑으로부터 물고기가 있는 P 까지의 거리를 a 라 하면 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로 $a^2 + 20^2 = (50 - a)^2 + 30^2$
 $\therefore a = 30(\text{m})$

19. 두 점 $A(1, 2), B(3, -2)$ 를 이은 $\overline{AB}$ 의 B 방향으로의 연장선 위에 $\overline{AC} : \overline{BC} = 2 : 1$ 을 만족하는 점 C 의 좌표를 (a, b) 라 할 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 61

해설

점 C 는 선분 AB 를 $2 : 1$ 로 외분하는 점이므로 $C(5, -6)$ 이다.
 $\therefore a^2 + b^2 = 5^2 + (-6)^2 = 61$

20. $O(0, 0)$, $A(1, 2)$, $B(3, 2)$ 일 때, 평행사변형 $OABC$ 의 넓이를 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

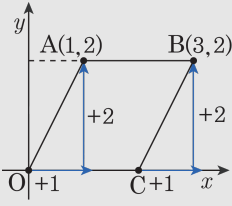
$\overline{OA} \parallel \overline{CB}$, $\overline{OA} = \overline{CB}$ 이

점 A는 점 O를 x 축 방향으로 1만큼, y 축 방향으로 2만큼 평행이동한 것이므로
점 B도 점 C를 x 축 방향으로 1만큼, y 축 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.

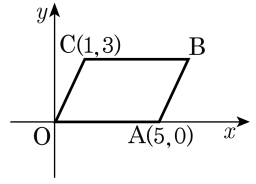
$\therefore C = (2, 0)$

따라서 밑변이 2, 높이가 2이므로

(넓이) $= 2 \times 2 = 4$



21. 다음 평행사변형 OABC 에서 A 와 C 의 좌표가 각각 (5, 0), (1, 3) 일 때, 두 점 A,B 를 지나는 직선의 y 절편은?



- ① -6 ② -9 ③ -12 ④ -15 ⑤ -18

해설

평행사변형의 두 변 OC 와 AB 는 서로 평행하므로 직선 OC 와 직선 AB 의 기울기는 같다.
따라서, 직선 AB 는 기울기가 3 이고 점 (5, 0) 을 지나는 직선 이다.

$$y - 0 = 3(x - 5), y = 3x - 15$$

따라서 (y 절편) = -15 이다.

22. 직선 $ax + by + c = 0$ 에 대하여 $ab < 0, bc > 0$ 일 때, 이 직선이 지나지 않는 사분면을 구하여라.

▶ 답 : 사분면

▷ 정답 : 제 2사분면

해설

$ax + by + c = 0$ 에서

$$y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$$

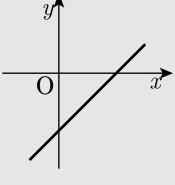
주어진 조건에서

$ab < 0, bc > 0$ 이므로

$$-\frac{a}{b} > 0, -\frac{c}{b} < 0$$

$\therefore$ (기울기) > 0 , (y 절편) < 0

따라서 주어진 직선은 다음 그림과 같으므로 지나지 않는 사분면은 제 2 사분면이다.



23. 다음 두 직선 $y = (2a + 1)x - a + 2$, $y = (a + 2)x + 2$ 가 서로 수직일 때, a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

▷ 정답 : $-\frac{3}{2}$ 또는 -1.5

해설

$$(2a + 1)(a + 2) = -1$$

$$2a^2 + 5a + 3 = 0$$

$$(2a + 3)(a + 1) = 0$$

$$\therefore a = -1 \text{ 또는 } -\frac{3}{2}$$

24. 두 직선 $x - 2y + 3 = 0$, $5x + ky - 2 = 0$ 이 수직일 때와 평행일 때의 k 값들의 곱은?

