

1. 이차방정식 $3x^2 - (k-2)x + m = 0$ 의 두 근의 곱이 1, 합이 -2 일 때, 실수 k, m 에 대하여 km 의 값은?

① 6

② 12

③ -6

④ -12

⑤ 3

해설

$$\text{두 근의 곱 : } 1 = \frac{m}{3}$$

$$\therefore m = 3$$

$$\text{두 근의 합 : } -2 = \frac{k-2}{3}$$

$$\therefore k = -4$$

$$\therefore km = (-4) \times 3 = -12$$

2. 다음 중 y 가 x 에 대한 이차함수인 것은 몇 개인가?

$\textcircled{\tiny{\text{㉠}}} \ y = 0.1x^2$

$\textcircled{\tiny{\text{㉡}}} \ y = \frac{4}{x}$

$\textcircled{\tiny{\text{㉢}}} \ y = \frac{4}{3}x^2 - 2$

$\textcircled{\tiny{\text{㉣}}} \ y = \frac{1}{2}(x-3)(x+4)$

$\textcircled{\tiny{\text{㉤}}} \ y = -5x^2 + 2x + 3$

$\textcircled{\tiny{\text{㉤}}} \ y = 3x + 2$

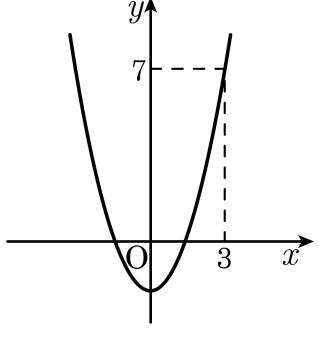
▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

이차함수는 $\textcircled{\tiny{\text{㉠}}}$, $\textcircled{\tiny{\text{㉢}}}$, $\textcircled{\tiny{\text{㉣}}}$, $\textcircled{\tiny{\text{㉤}}}$ 이다.

3. 이차함수 $y = ax^2 - 2$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 다음 중 그래프 위의 점을 모두 골라라. (단, a 는 상수이다.)



㉠ $(0, 2)$	㉡ $\left(\frac{1}{4}, -\frac{7}{3}\right)$	㉢ $\left(\frac{1}{2}, -\frac{7}{4}\right)$
㉤ $(-3, 7)$	㉥ $\left(\frac{2}{3}, \frac{14}{9}\right)$	㉦ $(-1, -1)$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉤

▶ 정답 : ㉥

해설

점 $(3, 7)$ 을 $y = ax^2 - 2$ 가 지나므로 $7 = 9a - 2, a = 1$ 이다.

$y = x^2 - 2$ 이다.

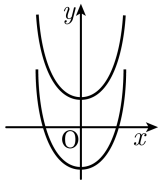
㉠ $x = 0$ 일 때, $y = 0 - 2 = -2$ 이다.

㉡ $x = \frac{1}{4}$ 일 때, $y = \frac{1}{16} - 2 = -\frac{31}{16}$ 이다.

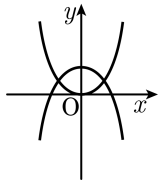
㉢ $x = \frac{2}{3}$ 일 때, $y = \frac{4}{9} - 2 = -\frac{14}{9}$ 이다.

4. x 축에 대하여 서로 대칭인 두 그래프를 알맞게 나타낸 것은?

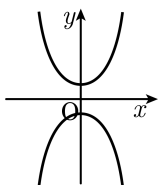
①



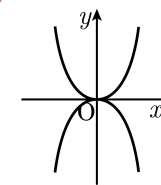
②



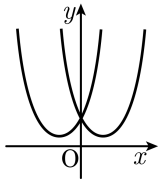
③



④



⑤



해설

그래프를 x 축을 기준으로 반대방향으로 그린 것이다.

5. 이차함수 $y = 2(x + 3)^2$ 의 그래프에 대한 설명이다. 다음 보기 중 옳은 것을 골라라.

