

1. 연립부등식 $\begin{cases} 2(2x-1) < 10 \\ 3(1-5x) < 7 \end{cases}$ 을 만족하는 정수 x 의 개수는?

① 3 개 ② 4 개 ③ 5 개 ④ 6 개 ⑤ 7 개

해설

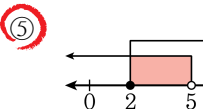
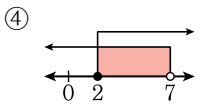
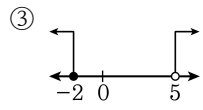
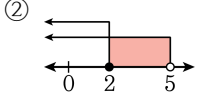
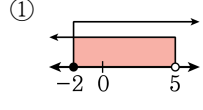
$$2(2x-1) < 10 \Rightarrow x < 3$$

$$3(1-5x) < 7 \Rightarrow x > -\frac{4}{15}$$

$\therefore -\frac{4}{15} < x < 3$ 을 만족하는 정수는 0, 1, 2 로 총 3 개이다.

2. 다음 연립방정식의 해를 수직선 위에 바르게 나타낸 것은?

$$\begin{cases} 4(5 - 2x) \leq 4 \\ 3(7x + 1) < 108 \end{cases}$$



해설

$$\begin{aligned} 4(5 - 2x) \leq 4 &\Rightarrow x \geq 2 \\ 3(7x + 1) < 108 &\Rightarrow x < 5 \\ \therefore 2 \leq x < 5 \end{aligned}$$

3. 연립부등식 $\begin{cases} 3.1 + 1.7x \geq -2 \\ 4(1 - 2x) \geq 16 \end{cases}$ 을 만족하는 정수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

$$\begin{cases} 3.1 + 1.7x \geq -2 \\ 4(1 - 2x) \geq 16 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 31 + 17x \geq -20 \\ 4 - 8x \geq 16 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \geq -3 \\ x \leq -\frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\therefore -3 \leq x \leq -\frac{3}{2}$$

만족하는 정수 x 의 합은 $-3 - 2 = -5$ 이다.

4. 연립부등식 $\begin{cases} -x < \frac{x-3}{2} \\ 0.3x + 0.4 \geq 0.2x + 0.3 \end{cases}$ 의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x > 1$

해설

$$\begin{cases} -x < \frac{x-3}{2} \\ 0.3x + 0.4 \geq 0.2x + 0.3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x \geq -1 \end{cases}$$

따라서 $x > 1$ 이다.

5. $A = 3x + m, B = 4x + 3n, C = x - 2n$ 에 대하여 연립부등식 $A < B \leq C$ 를 $A < B, A \leq C$ 로 잘못 풀었더니, 해가 $1 < x \leq 2$ 가 되었다. 이 부등식을 올바르게 풀었을 때의 $A < B \leq C$ 를 만족하는 해의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{3}$

해설

$$\begin{cases} 3x + m < 4x + 3n & \cdots \textcircled{A} \\ 3x + m \leq x - 2n & \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

①에서 $x > m - 3n$

②에서 $x \leq \frac{-m - 2n}{2}$

이 연립부등식의 해가 $1 < x \leq 2$ 이므로

$$m - 3n = 1, \frac{-m - 2n}{2} = 2$$

$\therefore m = -2, n = -1$

즉, 연립부등식 $3x - 2 < 4x - 3 \leq x + 2$ 를 풀면

$$\begin{cases} 3x - 2 < 4x - 3 & \Rightarrow x > 1 \\ 4x - 3 \leq x + 2 & \Rightarrow x \leq \frac{5}{3} \end{cases}$$

따라서 $1 < x \leq \frac{5}{3}$ 를 만족하는 해의 최댓값은 $\frac{5}{3}$ 이다.

6. $A = 2(x + m)$, $B = 5x + 4n$, $C = 3x - 2n$ 에 대하여 연립부등식 $A \leq B \leq C$ 를 풀었는데, 실수로 m 과 n 의 값을 바꾸어 푸는 바람에 해가 $8 \leq x \leq 21$ 이 되었다. 이 부등식을 올바르게 풀었을 때의 $A \leq B \leq C$ 를 만족하는 해의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$A = 2(x + m)$, $B = 5x + 4n$, $C = 3x - 2n$ 에 대하여 $A \leq B \leq C$ 를 풀면,

$$\begin{cases} 2(x + m) \leq 5x + 4n & \Rightarrow x \geq \frac{2}{3}(m - 2n) \\ 5x + 4n \leq 3x - 2n & \Rightarrow x \leq -3n \end{cases}$$

$\frac{2}{3}(m - 2n) \leq x \leq -3n$ 에서 잘못하여 m 과 n 의 값을 바꾸어 풀었으므로,

$\frac{2}{3}(n - 2m) \leq x \leq -3m$ 이 되고 이 해집합이 $8 \leq x \leq 21$ 과 동일하므로,

$$\begin{cases} -3m = 21 & \Rightarrow m = -7 \\ \frac{2}{3}(n - 2m) = 8 & \Rightarrow n = -2 \end{cases}$$

따라서 올바른 해를 구하면

$$\frac{2}{3}(-7 - 2 \times (-2)) \leq x \leq -3 \times (-2) \text{ 이 되어}$$

$-2 \leq x \leq 6$ 이고, 이를 만족하는 해의 최솟값은 -2 이다.

7. 연립부등식 $\begin{cases} 4x - 1 < 3x + 5 \\ 6x + a \leq 7x + 1 \end{cases}$ 을 동시에 만족하는 정수의 개수가

2개 일 때, 상수 a 의 값의 범위는?