① -10 ② $-\frac{15}{2}$ ③ -25 ④ 10 ⑤ 25

해설

$$x - 2y + 3 = 0 \Rightarrow y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$$

$$5x + ky - 2 = 0 \Rightarrow y = -\frac{5}{k}x + \frac{2}{k}$$

$$\Rightarrow \text{수직} : \frac{1}{2} \times \left(-\frac{5}{k}\right) = -1 \quad \therefore k = \frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow \text{평행} : \frac{1}{2} = -\frac{5}{k} \quad \therefore k = -10$$

$$\therefore \frac{5}{2} \times (-10) = -25$$

25. 두 점 A(-2, 3), B(6, -1) 을 이은 선분 AB 의 수직이등분선의 방정식을 $y = ax + b$ 라 할 때, $a - b$ 의 값은?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

해설

직선 AB 의 기울기는 $\frac{-1-3}{6-(-2)} = -\frac{1}{2}$ 이므로

$\overline{AB}$ 의 수직이등분선의 기울기는 2 이다.

또, $\overline{AB}$ 의 수직이등분선이

$\overline{AB}$ 의 중점 (2, 1) 을 지나므로

구하는 직선의 방정식은 $y - 1 = 2(x - 2) \quad \therefore y = 2x - 3$

따라서 $a = 2, b = -3$ 이므로 $a - b = 5$

26. 두 점 A(2, 1), B(-1, 3)을 연결한 선분 AB와 직선 $l: y = k(x+2)+2$ 가 공유점을 가질 k 의 범위는 $\alpha \leq k \leq \beta$ 이다. 이 때, $\alpha + \beta$ 의 값은?

- ① $\frac{3}{4}$ ② 1 ③ $\frac{5}{4}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

해설

$y = k(x+2) + 2, k(x+2) + 2 - y = 0$ 은
 k 에 관계없이 $x+2=0, 2-y=0$ 의 교점
 즉, $(-2, 2)$ 를 지난다.

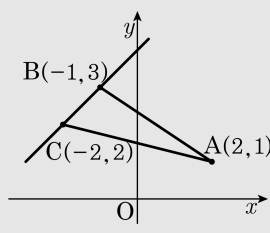
이 점을 C라 하면 선분 AB와 직선 l
 이

만나려면 그림에서 l 의 기울기 k 가
 l_2 의 기울기보다 작거나 같아야하고,
 l_3 의 기울기보다 크거나 같아야한다.

$$\beta = (l_2 \text{의 기울기}) = \frac{2-3}{-2-(-1)} = 1$$

$$\alpha = (l_3 \text{의 기울기}) = \frac{2-1}{-2-2} = -\frac{1}{4}$$

$$\therefore \alpha + \beta = 1 + \left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{3}{4}$$



27. 직선 $(5+3k)x+(k-2)y-4k-3=0$ 은 k 의 값에 관계없이 한 정점을 지난다. 그 점의 좌표는?

㉠ (1, 1)

㉡ (1, 0)

㉢ (3, 1)

㉣ (-1, -3)

㉤ (3, 0)

해설

주어진 직선의 방정식의 좌변을 k 에 대하여

정리하면 $(3x+y-4)k+5x-2y-3=0$

이 식이 k 에 값에 관계없이 성립하려면

$3x+y-4=0$, $5x-2y-3=0$

이 두 식을 연립해서 풀면 $x=1$, $y=1$

즉, k 의 값에 관계없이 점(1, 1)을 지난다.

28. 세 점 A(3, 0), B(0, 4), C(-1, 2) 에 대하여 점C 에서 직선AB 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $\overline{CH}$ 의 길이는?

① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2 ④ $\sqrt{5}$ ⑤ 3

해설

직선 AB 의 방정식은 $\frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 1$ 이다.

$$\therefore 4x + 3y - 12 = 0$$

$$\therefore \overline{CH} = \frac{|4 \times (-1) + 3 \times 2 - 12|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{|-4 + 6 - 12|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{10}{5} = 2$$

29. 다음 두 직선 사이의 거리가 $\sqrt{10}$ 일 때, 양수 k 의 값을 구하시오.