보기

- ㉠ 위로 볼록한 포물선이다.
- ㉡ 직선 $x = 3$ 을 축으로 한다.
- ㉢ 꼭짓점의 좌표는 $(3, 0)$ 이다.
- ㉣ $y = -2x^2$ 의 그래프와 포물선의 폭이 같다.
- ㉤ $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 그래프이다.

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉣

해설

- ㉠ 아래로 볼록한 포물선이다.
- ㉡ $x = -3$ 을 축으로 한다.
- ㉢ 꼭짓점의 좌표는 $(-3, 0)$ 이다.
- ㉤ $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 그래프이다.

6. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}(x-2)(x+4)$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표를 구하면?

① (1, 3)

② (1, -3)

③ (-1, -3)

④ (-1, 3)

⑤ (-3, 3)

해설

$$\begin{aligned}y &= -\frac{1}{3}(x-2)(x+4) \\&= -\frac{1}{3}(x^2 + 2x - 8) \\&= -\frac{1}{3}(x^2 + 2x + 1 - 1) + \frac{8}{3} \\&= -\frac{1}{3}(x+1)^2 + \frac{1}{3} + \frac{8}{3} \\&= -\frac{1}{3}(x+1)^2 + 3\end{aligned}$$

7. 이차함수 $y = 3(x - 2)^2 - 4$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?

- ① 제1 사분면 ② 제2 사분면 ③ 제3 사분면
④ 제4 사분면 ⑤ 없다.

해설

꼭짓점이 $(2, -4)$ 이고 y 절편이 8 이므로
제 1, 2, 4 사분면을 지난다.

8. 꼭짓점의 좌표가 점 $(-1, 2)$ 이고, y 절편이 4 인 이차함수의 그래프의 식을 구하면?

① $y = -(x + 1)^2 + 2$

② $y = 2(x + 1)^2 + 2$

③ $y = -2(x - 1)^2 + 2$

④ $y = 2(x - 1)^2 + 2$

⑤ $y = -2(x + 1)^2 + 2$

해설

꼭짓점이 $(-1, 2)$ 이므로 $y = a(x + 1)^2 + 2$
(0, 4) 를 대입하면 $4 = a + 2$, $a = 2$
따라서 그래프의 식은 $y = 2(x + 1)^2 + 2$ 이다.

9. x 축과 두 점 $(-3, 0)$, $(1, 0)$ 에서 만나고, 점 $(2, 10)$ 을 지나는 이차함수의 식을 구하면?

① $y = 2(x - 3)(x - 1)$

② $y = -2(x + 3)(x - 1)$

③ $y = 2(x + 3)(x - 1)$

④ $y = -2(x - 3)(x - 1)$

⑤ $y = -2(x - 3)(x + 1)$

해설

x 축과의 교점이 $(-3, 0)$, $(1, 0)$ 이므로
 $y = a(x + 3)(x - 1)$ 에 $(2, 10)$ 을 대입하면
 $10 = a(2 + 3)(2 - 1)$
 $\therefore a = 2$
 $\therefore y = 2(x + 3)(x - 1)$

10. 다음은 A, B, C, D, E 다섯 학급의 학생들의 평균 몸무게에 대한 편차를 나타낸 표이다. 이 다섯 학급의 몸무게의 평균이 65kg 일 때, A 학급의 몸무게와 다섯 학급의 표준편차를 차례대로 나열한 것은? (단, 각 학급의 학생 수는 모두 같다.)

학급	A	B	C	D	E
편차 (kg)	-1	2	3	0	x

- ① 60kg, $\sqrt{2}$ kg

② 61kg, $\sqrt{3}$ kg

③ 62kg, 2kg
- ④ 64kg, $\sqrt{6}$ kg

⑤ 64kg, $\sqrt{7}$ kg

해설

A 학급의 몸무게는 $65 + (-1) = 64(\text{kg})$
 또한, 편차의 합은 0 이므로
 $-1 + 2 + 3 + 0 + x = 0, \quad x + 4 = 0 \quad \therefore x = -4$
 따라서 분산이

$$\frac{(-2)^2 + 1^2 + 3^2 + 0^2 + (-4)^2}{5} = \frac{30}{5} = 6$$

 이므로 표준편차는 $\sqrt{6} \text{ kg}$ 이다.

