

1. 두 다항식  $A = a + 2b$ ,  $B = 2a + 3b$ 일 때,  $2A + B$ 를 구하는 과정에서 사용된 연산법칙 중 옳지 않은 것을 골라라.

$$\begin{aligned} 2A + B &= 2(a + 2b) + (2a + 3b) \\ &= (2a + 4b) + (2a + 3b) \quad \text{㉠ 분배법칙} \\ &= 2a + (4b + 2a) + 3b \quad \text{㉡ 결합법칙} \\ &= 2a + (2a + 4b) + 3b \quad \text{㉢ 교환법칙} \\ &= (2a + 2a) + (4b + 3b) \quad \text{㉣ 교환법칙} \\ &= (2 + 2)a + (4 + 3)b \quad \text{㉤ 분배법칙} \\ &= 4a + 7b \end{aligned}$$

▶ 답:

▶ 정답: ㉢

해설

$$\text{㉢ } 2a + (2a + 4b) + 3b = (2a + 2a) + (4b + 3b): \text{ 결합법칙}$$

2. 다음  안에 알맞은 수를 차례대로 써 넣어라.

$$(x^3 + 4x^2 + 3x - 2) \div (\square x^2 + \square x + \square) = x + 2$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : -1

해설

$$\square x^2 + \square x + \square = A \text{ 라 하면}$$

$$(x^3 + 4x^2 + 3x - 2) \div A = x + 2$$

$$\therefore A = (x^3 + 4x^2 + 3x - 2) \div (x + 2)$$

$$\therefore A = x^2 + 2x - 1 \text{ 이므로}$$

안에 알맞은 수는 차례대로 1, 2, -1이다.

3.  $x$ 에 대한 다항식  $x^3 + ax^2 + bx + 2$ 를  $x^2 - x + 1$ 로 나눈 나머지가  $x + 3$ 이 되도록  $a, b$ 의 값을 정할 때,  $ab$  값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $ab = -6$

해설

검산식을 사용

$$x^3 + ax^2 + bx + 2 = (x^2 - x + 1) \cdot A + (x + 3)$$

$$A = (x + p)$$

$$x^3 + ax^2 + bx + 2 - (x + 3) = (x^2 - x + 1)(x + p)$$

$$x^3 + ax^2 + (b - 1)x - 1 = (x^2 - x + 1)(x - 1) \quad \therefore p = -1$$

우변을 정리하면

$$\therefore a = -2, b = 3$$

$$\therefore ab = -6$$

4. 다음 중 식의 전개가 바르지 않은 것을 고르면?

①  $(1-x)(1+x+x^2) = 1-x^3$

②  $(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2) = x^4+x^2y^2+y^4$

③  $(x-3)(x-2)(x+1)(x+2) = x^4-8x^2+12$

④  $(a-b)(a+b)(a^2+b^2)(a^4+b^4) = a^8-b^8$

⑤  $(a+b-c)(a-b+c) = a^2-b^2-c^2+2bc$

해설

$$\begin{aligned} & (x-3)(x-2)(x+1)(x+2) \\ &= (x^2-x-6)(x^2-x-2) \\ & x^2-x = Y \text{라 놓자.} \\ & (Y-6)(Y-2) = Y^2 - 8Y + 12 \\ & \quad = (x^2-x)^2 - 8(x^2-x) + 12 \\ & \quad = x^4 - 2x^3 - 7x^2 + 8x + 12 \end{aligned}$$

5. 두 다항식  $(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3)^3$ ,  $(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + 5x^4)^3$ 의  $x^3$ 의 계수를 각각  $a$ ,  $b$ 라 할 때,  $a - b$ 의 값을 구하면?