$3x - y - 6 = 0 \text{ , } \quad 3x - y + k = 0$

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = 4$

해설

직선 $3x - y - 6 = 0$ 위의 한 점 $(2, 0)$ 에서 직선

$3x - y + k = 0$ 까지의 거리가 $\sqrt{10}$ 이므로

$$\frac{|3 \times 2 - 0 + k|}{\sqrt{3^2 + 1^2}} = \frac{|6 + k|}{\sqrt{10}} = \sqrt{10}$$

$$|6 + k| = 10$$

따라서 $k = 4$ ($\because k$ 는 양수)

30. 직선 $3x + 4y = 0$ 에 평행하고, 원점에서의 거리가 2 인 직선의 방정식을 모두 고르면?

① $3x + 4y + 6 = 0$

② $3x + 4y + 8 = 0$

③ $3x + 4y + 10 = 0$

④ $3x + 4y - 8 = 0$

⑤ $3x + 4y - 10 = 0$

해설

$y = -\frac{3}{4}x$ 에 평행하므로 기울기가 $-\frac{3}{4}$ 이다.

$$\Rightarrow y = -\frac{3}{4}x + k \Rightarrow 3x + 4y + 4k = 0$$

$$\text{원점에서 거리가 2 이므로 } \frac{|4k|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 2$$

$$\therefore k = \pm \frac{5}{2} \Rightarrow 3x + 4y + 10 = 0,$$

$$3x + 4y - 10 = 0$$

31. O를 원점으로 하는 좌표평면 위의 두 직선 $l_1 : mx - y = 0$, $l_2 : x + my - m - 2 = 0$ 이 있다. 임의의 실수 m 에 대하여 직선 l_2 가 지나가는 정점을 A라 하고, 두 직선 l_1, l_2 의 교점을 P라 할 때, $\triangle OAP$ 의 넓이의 최댓값은?

- ① $\frac{3}{2}$
- ② $\frac{4}{3}$
- ③ $\frac{5}{4}$
- ④ $\frac{6}{5}$
- ⑤ $\frac{7}{6}$

해설

$l_2 : x + my - m - 2 = 0$
 $\Leftrightarrow x - 2 + m(y - 1) = 0$
따라서 l_2 는 m 의 값에 관계없이
(2,1)을 지난다.
 $l_1 : mx - y = 0$ 은 m 의 값에 관계없이
원점 O를 지나고 또한
 $m \cdot 1 + (-1) \cdot m = 0$ 이므로
 l_1 과 l_2 는 서로 직교한다.
따라서 점 P는 $\overline{OA}$ 를 지름으로 하는
원 위에 존재하고 이 때, 점 P에서
 $\overline{OA}$ 에 내린 수선의 길이의 최댓값은
곧, 반지름의 길이이므로, $\triangle OAP$ 의 최댓값은
 $\triangle OAP \leq \frac{1}{2} \cdot \overline{OA} \cdot \frac{\overline{OA}}{2} = \frac{1}{4} \overline{OA}^2 = \frac{5}{4}$

32. 점 A(6, 2)와 직선 $x + 2y - 2 = 0$ 위를 움직이는 점 P가 있다. $\overline{AP}$ 를 1 : 3으로 내분하는 점의 자취는?

- ① $x - 2y - 8 = 0$ ② $x + 2y - 8 = 0$ ③ $x - 2y + 8 = 0$
④ $x + 2y + 8 = 0$ ⑤ $x - 2y = 0$

해설

P (a , b)라 하면 $a + 2b - 2 = 0 \cdots \textcircled{1}$

$\overline{AP}$ 의 1 : 3 내분점을 Q (x , y)라 하면

$$Q(x, y) = \left(\frac{a+18}{1+3}, \frac{b+6}{1+3} \right)$$

$$x = \frac{a+18}{1+3}, y = \frac{b+6}{1+3}$$

$$a = 4x - 18, b = 4y - 6$$

$\textcircled{1}$ 에 대입하면,

$$4x - 18 + 2(4y - 6) - 2 = 0 \Rightarrow x + 2y - 8 = 0$$

33. $a < 0$ 이고 $a + b = 0$ 일 때, 부등식 $(a - b)x - a - 2b < 0$ 의 해는?