11. 이차방정식 $3x^2 - 4x - 2 = 0$ 을 풀면?

① $x = \frac{-4 \pm \sqrt{10}}{6}$

③ $x = \frac{4 \pm \sqrt{10}}{6}$

⑤ $x = 1$ 또는 $x = \frac{1}{3}$

② $x = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{3}$

④ $x = \frac{-2 \pm 2\sqrt{10}}{3}$

해설

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4 \times 3 \times (-2)}}{6} = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{3}$$

12. 이차방정식 $\frac{1}{2}x^2 + \frac{7}{3}x + \frac{5}{6} = 0$ 의 두 근이 $x = \frac{a \pm \sqrt{b}}{c}$ 이다. 이 때, $a + b - c$ 의 값은?

① 38 ② -41 ③ 30 ④ -15 ⑤ 24

해설

양변에 6 을 곱하면 $3x^2 + 14x + 5 = 0$

근의 짝수공식을 이용하여 풀면

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{49 - 15}}{3} = \frac{-7 \pm \sqrt{34}}{3}$$

$$\therefore a = -7, b = 34, c = 3$$

$$\therefore a + b - c = -7 + 34 - 3 = 24$$

13. 이차방정식 $9x^2 - 6ax + 5a - 4 = 0$ 이 증근을 갖도록 하는 상수 a 의 값 중 큰 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$9x^2 - 6ax + 5a - 4 = 0 \text{ 에서}$$

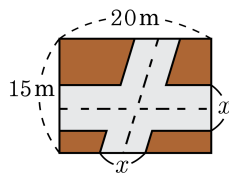
$$(6a)^2 - 4 \times 9(5a - 4) = 0$$

$$a^2 - 5a + 4 = 0$$

$$a = 1, 4$$

$\therefore a$ 의 값 중 큰 것은 4 이다.

14. 가로, 세로의 길이가 각각 20 m, 15 m 인 직사각형 모양의 땅에 다음 그림과 같이 도로를 만들려고 한다. 화단의 넓이가 126 m^2 이 되도록 할 때, 도로의 폭을 구하면?

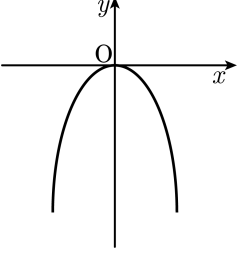


- ① 3 m ② 4 m ③ 5 m
 ④ 6 m ⑤ 7 m

해설

$$\begin{aligned}(20 - x)(15 - x) &= 126 \\ x^2 - 35x + 174 &= 0 \\ (x - 6)(x - 29) &= 0 \\ x &= 29 \text{ 또는 } x = 6 \\ \therefore x &= 6 \quad (\because x < 15)\end{aligned}$$

15. 다음 보기중 이차함수 중 그래프가 다음 그림과 같이 나타나는 것을 모두 골라라.



보기

㉠ $y = x^2$

㉡ $y = -3x^2$

㉢ $y = \frac{5}{4}x^2$

㉣ $y = -\frac{1}{2}x^2$

㉤ $y = 5x^2$

㉥ $y = -1.5x^2$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉣

▶ 정답 : ㉥

해설

그래프가 위로 볼록하므로 $y = ax^2$ 의 그래프에서 $a < 0$ 이다.
따라서 ㉡,㉣,㉥이다.

16. 이차함수 $y = 5x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동시키면 점 $(1, a)$ 을 지난다. 이때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$y = 5(x + 1)^2$ 의 그래프가
점 $(1, a)$ 을 지나므로
 $a = 5(1 + 1)^2$, $a = 20$ 이다.

