

1. $-1 \leq x \leq 1$ 일 때, $\frac{4-2x}{3-x}$ 의 범위를 구하면 $a \leq \frac{4-2x}{3-x} \leq b$ 라 할 때, $a+2b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\frac{4-2x}{3-x} = \frac{2(3-x)-2}{3-x} = 2 - \frac{2}{3-x} \text{ 이므로}$$

$$-1 \leq x \leq 1 \text{의 각 변에 } -1 \text{을 곱하면 } -1 \leq -x \leq 1$$

$$\text{각 변에 } 3 \text{을 더하면 } 2 \leq 3-x \leq 4$$

$$\text{역수를 취하면 } \frac{1}{4} \leq \frac{1}{3-x} \leq \frac{1}{2}$$

$$\text{각 변에 } -2 \text{를 곱하면 } -1 \leq -\frac{2}{3-x} \leq -\frac{1}{2}$$

$$\text{각 변에 } 2 \text{를 더하면 } 1 \leq 2 - \frac{2}{3-x} \leq \frac{3}{2}$$

$$a = 1, b = \frac{3}{2} \text{ 이므로 } a + 2b = 4$$

2. 두 수 x, y 의 값의 범위가 $-3 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq \frac{1}{2}$ 일 때, $x^2 - y^2$ 의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-1 \leq x^2 - y^2 \leq 9$

해설

$-3 \leq x \leq 1$ 에서 x^2 의 값의 최솟값은 0 이고, 최댓값은 9 이므로
 $0 \leq x^2 \leq 9 \cdots \textcircled{A}$

$-1 \leq y \leq \frac{1}{2}$ 에서 y^2 의 최솟값은 0 이고, 최댓값은 1 이므로
 $0 \leq y^2 \leq 1$ 따라서 $-1 \leq -y^2 \leq 0 \cdots \textcircled{B}$

$\textcircled{A} + \textcircled{B}$ 을 하면

$-1 \leq x^2 - y^2 \leq 9$

3. a, b, c 는 연속하는 3 개의 3 의 배수이다. $\frac{66}{b} \leq a - c \leq \frac{84}{b}$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -36

해설

a, b, c 가 연속하는 3 의 배수이므로 $b-3, b, b+3$ 으로 놓을 수 있다.

$$\frac{66}{b} \leq a - c \leq \frac{84}{b}$$

$$\frac{66}{b} \leq (b-3) - (b+3) \leq \frac{84}{b}$$

$$\frac{66}{b} \leq -6 \leq \frac{84}{b} \text{ 이므로}$$

$$\frac{66}{b} \leq -6, \frac{1}{b} \leq -\frac{1}{11}$$

$$-6 \leq \frac{84}{b}, \frac{1}{b} \geq -\frac{1}{14}$$

$$\therefore -\frac{1}{14} \leq \frac{1}{b} \leq -\frac{1}{11}, b = -12$$

따라서 $a = -15, c = -9$ 이므로

$a + b + c = -15 - 12 - 9 = -36$ 이다.

4. 1 이 아 닌 세 자 연 수 x, y, z 가
$$\frac{(x-1)(1-y) + (y-1)(1-z) + (z-1)(1-x)}{(1-x)(1-y)(1-z)} = 1$$
 을 만족할 때, xyz 의 값이 될 수 있는 수를 모두 구하여라.
- ▶ 답 :
▶ 답 :
▶ 답 :
▷ 정답 : 64
▷ 정답 : 75
▷ 정답 : 84

해설

$$\frac{(x-1)(1-y) + (y-1)(1-z) + (z-1)(1-x)}{(1-x)(1-y)(1-z)} = 1$$
 를 간단히 하면
$$\frac{1}{x-1} + \frac{1}{y-1} + \frac{1}{z-1} = 1$$
$$x \leq y \leq z$$
 라 하면
$$\frac{1}{x-1} + \frac{1}{y-1} + \frac{1}{z-1} \leq \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-1} = \frac{3}{x-1}$$
 에서
$$1 \leq \frac{3}{x-1}, 1 < x-1 \leq 3$$
$$\therefore 2 < x \leq 4 \rightarrow x = 3, 4$$

(1) $x = 3$ 일 때, $\frac{1}{y-1} + \frac{1}{z-1} = \frac{1}{2}$ 이므로 $\frac{1}{y-1} + \frac{1}{z-1} \leq \frac{1}{y-1} + \frac{1}{y-1} = \frac{2}{y-1}$ 에서
$$\frac{1}{2} \leq \frac{2}{y-1}, 1 < y-1 \leq 4 \therefore 2 < y \leq 5, y = 3, 4, 5$$
$$y = 3$$
 이면 성립하지 않는다.
 $y = 4$ 이면 $z = 7, y = 5$ 이면 $z = 5$