① $x < -\frac{1}{2}$

② $x > -\frac{1}{2}$

③ $x > 2$

④ $x < -2$

⑤ $x > 1$

해설

$a + b = 0$ 에서 $b = -a$ 를 부등식에 대입하면

$(a + a)x - a + 2a < 0, 2ax + a < 0, 2ax < -a$

$\therefore x > -\frac{1}{2} (\because 2a < 0)$

34. 연립부등식
$$\begin{cases} 1.2x - 2 \leq 0.8x + 3.2 \\ 3 - \frac{x-2}{4} < \frac{2x-3}{2} \\ 0.9x \leq 6 \end{cases}$$
 의 해가 $a < x \leq b$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하면?

- ① -9 ② -5 ③ -2 ④ 2 ⑤ 9

해설

i) $1.2x - 2 \leq 0.8x + 3.2$,
 $0.4x \leq 5.2$, $x \leq 13$
 ii) $3 - \frac{x-2}{4} < \frac{2x-3}{2}$ 의 양변에 4 를 곱하면 $12 - (x - 2) <$
 $2(2x - 3)$, $x > 4$
 iii) $0.9x \leq 6$
 $\frac{9}{9}x \leq 6$
 $x \leq 6$
 $\therefore 4 < x \leq 6$

35. 1 개에 700 원 하는 콜라와 1 개에 600 원 하는 사이다를 합해서 20 개를 사려고 한다. 콜라를 사이다 보다 많이 사고 전체 금액이 13,500 원 이하가 되도록 하려고 한다. 콜라를 최소 a 개 살 수 있고, 최대 b 개 살 수 있다고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 26$

해설

콜라의 개수를 x 개라고 놓으면 사이다의 개수는 $(20 - x)$ 개이다. 콜라를 사이다 보다 많이 사게 되면 $x > 20 - x$ 이다. 콜라와 사이다를 샀을 때 전체 금액을 식으로 나타내면, $700x + 600(20 - x)$ 이다. 또 전체 금액은 13,500 원 이하가 되어야 하기 때문에 $700x + 600(20 - x) \leq 13500$ 이다.

위의 두 부등식을 이용하여 연립방정식을 만들면

$$\begin{cases} x > 20 - x \\ 700x + 600(20 - x) \leq 13500 \end{cases} \quad \text{이다.} \quad \text{이를 간단히 하면}$$

$$\begin{cases} x > 10 \\ x \leq 15 \end{cases} \quad \text{이다. 따라서 } 10 < x \leq 15 \text{ 이다. 그러므로 콜라}$$

는 최소로 11 개, 최대로 15 개 살 수 있다. 따라서 $a = 11$,

$b = 15$ 이다.

따라서 $a + b = 11 + 15 = 26$ 이다.

36. 부등식 $a(x^2 - 2x + 1) > 2(x^2 - 2x - 2)$ 를 만족하는 실수 x 가 존재할 때, 상수 a 의 범위는?

① $a > 2$

② $a \geq 2$

③ $a < 2$

④ a 는 모든 실수

⑤ $a < \pm 2$

해설

$a = 2$ 일 때, $6 > 0$ 이므로 x 는 모든 실수

$a \neq 2$ 일 때,

$(a - 2)x^2 - 2(a - 2)x + a + 4 = 0 \cdots \textcircled{1}$ 에서

$\frac{D}{4} = (a - 2)^2 - (a - 2)(a + 4) = -6(a - 2)$ 이므로

i) $a > 2$ 이면, x 는 모든 실수

ii) $a < 2$ 이면, $\frac{D}{4} > 0$ 이므로 $\textcircled{1}$ 의 근을

$\alpha, \beta (\alpha < \beta)$ 라 하면

부등식의 해는 $\alpha < x < \beta$ 이므로 x 값이 존재한다.