17. 이차함수 $y = -x^2 + 4x + k - 3$ 의 최댓값이 5 일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 + 4x + k - 3 \\ &= -(x-2)^2 + 4 + k - 3 \\ &= -(x-2)^2 + 1 + k \end{aligned}$$

$x = 2$ 일 때, 최댓값 $1 + k$ 를 가지므로 $1 + k = 5$

$$\therefore k = 4$$

18. $(x + y + 4)(x + y) = 12$ 일 때, $x + y$ 의 값의 합을 구하면?

- ① 2 ② -4 ③ -6 ④ -8 ⑤ 10

해설

$A = x + y$ 라 하면
 $(A + 4)A = 12$
 $A^2 + 4A - 12 = 0$
 $(A - 2)(A + 6) = 0$
 $\therefore A = 2$ 또는 $A = -6$
따라서 $x + y$ 의 값의 합은 $2 + (-6) = -4$ 이다.

19. 이차방정식 $2x^2 - 2ax + 12 = 0$ 의 두 근의 비가 2 : 3 이 되는 a 의 값은?

① ± 1

② ± 2

③ ± 3

④ ± 4

⑤ ± 5

해설

두 근을 각각 $2k, 3k(k \neq 0)$ 라고 하면

$$\begin{aligned} 2(x - 2k)(x - 3k) &= 2x^2 - 10kx + 12k^2 \\ &= 2x^2 - 2ax + 12 \end{aligned}$$

$$\therefore k = \pm 1, a = \pm 5$$

20. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 근을 구하는데 소연은 일차항의 계수를 잘못 보고 풀어서 두 근이 $x = 1 \pm \sqrt{2}$ 가 나왔고, 소희는 상수항을 잘못 보고 풀어서 두 근이 $x = 2 \pm \sqrt{6}$ 이 나왔다. 이 때, ab 의 값은?

- ① -4
- ② -2
- ③ 1
- ④ 2
- ⑤ 4

해설

근과 계수와의 관계에 의해 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두근의 합은 $-a$,
두 근의 곱은 b 이다.
소연이는 상수항은 제대로 본 것이므로 소연이가 구한 두 근의 곱은
 $(1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2}) = -1 = b$
한편, 소희는 일차항을 제대로 본 것이므로 소희가 구한 두 근의 합은
 $(2 + \sqrt{6}) + (2 - \sqrt{6}) = -a$
 $\therefore a = -4, b = -1$
 $\therefore ab = 4$

해설

소연이 푼 식은
 $\{x - (1 + \sqrt{2})\} \{x - (1 - \sqrt{2})\} = 0$
소연이는 상수항을 제대로 본 것이므로 구하는 상수항 $b =$
 $(1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2}) = -1$
소희가 푼 식은
 $\{x - (2 + \sqrt{6})\} \{x - (2 - \sqrt{6})\} = 0$
소희는 일차항의 계수를 제대로 본 것이므로 일차항의 계수는
 $a = -2 + \sqrt{6} - 2 - \sqrt{6} = -4$
따라서, 처음 이차방정식은 $x^2 - 4x - 1 = 0$
 $\therefore ab = 4$

21. 1 부터 9 까지의 숫자 중에서 서로 다른 숫자가 각각 적힌 n 장의 카드가 있다. 2 장을 뽑아 만들 수 있는 두 자리 자연수가 모두 72 개 일 때, n 의 값은?

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

0 을 포함하지 않는 자연수를 만들 때, 2 장을 뽑아 만들 수 있는 두 자리의 자연수의 개수는 $n(n-1)$ 이다.

$$n(n-1) = 72$$

$$n^2 - n - 72 = 0$$

$$(n+8)(n-9) = 0$$

따라서 $n = 9$ ($\because n$ 은 자연수)이다.