(2) $x = 4$ 일 때, $\frac{1}{y-1} + \frac{1}{z-1} = \frac{2}{3}$ 이므로
$$\frac{1}{y-1} + \frac{1}{z-1} \leq \frac{1}{y-1} + \frac{1}{y-1} = \frac{2}{y-1}$$
$$\frac{2}{3} \leq \frac{2}{y-1}, 1 < y-1 \leq 3 \therefore 2 < y \leq 4, y = 3, 4$$
$$y = 3$$
 이면 $z = 7, y = 4$ 이면 $z = 4$
 (x, y, z) 의 순서쌍은 $(3, 4, 7), (3, 5, 5), (4, 3, 7), (4, 4, 4)$
그런데 $(4, 3, 7)$ 은 $x \leq y \leq z$ 의 조건에 맞지 않으므로 제외한다.
따라서 xyz 의 값이 될 수 있는 것은 64, 75, 84 이다.

5. 부등식 $\frac{x-2}{3} - \frac{2x-3}{4} \geq 1$ 을 만족하는 가장 큰 정수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$$\frac{x-2}{3} - \frac{2x-3}{4} \geq 1, \quad 4(x-2) - 3(2x-3) \geq 12, \quad -2x \geq 11,$$

$$x \leq -\frac{11}{2}$$

따라서 가장 큰 정수는 -6 이다.

6. 부등식 $\frac{x-1}{2} + \frac{5}{6} > \frac{2x}{3}$ 을 만족하는 정수 중 최댓값을 a , 부등식 $\frac{1}{2}(3x+7) - 2x \leq \frac{1-x}{5} + 3$ 을 만족하는 정수 중 최솟값을 b 라고 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$\frac{x-1}{2} + \frac{5}{6} > \frac{2x}{3}$ 의 양변에 6을 곱하면

$$3x - 3 + 5 > 4x$$

$$-x > -2$$

$$x < 2$$

따라서 $a = 1$ 이다.

$\frac{1}{2}(3x+7) - 2x \leq \frac{1-x}{5} + 3$ 의 양변에 10을 곱하면

$$15x + 35 - 20x \leq 2 - 2x + 30$$

$$-3x \leq -3$$

$$x \geq 1$$

따라서 $b = 1$ 이다.

$$\therefore a + b = 1 + 1 = 2$$

7. 어떤 수 A 를 소수점 아래 둘째자리에서 반올림한 값이 1.2일 때, $4A - \frac{1}{2}$ 을 소수 첫째 자리에서 반올림한 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

A 의 값의 범위를 구하면

$(1.2 - 0.05) \leq A < (1.2 + 0.05)$ 에서

$1.15 \leq A < 1.25$

각 변에 4를 곱하면 $4.6 \leq 4A < 5$

각 변에 $\frac{1}{2}$ 을 빼면 $4.1 \leq 4A - \frac{1}{2} < 4.5$

따라서 $4A - \frac{1}{2}$ 을 소수 첫째 자리에서 반올림한 값은 4이다.

8. $\frac{1}{4}a + \frac{1}{2} \leq \frac{1}{3}a - \frac{1}{6}$ 를 만족하는 가장 작은 정수를 a 라고 할 때,
 $2x + 1 \geq \frac{1}{3} + \frac{1}{3}ax$ 의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x \leq 1$

해설

$$\frac{1}{4}a + \frac{1}{2} \leq \frac{1}{3}a - \frac{1}{6}$$

$$-\frac{1}{12}a \leq -\frac{2}{3}$$

$$a \geq 8$$

$$\therefore a = 8$$

$$2x + 1 \geq \frac{1}{3} + \frac{1}{3}ax$$

$$\left(2 - \frac{1}{3}a\right)x \geq -\frac{2}{3}$$

$$a = 8 \text{ 이므로 } \left(2 - \frac{1}{3} \times 8\right)x \geq -\frac{2}{3}$$

$$x \leq -\frac{2}{3} \times \left(-\frac{3}{2}\right)$$

$$\therefore x \leq 1$$

9. $3^{a-2} + 3 = 30$ 일 때, 부등식 $\frac{ax-3}{2} + 4 \leq x+7$ 을 만족하는 자연수 x 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 3 개

해설

$3^{a-2} = 27 = 3^3$
 $a - 2 = 3, a = 5$
 $\frac{5x-3}{2} + 4 \leq x+7$
 $5x-3+8 \leq 2x+14$
 $3x \leq 9$
 $\therefore x \leq 3$
자연수 x 는 1, 2, 3 의 3 개이다.