$\therefore a$ 는 모든 실수

37. 두 부등식 $x^2 - 2x - 3 > 0$,
 $x^2 + ax + b \leq 0$ 에 대하여
두 부등식 중 적어도 하나를 만족하는 x 의 값은 실수 전체이고, 두
부등식을 동시에 만족하는 x 의 값은 $3 < x \leq 4$ 일 때, $a + b$ 의 값을
구하면?

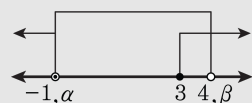
① -6 ② -7 ③ -8 ④ -9 ⑤ -10

해설

$$(x+1)(x-3) > 0 \Rightarrow x < -1 \text{ 또는 } x > 3$$

$$x^2 + ax + b \leq 0 \Rightarrow \alpha \leq x \leq \beta \text{ 라 하자}$$

주어진 조건을 만족하려면



$$\therefore \alpha = -1, \beta = 4$$

$$(x+1)(x-4) = x^2 - 3x - 4$$

$$a = -3, b = -4$$

$$\therefore a + b = -7$$

38. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 2ax + 6 - a = 0$ 의 모든 실근이 모두 1보다 클 때, 실수 a 의 값의 범위는?

① $3 < a \leq 7$

② $-3 \leq a < 7$

③ $-7 < a \leq -3$

④ $a \leq 3$ 또는 $a > 7$

⑤ $a < -7$ 또는 $a \geq -3$

해설

이차함수 $f(x) = x^2 + 2ax + 6 - a$ 의 그래프를 생각하면

$$\frac{D}{4} = a^2 - 6 + a \geq 0, \quad (a+3)(a-2) \geq 0$$

$$\therefore a \leq -3, a \geq 2 \cdots \textcircled{1}$$

$$f(1) = 1 + 2a + 6 - a > 0$$

$$\therefore a > -7 \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$\text{대칭축 } x = -a \text{ 에서 } -a > 1$$

$$\therefore a < -1 \cdots \cdots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2}, \textcircled{3} \text{의 공통범위는 } -7 < a \leq -3$$

39. 세 점 $O(0,0)$, $A(1,1)$, $B(2,-2)$ 를 꼭짓점으로 하는 삼각형 OAB 의 외심의 좌표를 $P(a,b)$ 라 할 때, $a^2 - b^2$ 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

외심 (외접원의 중심)은 세 꼭짓점으로부터 거리가 같은 점이므로

$\overline{PO}^2 = \overline{PA}^2$ 으로부터

$$a^2 + b^2 = (a - 1)^2 + (b - 1)^2, \quad a + b = 1 \cdots \textcircled{1}$$

$\overline{PO}^2 = \overline{PB}^2$ 으로부터

$$a^2 + b^2 = (a - 2)^2 + (b + 2)^2, \quad a - b = 2 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{로 부터 } a^2 - b^2 = (a + b)(a - b) = 1 \times 2 = 2$$

40. $\triangle ABC$ 의 변 BC, CA, AB의 중점이 각각 P(-1, a), Q(3, 3), R(1, 6)이고, 이 삼각형의 무게중심의 좌표가 $\left(b, \frac{10}{3}\right)$ 일 때, ab 의 값은?

① 1 ② $2\sqrt{5}$ ③ 3 ④ 4 ⑤ $4\sqrt{5}$

해설

$\triangle ABC$ 의 무게중심은 $\triangle PQR$ 의 무게중심과 일치하게 되므로,

$$\left(\frac{-1+3+1}{3}, \frac{a+3+6}{3}\right) = \left(b, \frac{10}{3}\right)$$

$$b=1, \frac{a+9}{3} = \frac{10}{3}$$

$$a=1, \quad b=1 \quad \therefore \quad ab=1$$