22. 세 자리 자연수가 있다 각 자리의 수의 합은 9이고, 일의 자리의 수의 2배는 다른 두 자리의 수의 합과 같다.
또, 이 자연수의 각 자리수를 거꾸로 늘어놓아 얻은 자연수는 처음 자연수보다 99만큼 크다. 처음 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 243

해설

일의 자리, 십의 자리, 백의 자리의 수를 각각 p, q, r 라 하면,
 p, q 는 0 이상 10미만의 정수이고
 r 은 1 이상 10미만의 자연수이다.

$$\begin{cases} p + q + r = 9 & \cdots \textcircled{1} \\ 2p = q + r & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

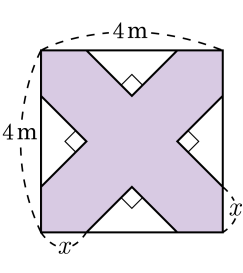
$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서 $p = 3$

$$(100r + 10q + 3) + 99 = 100 \times 3 + 10q + r$$

$$\therefore r = 2, q = 4$$

따라서 구하는 수는 243 이다.

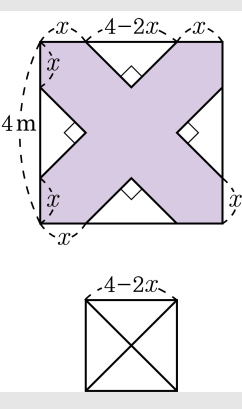
23. 한 변의 길이가 4m 인 정사각형 모양의 어느 벽면에 다음 그림과 같이 4개의 똑같은 직각이등변삼각형을 제외한 나머지 부분에 칠을 하려고 한다. 칠한 부분의 넓이가 전체 넓이의 $\frac{3}{4}$ 이라 할 때, x 의 값은?



- ① 1m
 ② $\frac{1}{2}$ m
 ③ $(-2 + \sqrt{7})$ m
- ④ $\frac{3}{4}$ m
 ⑤ $\frac{5}{8}$ m

해설

빗변의 길이가 $4 - 2x$ 인 직각이등변 삼각형 4개를 붙이면 한 변의 길이가 $4 - 2x$ 인 정사각형이 된다. 색칠된 부분의 넓이가 전체 넓이의 $\frac{3}{4}$ 이므로 다음 그림의 정사각형의 넓이는 전체의 $\frac{1}{4}$ 이다. $(4 - 2x)^2 = \frac{1}{4} \times 16$
 $16 - 16x + 4x^2 = 4$
 $x^2 - 4x + 3 = (x - 3)(x - 1) = 0$
 $\therefore x = 1$ 또는 $x = 3$
 $x < 2$ 이므로 $x = 1$ (m)



24. 이차함수 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 y 절편은 -3 이고, $f(-3) = f(1)$, $a + b = 3$ 을 만족할 때, $a - b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$f(x) = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 y 절편은 -3 이므로 $c = -3$

$f(-3) = f(1)$ 이므로

$$9a - 3b + c = a + b + c$$

$$2a = b$$

또한 $a + b = 3$ 이므로 $a = 1$, $b = 2$

$$\therefore a - b + c = 1 - 2 - 3 = -4$$

25. 다음 이차함수의 그래프 중 4 번째로 폭이 좁은 것은?

① $y = -(x-2)^2$

② $y = \frac{2x(x-1)(x+1)}{x-1}$

③ $y = \frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{3}$

④ $y = -3x^2 + x$

⑤ $y = -\frac{5}{2}x^2$

해설

a 의 절댓값이 클수록 폭이 좁아진다.

a 의 절댓값을 각각 구하면

① 1

② 2

③ $\frac{1}{3}$

④ 3

⑤ $\frac{5}{2}$

이므로 폭이 좁은 순서는 ④, ⑤, ②, ①, ③이다. 따라서 네 번째로 폭이 좁은 것은 ①이다.

26. 이차함수 $y = 3x^2 + 2x + a$ 의 그래프가 점 $(a, a^2 + 2)$ 를 지나고 x 축과 두 점에서 만나도록 a 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -2$

해설

$$a^2 + 2 = 3a^2 + 2a + a, 2a^2 + 3a - 2 = 0,$$

$$(2a - 1)(a + 2) = 0$$

$$\therefore a = \frac{1}{2}, -2$$

x 축과 두 점에서 만나므로

$$D = 2^2 - 4 \cdot 3 \cdot a > 0, a < \frac{1}{3}$$

$$\therefore a = -2$$

27. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 꼭짓점이 점 $(-5, -7)$ 일 때, 이 함수의 그래프가 제4 사분면을 지나지 않기 위해서 a 값이 가질 수 있는 범위는?