▶ 답 :

▷ 정답 : $4 < a \leq 5$

해설

$4x - 1 < 3x + 5$ 를 풀면 $x < 6$ 이고, $6x + a \leq 7x + 1$ 을 풀면 $a - 1 \leq x$ 이다.
따라서 $a - 1 \leq x < 6$ 을 만족하는 정수의 개수가 2개이기 위해서 $3 < a - 1 \leq 4$, 따라서 $4 < a \leq 5$ 이다.

8. 연립부등식 $\begin{cases} 3x > a \\ 5x - 1 \leq 4x + 9 \end{cases}$ 을 만족하는 정수의 개수가 4 일 때,
 a 의 값의 범위는?
- ① $16 \leq a < 17$ ② $17 \leq a < 19$ ③ $18 \leq a < 19$
④ $18 \leq a < 21$ ⑤ $20 \leq a < 21$

해설

$5x - 1 \leq 4x + 9$ 를 풀면 $x \leq 10$ 이고, $3x > a$ 를 풀면 $x > \frac{a}{3}$ 이다.
따라서 $\frac{a}{3} < x \leq 10$ 이고 만족하는 정수의 개수가 4 개가 되기
위해서 $6 \leq \frac{a}{3} < 7$, 따라서 $18 \leq a < 21$ 이다.

9. 연립부등식 $\begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{a}{4} \geq \frac{x}{4} - \frac{1}{8} \\ 3x - 1 \geq 5x - 7 \end{cases}$ 을 만족하는 정수 x 가 3개일 때, 상수

a 의 값의 범위는?

- ① $-\frac{1}{2} < a \leq \frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{2} \leq a < \frac{1}{2}$ ③ $0 \leq a < 1$
④ $\frac{1}{2} < a \leq \frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{1}{2} \leq a < \frac{3}{2}$

해설

$$\frac{x}{2} - \frac{a}{4} \geq \frac{x}{4} - \frac{1}{8} \text{ 에서 } x \geq a - \frac{1}{2}$$

$$3x - 1 \geq 5x - 7 \text{ 에서 } x \leq 3$$

$$\therefore a - \frac{1}{2} \leq x \leq 3$$

연립부등식을 만족하는 정수 x 가 3개이려면

$$0 < a - \frac{1}{2} \leq 1$$

$$\therefore \frac{1}{2} < a \leq \frac{3}{2}$$

10. 두 부등식 $A: x < a$, $B: \frac{5}{3}x - 1 < x + \frac{1}{3}$ 에 대하여 B 에서 A 를 제외한 수 중 정수가 1개일 때, 자연수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

B 에서 양변에 3을 곱하면 $5x - 3 < 3x + 1$ 이고, $2x < 4$, $x < 2$ 이다.

B 에서 A 를 제외한 정수인 원소의 개수가 1개가 되려면 $0 < a \leq 1$, 따라서 자연수 a 의 값은 1이다.

11. 두 부등식 $0.7 - x \leq -2 - 0.1x$, $\frac{2+x}{3} \geq x + a$ 의 공통 부분이 없을 때, a 의 값 중 가장 작은 정수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$0.7 - x \leq -2 - 0.1x \quad 7 - 10x \leq -20 - x - 9x \leq -27, \quad x \geq 3$$

$$\frac{2+x}{3} \geq x + a \quad 2 + x \geq 3x + 3a - 2x \geq 3a - 2, \quad x \leq 1 - \frac{3}{2}a$$

공통 부분이 없으므로 $1 - \frac{3}{2}a < 3$,

$$-\frac{3}{2}a < 2$$

$$\therefore a > -\frac{4}{3}$$

따라서 가장 작은 정수 a 의 값은 -1이다.

12. 연립부등식 $\begin{cases} 2x-1 < 5 \\ 5-x \leq a+3 \end{cases}$ 이 해를 가질 때, a 의 값의 범위를 구하면?

① $a < 5$

② $a \leq 5$

③ $a > -1$

④ $a < -1$

⑤ $a \geq -1$

해설

i) $2x-1 < 5, x < 3$

ii) $5-x \leq a+3, x \geq 2-a$

$2-a < 3$

$\therefore a > -1$

13. 연립부등식 $\begin{cases} 1-3x \geq -5 \\ 4x-a > 2(x-2) \end{cases}$ 의 해가 없을 때, 상수 a 의 값의 범위는?

① $a \geq 8$

② $a < 4$

③ $\frac{1}{2} \leq a < 2$

④ $4 \leq a < 8$

⑤ $-4 \leq a < 8$

해설

$$1-3x \geq -5, \quad 2 \geq x$$

$$4x-a > 2(x-2), \quad x > \frac{a-4}{2}$$

$$\text{해가 없으므로 } \frac{a-4}{2} \geq 2, \quad a \geq 8$$

14. 연립부등식

$$\begin{cases} a + 5x < 2a \\ 2(x - 1) \geq -6 \end{cases}$$
이 해를 갖지 않기 위한 정수 a 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -10

해설

$$a + 5x < 2a$$

$$x < \frac{a}{5}$$

$$2(x - 1) \geq -6$$

$$2x - 2 \geq -6$$

$$\therefore x \geq -2$$

연립부등식이 해를 갖지 않으려면

$$\frac{a}{5} \leq -2$$

$$\therefore a \leq -10$$

따라서 a 의 최댓값은 -10 이다.

15. 두 부등식 $2(5 - 2x) \geq x + 5$, $2x + 1 > x + a$ 의 공통해가 존재하지 않을 때, a 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a \geq 2$

해설

$$2(5 - 2x) \geq x + 5, 5 \geq 5x \quad \therefore x \leq 1$$

$$2x + 1 > x + a \quad \therefore x > a - 1$$

따라서 해가 존재하지 않기 위해서는 $a - 1 \geq 1$ 이어야 한다.

$$\therefore a \geq 2$$