- ① -21    ② -15    ③ -5    ④ -1    ⑤ 0

해설

$(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + 5x^4)^3$ 의 전개식에서  $x^4$ 항의 계수는  $x^3$ 의 계수와는 관계가 없다.  
따라서  $(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3)^3$ 의 전개식에서  $x^3$ 의 계수와  $(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + 5x^4)^3$ 의 전개식에서  $x^3$ 의 계수는 같다.  
 $\therefore a = b \quad \therefore a - b = 0$

6. 임의의 실수  $x$ 에 대하여 등식  $(x-2)(x+2)^2 = (x-1)^3 + a(x-1)^2 + b(x-1) + c$ 이 성립할 때,  $a(b+c)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -30

해설

$(x-2)(x+2)^2 = (x-1)^3 + a(x-1)^2 + b(x-1) + c$   
 양변에  $x=2, -2, 1$ 을 각각 대입하면  
 $0 = 1 + a + b + c, 0 = -27 + 9a - 3b + c, -9 = c$   
 세 식을 연립하여 풀면  $a = 5, b = 3, c = -9$   
 $\therefore a(b+c) = 5 \times (3-9) = -30$

해설

좌변을 전개한 후 조립제법으로 풀어도 좋다.

$(x-2)(x+2)^2$   
 $= x^3 + 2x^2 - 4x - 8$   
 $= (x-1)^3 + a(x-1)^2 + b(x-1) + c$   
 $= (x-1)[(x-1)((x-1) + a) + b] + c$

$$\begin{array}{r|rrrr}
 1 & 1 & 2 & -4 & -8 \\
 & & 1 & 3 & -1 \\
 1 & 1 & 3 & -1 & -9 \leftarrow c \\
 & & 1 & 4 & \\
 1 & 1 & 4 & 3 & \leftarrow b \\
 & & 1 & & \\
 & 1 & 5 & & \leftarrow a
 \end{array}$$

$\therefore a(b+c) = 5(3-9) = -30$

7. 등식  $(2k+1)y - (k+3)x + 10 = 0$  이  $k$ 의 값에 관계없이 항상 성립하도록 하는 상수  $x, y$ 에 대하여  $x+y$ 의 값은?

- ① 5      ② 6      ③ 7      ④ 8      ⑤ 9

해설

$$(\text{준식}) = (y - 3x + 10) + (2y - x)k = 0$$

$$\therefore 2y = x, y - 3x = -10$$

$$\therefore x = 4, y = 2$$

$$\therefore x + y = 6$$

8. 대각선의 길이가 28이고, 모든 모서리의 길이의 합이 176인 직육면체의 겉넓이를 구하려 할 때, 다음 중에서 사용되는 식은?

①  $(x-a)(x-b)(x-c) = x^3 - (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x - abc$

②  $\frac{1}{2}[(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2] = a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca$

③  $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

④  $(x+a)(x+b)(x+c) = x^3 + (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x + abc$

⑤  $(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca) = a^3+b^3+c^3-3abc$

**해설**

직육면체의 대각선의 길이가 28 이므로  
가로를  $a$ , 세로를  $b$ , 높이를  $c$  라고 했을 때  
 $(a^2 + b^2) + c^2 = 28^2$   
모든 모서리의 길이의 합이 176 이므로  
 $a + b + c = 44$   
따라서 ③번과 같은 식을 사용하여 겉넓이를 구할 수 있다.

9. 다항식  $(x^3 + x^2 - 2x - 1)^5$ 을 전개한 식이  $a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_{14}x^{14} + a_{15}x^{15}$ 일 때,  $a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + \dots + a_{14} - a_{15}$ 의 값을 구하면?

- ① 0      ② 1      ③ 2      ④ 3      ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} & (x^3 + x^2 - 2x - 1)^5 \\ &= a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_{14}x^{14} + a_{15}x^{15} \\ & \text{양변에 } x = -1 \text{을 대입하면} \\ & (-1 + 1 + 2 - 1)^5 = a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + \dots + a_{14} - a_{15} = 1 \end{aligned}$$

10. 다항식  $f(x)$ 를  $x-1$ ,  $x-2$ 로 나눈 나머지가 각각 1, 2일 때,  $f(x)$ 를  $x^2-3x+2$ 로 나눈 나머지를 구하면?

①  $x-1$

②  $x+1$

③  $-x+1$

④  $x$

⑤  $-x$

해설

$$f(x) = (x-1)Q_1(x) + 1 \Rightarrow f(1) = 1$$

$$f(x) = (x-2)Q_2(x) + 2 \Rightarrow f(2) = 2$$

$$f(x) = (x-1)(x-2)Q_3(x) + ax + b \text{라 하면,}$$

$$f(1) = a + b = 1, \quad f(2) = 2a + b = 2 \text{이다.}$$

$$\therefore a = 1, \quad b = 0 \text{이므로 나머지는 } x$$

11. 다항식  $f(x)$  를  $2x - 1$ 로 나누면 나머지는  $-4$ 이고, 그 몫을  $x + 2$ 로 나누면 나머지는  $2$ 이다. 이때,  $f(x)$ 를  $x + 2$ 로 나눌 때의 나머지를 구하시오.