① $a \leq -\frac{3}{4}$
④ $a \leq \frac{7}{25}$

② $a \geq -\frac{3}{4}$
⑤ $0 < a \leq \frac{7}{5}$

③ $a \geq \frac{7}{25}$

해설

$$y = a(x + 5)^2 - 7 = ax^2 + 10ax - 7 + 25a$$

$$(y\text{절편}) \geq 0$$

$$-7 + 25a \geq 0$$

$$\therefore a \geq \frac{7}{25}$$

28. $x = 1$ 일 때 최솟값 1 을 갖고, y 절편이 2 인 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을 $y = a(x - p)^2 + q$ 라 할 때, 상수 a, p, q 의 곱 apq 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned}y &= a(x - 1)^2 + 1 \\&= a(x^2 - 2x + 1) + 1 \\&= ax^2 - 2ax + a + 1 \\a + 1 &= 2, \quad a = 1 \\y &= (x - 1)^2 + 1 \\p &= 1, q = 1 \\\therefore apq &= 1\end{aligned}$$

29. 이차함수 $y = x^2 - 4kx + 2k^2 + k - 1$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, m 의 최댓값은?

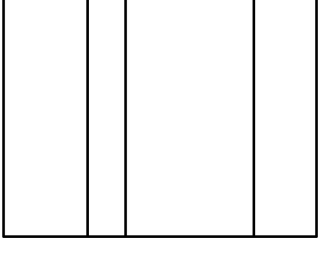
- ① $-\frac{7}{8}$ ② -1 ③ $\frac{1}{8}$ ④ 1 ⑤ $-\frac{9}{8}$

해설

$$y = x^2 - 4kx + 2k^2 + k - 1 = (x - 2k)^2 - 2k^2 + k - 1$$

$m = -2k^2 + k - 1 = -2\left(k - \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{7}{8}$ 이므로 m 의 최댓값은 $-\frac{7}{8}$ 이다.

30. 어떤 농부가 길이 700m 의 철망을 가지고 그림과 같은 모양의 가축우리를 만들려고 한다. 전체 우리의 넓이를 최대로 하는 바깥 직사각형의 가로, 세로의 길이 중 짧은 것은 몇 m 인가?



- ① 60m ② 70m ③ 80m ④ 90m ⑤ 100m

해설

세로의 길이를 x 라 하면 세로가 5 개 있으므로 필요한 길이는 $5x$,

가로의 길이는 $\frac{1}{2}(700 - 5x)$ 이다. 전체 넓이를 S 라 하면

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2}(700 - 5x) \cdot x \\ &= -\frac{5}{2}x^2 + 350x \\ &= -\frac{5}{2}(x^2 - 140x + 70^2 - 70^2) \\ &= -\frac{5}{2}(x - 70)^2 + 12250 \end{aligned}$$

따라서 넓이는 세로가 70m , 가로가 175m 일 때 최대이다.

31. 이차방정식 $m^2x^2 - n^2x = 1$ 이 서로 다른 두 정수를 근으로 가질 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$m^2x^2 - n^2x - 1 = 0$ 에서

서로 다른 두 정수근을 $\alpha, \beta (\alpha \neq \beta)$ 라 하면

$$\alpha + \beta = \frac{n^2}{m^2}, \alpha\beta = -\frac{1}{m^2}$$

이때, α, β 가 정수이므로 $\alpha\beta = -\frac{1}{m^2}$ 도 정수이다.