10. $a < 1$ 일 때, 일차부등식 $2ax + 8 > (b - 2)x^2 + bx$ 를 풀어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x < \frac{-4}{a-1}$

해설

$2ax + 8 > (b - 2)x^2 + bx$ 이 일차부등식이므로

$b - 2 = 0, b = 2$

$2ax + 8 > 2x,$

$2(a - 1)x > -8$

$a < 1$ 이므로

$x < \frac{-8}{2(a-1)}$

$\therefore x < \frac{-4}{a-1}$

11. 두 부등식 $0.5(7x+3) > 1.3(2x-a)$ 와 $\frac{x-2}{4} - \frac{2x-3}{5} < 1$ 의 해가 서로 같을 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$0.5(7x+3) > 1.3(2x-a)$ 의 양변에 10을 곱하면

$$5(7x+3) > 13(2x-a)$$

$$35x+15 > 26x-13a$$

$$9x > -13a-15$$

$$\therefore x > \frac{-13a-15}{9}$$

$\frac{x-2}{4} - \frac{2x-3}{5} < 1$ 의 양변에 20을 곱하면

$$5(x-2) - 4(2x-3) < 20$$

$$5x-10-8x+12 < 20$$

$$-3x+2 < 20$$

$$\therefore x > -6$$

두 부등식의 해가 서로 같으므로

$$\frac{-13a-15}{9} = -6$$

$$-13a-15 = -54$$

$$-13a = -39$$

$$\therefore a = 3$$

12. x 에 관한 부등식 $3 - \frac{x-a}{3} > \frac{a+x}{2}$ 의 해가 $4(x+4) < x+7$ 의 해와 같을 때, a 의 값은?

① -33 ② -3 ③ 3 ④ 15 ⑤ 33

해설

첫 번째 부등식을 정리하면 $\frac{18-a}{5} > x$

두 번째 부등식을 정리하면 $x < -3$

두 부등식의 해가 같으므로

$$\frac{18-a}{5} = -3$$

$$\therefore a = 33$$

13. $a > 0$ 일 때, 두 부등식 $\frac{3x+1}{a} < \frac{x+2}{4}$, $0.5(x+1) < 0.3(x+3)$ 의 해가 같을 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$0.5(x+1) < 0.3(x+3)$ 의 양변에 10 을 곱하면

$$5(x+1) < 3(x+3)$$

$$5x+5 < 3x+9$$

$$\therefore x < 2$$

$\frac{3x+1}{a} < \frac{x+2}{4}$ 의 양변에 $4a$ 를 곱하면

$$4(3x+1) < a(x+2)$$

$$12x+4 < ax+2a$$

$$(12-a)x < 2a-4$$

두 부등식의 해가 서로 같으므로 $12-a > 0$ 이고 해는 $x < \frac{2a-4}{12-a}$

$$\frac{2a-4}{12-a} = 2$$

$$24-2a = 2a-4$$

$$\therefore a = 7$$

14. $a < 0$ 이고 다음 보기의 두 부등식이 해가 같을 때, 구한 상수 a 의 값이 $\frac{17c}{d}$ 이다. $2c + d$ 의 값을 구하여라. (단, $c > d$)

보기

$$\frac{-5x+6}{2a} < \frac{2x}{3}, \quad \frac{2}{5}\left(\frac{1}{2}x-1\right) < 0.7(3x+2)$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$\frac{2}{5}\left(\frac{1}{2}x-1\right) < 0.7(3x+2)$ 의 양변에 10을 곱하면

$$2x-4 < 21x+14$$

$$\therefore x > -\frac{18}{19}$$

$\frac{-5x+6}{2a} < \frac{2x}{3}$ 의 양변에 $6a$ 를 곱하면

$$-15x+18 > 4ax$$

$$18 > (4a+15)x$$

두 부등식의 해가 같으므로 $4a+15 < 0$ 이고

$$x > \frac{18}{4a+15}$$

$$\frac{18}{4a+15} = -\frac{18}{19}$$

$$4a+15 = -19$$

$$a = -\frac{17}{2}$$

$$-\frac{17}{2} = \frac{17c}{d}$$

$$c = 1, d = -2(c > d)$$

$$\therefore 2c + d = 2 - 2 = 0$$

15. 두 부등식 $2x + 3 < 3x$, $5x + 1 > 6x - a$ 의 공통해가 존재할 때, 상수 a 의 값의 범위는?

① $a \leq 2$ ② $a > 2$ ③ $a < 3$ ④ $a \leq 3$ ⑤ $a > 3$

해설

두 부등식의 공통해 즉, 연립부등식의 해가 존재한다는 뜻이다.