▶ 답:

▷ 정답:  $-14$

해설

$$f(x) = (2x - 1)Q(x) - 4 \text{라 하면}$$

$$f(-2) = -5Q(-2) - 4$$

$$\text{그런데 } Q(-2) = 2 \text{ 이므로 } f(-2) = -14$$

12.  $(x+1)^2 + (x+1)(y+2) - 6(y+2)^2$ 의 인수를 구하면?

- ①  $x - 2y + 3$       ②  $x - 2y - 3$       ③  $x + 2y - 3$   
④  $x + 3y - 7$       ⑤  $x - 3y + 7$

해설

$$\begin{aligned}x+1 &= a, y+2 = b \text{ 라 하면} \\(x+1)^2 + (x+1)(y+2) - 6(y+2)^2 \\&= a^2 + ab - 6b^2 \\&= (a-2b)(a+3b) \\&= \{(x+1) - 2(y+2)\}\{(x+1) + 3(y+2)\} \\&= (x+1-2y-4)(x+1+3y+6) \\&= (x-2y-3)(x+3y+7)\end{aligned}$$

13.  $x^4 + 2x^2y^2 + 9y^4$ 을 인수분해하면?

- ①  $(x^2 + 3y^2)^2$
- ②  $(x^2 - 3y^2)^2$
- ③  $(x^2 + xy + 3y^2)(x^2 - xy + 3y^2)$
- ④  $(x^2 + 2xy + 3y^2)(x^2 - 2xy + 3y^2)$
- ⑤  $(x^2 + 2xy + 2y^2)(x^2 - 2xy + 2y^2)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= x^4 + 6x^2y^2 + 9y^4 - 4x^2y^2 \\ &= (x^2 + 3y^2)^2 - (2xy)^2 \\ &= (x^2 + 2xy + 3y^2)(x^2 - 2xy + 3y^2)\end{aligned}$$

14.  $a+b+c=1$ ,  $a^2+b^2+c^2=5$ ,  $a^3+b^3+c^3=2$ 일 때,  $abc$ 의 값은?

- ①  $-\frac{5}{3}$       ② 0      ③  $\frac{5}{3}$       ④  $\frac{5}{2}$       ⑤ 1

해설

$$\begin{aligned} & a^2 + b^2 + c^2 \\ &= (a+b+c)^2 - 2(ab+bc+ca) \text{ 이므로} \\ & 5 = 1 - 2(ab+bc+ca) \\ & \therefore ab+bc+ca = -2 \\ & a^3 + b^3 + c^3 - 3abc \\ &= (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca) \text{ 이므로} \\ & 2 - 3abc = 1 \cdot (5+2) \\ & \therefore abc = -\frac{5}{3} \end{aligned}$$

15.  $x$ 에 대한 두 다항식  $A = x^2 + 3x + k$ ,  $B = x^2 + x - k$ 의 최대공약수가 일차식일 때, 상수  $k$ 의 값은? (단,  $k \neq 0$ )

- ① -1      ② 0      ③ 1      ④ 2      ⑤ 3

해설

$A - B = 2x + 2k = 2(x + k)$   
 $A, B$ 의 최대공약수는  $A - B$ 의 인수이므로  
 $A, B$ 의 최대공약수를  $G$ 라 하면  
 $G$ 는 일차식이므로  $G = x + k$   
 $x + k$ 는  $A$ 의 인수이어야 하므로  
 $(-k)^2 + 3(-k) + k = 0$   
 $\therefore k = 0$  또는  $k = 2$   
그런데 주어진 조건에서  $k \neq 0$ 이므로  $k = 2$

16. 이차항의 계수가 1인 두 다항식의 최대공약수가  $x+2$ 이고, 최소공배수가  $x^3+x^2-2x$ 일 때, 두 이차식의 합은?