$\therefore m = 1$ 또는 $m = -1$

따라서 $\alpha\beta = -1$ 에서 $\alpha = 1, \beta = -1$ 또는 $\alpha = -1, \beta = 1$

$$\alpha + \beta = \frac{n^2}{m^2} \text{ 이므로}$$

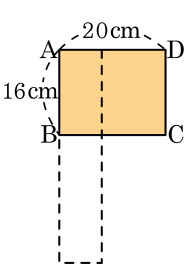
$$\frac{n^2}{m^2} = 0 \quad \therefore n = 0$$

32. $\frac{7}{3+\sqrt{2}}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라 할 때, b 는 이차방정식 $ax^2-kx-m=0$ 의 한 근이다. 이때, 유리수 k, m 의 차 $k-m$ 의 값은?
- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$$\begin{aligned} \frac{7}{3+\sqrt{2}} &= \frac{7(3-\sqrt{2})}{7} = 3-\sqrt{2} = 1.\times\times\times \\ \therefore a &= 1, b = 2-\sqrt{2} \\ 2-\sqrt{2}, 2+\sqrt{2} &\text{가 } ax^2-kx-m=0 \text{ 의 근이므로} \\ \frac{k}{a} &= 4, -\frac{m}{a} = 2 \\ \therefore k &= 4, m = -2 \\ \therefore k-m &= 4-(-2) = 6 \end{aligned}$$

33. 다음 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 20cm, 16cm 인 직사각형에서 가로의 길이는 매초 2cm 씩 줄어들고, 세로의 길이는 매초 4cm 씩 늘어난다고 할 때, 넓이가 처음 직사각형의 넓이와 같아 지는데 걸리는 시간은?

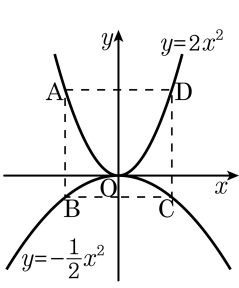


- ① 2 초 ② 4 초 ③ 6 초
- ④ 8 초 ⑤ 10 초

해설

구하는 시간을 x 초 라 하면
 처음 넓이는 $20 \times 16 = 320$
 x 초 후의 넓이는 $(20 - 2x)(16 + 4x)$ 이다.
 따라서 $(20 - 2x)(16 + 4x) = 320$
 $-8x^2 + 48x = 0 \rightarrow x(x - 6) = 0$
 $x > 0$ 이므로 $x = 6$

34. 다음 그림과 같이 두 이차함수 $y = 2x^2$, $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프 위에 있는 네 점 A, B, C, D가 정사각형을 이룰 때, 점 D의 x 좌표는?



- ① $\frac{2}{3}$ ② 1 ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

해설

점 D의 좌표를 $(a, 2a^2)$ 이라 하면

$$B\left(-a, -\frac{1}{2}a^2\right), C\left(a, -\frac{1}{2}a^2\right)$$

$\overline{DC} = \overline{BC}$ 이므로

$$2a^2 + \frac{1}{2}a^2 = 2a, 5a^2 = 4a$$

$$\therefore a = \frac{4}{5} (\because a \neq 0)$$

35. 좌표평면 위의 $-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{5}{2}, -\frac{5}{2} \leq y \leq \frac{1}{2}$ 의 영역에서 x, y 좌표가 모두 정수인 점 중 3개를 지나는 서로 다른 이차함수의 그래프는 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 14개

해설

주어진 범위에서 x 좌표가 될 수 있는 정수는 0, 1, 2이고 y 좌표가 될 수 있는 정수는 $-2, -1, 0$ 이다. 포물선이 아래로 볼록한 경우에 아래 그림과 같이 모두 7개를 그릴 수 있다.

포물선이 위로 볼록한 경우도 마찬가지로 7개의 포물선을 그릴 수 있다. 따라서 구하는 포물선의 개수는 14개이다.

36. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 x 축과 만나는 두 점을 각각 A (1, 0), B (-7, 0)이라고 할 때, 두 점 A, B 와 y 절편으로 이루어지는 삼각형의 넓이는 28 이다. 두 점 A, B 와 꼭짓점으로 이루어지는 삼각형의 넓이를 구하여라. (단, $a > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 64

해설

y 절편의 절댓값을 m 이라고 하면

$$\frac{1}{2} \times (1 + 7) \times m = 28 \quad \therefore m = 7$$

$a > 0$ 이고, x 절편이 -7, 1 이므로 y 절편은 음수이다. $y =$

$a(x + 7)(x - 1)$ 의 그래프가 (0, -7) 을 지나므로

$$-7 = -7a \quad \therefore a = 1$$

$$y = (x + 7)(x - 1)$$

$$= x^2 + 6x - 7$$

$$= (x + 3)^2 - 16$$

따라서 삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 8 \times 16 = 64$ 이다.

37. 이차함수 $y = -2x^2 - ax + 7$ 의 그래프가 점 $(1, 1)$ 을 지날 때의 설명으로 옳지 않은 것은?

- ① 직선 $x = -1$ 을 축으로 한다.
- ② 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 7)$ 이다.
- ③ $y = -2x^2 + 4x + 7$ 의 그래프와 y 축에 대하여 대칭이다.
- ④ x 축과 두 점에서 만난다.
- ⑤ y 축과의 교점의 좌표는 $(0, 7)$ 이다.

해설

$y = -2x^2 - ax + 7$ 의 그래프가 점 $(1, 1)$ 을 지나므로 $x = 1, y = 1$ 을 대입하면,

$$-2 - a + 7 = 1 \therefore a = 4$$

따라서 포물선의 식은 $y = -2x^2 - 4x + 7 = -2(x + 1)^2 + 9$

① 축의 식은 $x = -1$

② 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 9)$

③ y 축에 대칭인 그래프는 x 대신 $-x$ 를 대입하면 $y = -2x^2 + 4x + 7$

④ 그래프의 개형 (대략적인 모양) 을 그려보면 x 축과 두 점에서 만난다.

⑤ y 절편은 7 이고 y 축과의 교점의 좌표는 $(0, 7)$

38. 함수 $f(x) = 2x - 1$, $g(x) = 2x^2$, $h(x) = -x + 2$ 에 대하여 $h(g(f(x)))$ 의 최댓값을 M 이라 할 때, $h(g(f(M)))$ 의 값을 구하여라.

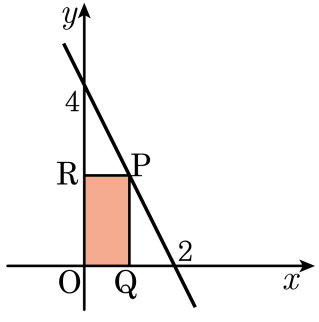
▶ 답 :

▷ 정답 : -16

해설

$$\begin{aligned} g(f(x)) &= 2(2x - 1)^2, \\ h(g(f(x))) &= -2(2x - 1)^2 + 2 \text{ 이므로} \\ M &= 2 \\ \therefore h(g(f(M))) &= -2(2M - 1)^2 + 2 = -16 \end{aligned}$$

39. 직선 $y = -2x + 4$ 위의 제1 사분면에 있는 한 점 P 에서 x 축, y 축에 수선을 그어 그때의 수선의 발을 각각 Q, R 이라 할 때, 사각형 OQPR 의 넓이의 최댓값은?



- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 7

해설

$$\begin{aligned} y &= x(-2x + 4) \quad (0 < x < 2) \\ &= -2x^2 + 4x \\ &= -2(x^2 - 2x + 1 - 1) \\ &= -2(x - 1)^2 + 2 \\ x &= 1 \text{ 일 때 최댓값 } 2 \end{aligned}$$

40. 지면으로부터 20 m 높이의 옥상에서 초속 20 m 로 쏘아 올린 물체의 t 초 후의 높이를 h m 라 할 때, 관계식 $h = 20t - t^2 + 20$ 이 성립한다. 높이가 가장 높을 때는 던진 후 몇 초 후인가?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$$\begin{aligned}h &= 20t - t^2 + 20 \\&= -(t^2 - 20t) + 20 \\&= -(t - 10)^2 + 120\end{aligned}$$

따라서 $t = 10$ 일 때 최댓값 120 를 가진다.