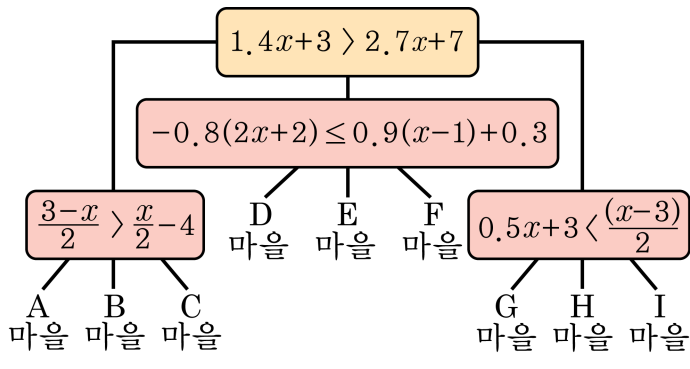
$$2x + 3 < 3x, 3 < x$$

$$5x + 1 > 6x - a, 1 + a > x$$

$$1 + a > 3$$

$$\therefore a > 2$$

16. 다음을 위에서부터 계산하여 x 의 최솟값이 0보다 크면 오른쪽 선을 따라, x 의 최댓값이 0보다 작으면 왼쪽 선을 따라, 그 외의 경우에는 가운데 선을 따라 갔을 때, 도착하는 마을은 어디인가?



▶ 답 :

▷ 정답 : B

해설

$$1.4x + 3 > 2.7x + 7$$

$$14x + 30 > 27x + 70$$

$$14x - 27x > 70 - 30$$

$$-13x > 40$$

$$x < -\frac{40}{13}$$

x 의 최솟값은 없고 최댓값은 $-\frac{40}{13}$ 보다 작으므로 0보다 작다.

따라서 왼쪽선을 따라간다.

$$\frac{3-x}{2} > \frac{x}{2} - 4$$

$$3-x > x-8$$

$$-x-x > -8-3$$

$$-2x > -11$$

$$x < \frac{11}{2}$$

x 의 최솟값은 없고 최댓값은 0보다 크므로 가운데로 가야한다.

따라서 B에 도착한다.

17. 주사위를 두 번 던져 나오는 눈을 각각 x, y 라 할 때, 다음 조건을 만족하는 경우는 몇 가지인지 구하여라.

$10 \leq x + y \leq 12$

▶ 답 : 6 가지

▷ 정답 : 6 가지

해설

두 주사위의 눈의 합이
10이 되는 경우 : (4, 6), (5, 5), (6, 4)
11이 되는 경우 : (5, 6), (6, 5)
12가 되는 경우 : (6, 6)

18. 부등식 $\frac{6x+9}{3} - \frac{2x+6}{2} < a$ 를 만족하는 자연수 x 의 개수가 6개일 때, 자연수 a 의 값은?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$\frac{6x+9}{3} - \frac{2x+6}{2} < a \text{를 정리하면}$$

$$2x+3-(x+3) < a$$

$$2x+3-x-3 < a$$

$$\therefore x < a$$

만족하는 범위 내의 자연수의 개수가 6개여야 하므로 $7 \leq a < 8$

이 되어야 한다.

따라서 $a=7$ 이다.

19. 부등식 $3x \leq 2x + a$ 를 만족하는 자연수 x 의 개수가 3개일 때, 상수 a 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $3 \leq a < 4$

해설

$3x \leq 2x + a$ 를 정리하면 $x \leq a$
만족하는 범위 내의 자연수는 1, 2, 3이므로
 $3 \leq a < 4$ 가 되어야 한다.

20. 부등식 $\frac{x-k}{4} - \frac{3+2x}{3} \geq -\frac{5}{6}$ 를 만족하는 자연수 x 의 개수가 5개 일 때, 정수 k 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : -10

▷ 정답 : -9

해설

$\frac{x-k}{4} - \frac{3+2x}{3} \geq -\frac{5}{6}$ 의 양변에 12를 곱하면

$$3x - 3k - 12 - 8x \geq -10$$

$$-5x \geq 2 + 3k$$

$$\therefore x \leq -\frac{2+3k}{5}$$

위 부등식을 만족하는 자연수의 개수가 5개 이므로 $5 \leq$

$$-\frac{2+3k}{5} < 6 \text{ 이 되어야 한다.}$$

$$25 \leq -2 - 3k < 30$$

$$27 \leq -3k < 32$$

$$-\frac{32}{3} < k \leq -9$$

따라서, 정수 k 값은 -10, -9 이다.