- ①  $2x^2+3x+2$       ②  $2x^2-3x-2$       ③  $x^2-3x-2$   
④  $2x^2+3x-2$       ⑤  $x^2-3x+2$

해설

$$A = Ga, B = Gb \quad (a, b \text{는 서로소})$$

$$G = x + 2$$

$$L = x^3 + x^2 + 2x = x(x+2)(x-1) = Gab$$

$$A = x(x+2) = x^2 + 2x$$

$$B = (x+2)(x-1) = x^2 + x - 2$$

$$A + B = 2x^2 + 3x - 2$$

17.  $x + y + 2z = 1$ ,  $2x - y + z = 5$ 를 만족하는 모든 실수  $x, y, z$ 에 대하여  $ax^2 + by^2 + cz^2 = 6$ 이 성립할 때,  $3a + 2b + c$ 의 값은 얼마인가?

- ① 12      ② 8      ③ 4      ④ 0      ⑤ -2

해설

$$\begin{aligned}x + y + 2z &= 1 \cdots \textcircled{1} \\2x - y + z &= 5 \cdots \textcircled{2} \\ \textcircled{1} + \textcircled{2}: x + z &= 2 \Rightarrow z = 2 - x \\ \textcircled{2} \times 2 - \textcircled{1}: x - y &= 3 \Rightarrow y = x - 3 \\ \therefore ax^2 + by^2 + cz^2 &= 6 \\ \Rightarrow ax^2 + b(x - 3)^2 + c(2 - x)^2 \\ &= (a + b + c)x^2 - (4c + 6b)x + 9b + 4c = 6 \\ \text{모든 실수 } x, y, z \text{에 대해 성립하려면} \\ a + b + c &= 0, \quad 4c + 6b = 0, \quad 9b + 4c = 6 \\ \text{위의 식을 연립하여 풀면, } a &= 1, \quad b = 2, \quad c = -3 \\ \therefore 3a + 2b + c &= 4\end{aligned}$$

18.  $\frac{2^{40} - 2^{35} - 2^5 + 1}{2^{35} - 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 31

해설

$$\begin{aligned} 2^5 = x \text{라 두면} \\ \frac{2^{40} - 2^{35} - 2^5 + 1}{2^{35} - 1} &= \frac{x^8 - x^7 - x + 1}{x^7 - 1} \\ &= \frac{(x-1)(x^7-1)}{x^7-1} \\ &= x-1 = 2^5-1 = 31 \end{aligned}$$

19. 세 실수  $x, y, z$ 에 대하여  $[x, y, z] = xy^2 - y^2z$ 라 하자.  $x - y = 2$ ,  $xy - yz - zx = 1$ 이라 할 때,  $[y, x, z] + [z, y, x]$ 의 값은?

- ① 0      ② -2      ③ 2      ④ -4      ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} [y, x, z] &= yx^2 - x^2z, [z, y, x] = zy^2 - y^2x \\ [y, x, z] + [z, y, x] &= yx^2 - x^2z + zy^2 - y^2x \\ &= xy(x - y) - z(x^2 - y^2) \\ &= (x - y)(xy - yz - zx) \\ &= 2 \cdot 1 = 2 \end{aligned}$$

20.  $f(2) = -15$ ,  $g(-2) = 5$ 인 두 이차식  $f(x)$ ,  $g(x)$ 의 곱이  $(x+3)^2(x^2 + 2x - 35)$ , 최소공배수가  $(x+3)(x^2 + 3x - 35)$ 일 때,  $f(-2) + g(2)$ 의 값은?

- ① 8      ② 18      ③ 28      ④ 38      ⑤ 48

해설

곱이  $(x+3)^2(x^2 + 2x - 35)$ 이고,  
최소공배수가  $(x+3)(x^2 + 3x - 35)$ 이므로  
두 이차식은  $(x+3)(x-5)$ ,  $(x+3)(x+7)$   
 $f(2) = -15$ 이므로  $f(x) = (x+3)(x-5)$   
 $g(-2) = 5$ 이므로  $g(x) = (x+3)(x+7)$   
 $\therefore f(-2) + g(2) = (-2+3)(-2-5) + (2+3)(2+7)$   
 $= (-1) + 45 = 44$