

1. 이차방정식 $(x-2)^2 = 4x-7$ 을 $ax^2+bx+c=0$ ($a>0$, a, b, c 는 상수)의 꼴로 나타낼 때, abc 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $abc = -88$

해설

$(x-2)^2 = 4x-7$ 을 정리하면
 $x^2 - 8x + 11 = 0$ 이므로
 $a = 1, b = -8, c = 11$
 $\therefore abc = 1 \times (-8) \times 11 = -88$

2. 다음 중 이차방정식의 해가 옳지 않은 것은?

① $(x-3)(x+3)=9x(x-2) \rightarrow x=\frac{3}{2}$ 또는 $x=\frac{3}{4}$

② $3(4-x)=x^2+12 \rightarrow x=0$ 또는 $x=-3$

③ $(x-3)^2=4x \rightarrow x=1$ 또는 $x=9$

④ $(x+1)(x+2)=6 \rightarrow x=-4$ 또는 $x=2$

⑤ $(x-2)^2=1 \rightarrow x=1$ 또는 $x=3$

해설

④ $ax^2+bx+c=0$ 의 꼴로 고치면

$$x^2+3x-4=0$$

$$(x-1)(x+4)=0$$

따라서 $x=-4$ 또는 $x=1$ 이다.

3. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 해가 $x = 2$, $x = -4$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$$(x - 2)(x + 4) = 0$$

$$x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$\therefore a = 2, b = -8$$

$$\therefore a + b = -6$$

4. 다음 중 이차방정식의 해가 모두 양수인 것은?

① $(x-2)(x+3)=0$

② $x^2+2x=0$

③ $3x^2+x-1=0$

④ $x^2-9x+14=0$

⑤ $2x^2-8=0$

해설

④ $x^2-9x+14=0$

$(x-2)(x-7)=0$

$\therefore x=2$ 또는 $x=7$

5. 다음 이차함수의 그래프 중 폭이 가장 좁은 그래프는?

① $y = 3x^2$

② $y = -\frac{1}{5}x^2$

③ $y = \frac{1}{2}x^2$

④ $y = -5x^2$

⑤ $y = 2x^2$

해설

$y = ax^2$ 에서 a 의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁다.

6. $(x+y)(x+y+2)-3$ 을 인수분해 하면?

① $(x+y+1)(x+y-3)$

② $(x+y-1)(x+y-3)$

③ $(x+y-1)(x+y+3)$

④ $(x+y+1)(x+y+3)$

⑤ $(x+y-1)(x+y-2)$

해설

$x+y=A$ 라고 놓으면,

$$A(A+2)-3=A^2+2A-3$$

$$=(A-1)(A+3)$$

$$=(x+y-1)(x+y+3)$$

7. $x = -3 + \sqrt{5}$ 일 때, $x^2 + 6x + 9$ 의 값을 구하면?

- ① 5 ② 6 ③ -6 ④ -4 ⑤ -5

해설

$$x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2 = (-3 + \sqrt{5} + 3)^2 = 5$$

8. $x + y = -2$, $xy = 1$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

$\textcircled{\text{㉠}} \quad (x - y)^2 = -1$

$\textcircled{\text{㉡}} \quad x^2 + y^2 = 2$

$\textcircled{\text{㉢}} \quad \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 2$

$\textcircled{\text{㉣}} \quad x^2y + xy^2 = -2$

$\textcircled{\text{㉤}} \quad \frac{y}{x} + \frac{x}{y} = 3$

- $\textcircled{1} \quad \textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}$

$\textcircled{2} \quad \textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉢}}$

$\textcircled{3} \quad \textcircled{\text{㉡}}, \textcircled{\text{㉢}}$

$\textcircled{4} \quad \textcircled{\text{㉡}}, \textcircled{\text{㉣}}$

$\textcircled{5} \quad \textcircled{\text{㉡}}, \textcircled{\text{㉤}}$

해설

$\textcircled{\text{㉠}} \quad (x - y)^2 = (x + y)^2 - 4xy = 4 - 4 = 0$

$\textcircled{\text{㉢}} \quad \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{x + y}{xy} = -2$

$\textcircled{\text{㉤}} \quad \frac{y}{x} + \frac{x}{y} = \frac{x^2 + y^2}{xy} = \frac{(x + y)^2 - 2xy}{xy} = 2$

9. 이차방정식 $0.1x^2 = 1 - 0.3x$ 의 해를 구하면?

① $x = 2$ 또는 $x = 5$

② $x = 2$ 또는 $x = -5$

③ $x = -1$ 또는 $x = 5$

④ $x = -1$ 또는 $x = -3$

⑤ $x = 1$ 또는 $x = -3$

해설

$$0.1x^2 = 1 - 0.3x$$

각 항에 10 을 곱하여 정리하면

$$x^2 + 3x - 10 = 0$$

$$(x - 2)(x + 5) = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ 또는 } x = -5$$

10. 이차방정식 $x^2 - (k+2)x + 4 = 0$ 이 중근을 가질 때의 k 의 값이 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근일 때, $a + b$ 의 값은?

① -4 ② -8 ③ -2 ④ 4 ⑤ 8

해설

이차방정식이 중근을 가지려면 $D = 0$

$$(k+2)^2 - 16 = 0 \quad \therefore k = 2, -6$$

두 근이 2와 -6 인 이차방정식은

$$(x-2)(x+6) = 0, \quad x^2 + 4x - 12 = 0$$

$$\therefore a = 4, \quad b = -12$$

$$\therefore a + b = 4 + (-12) = -8$$

11. 이차방정식 $\frac{1}{2}(x+3)^2 = 8$ 의 두 근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$$\frac{1}{2}(x+3)^2 = 8, x^2 + 6x + 9 = 16, x^2 + 6x - 7 = 0,$$

따라서 두 근의 합은 근과 계수의 관계에 의하여 -6 이다.

12. 책을 펼쳐서 나타난 쪽수의 곱이 156 이었을 때, 뒷 쪽의 쪽수를 구하라.

▶ 답: 쫓

▶ 정답 : 13 쪽

해설

펼쳐진 책의 쪽수를 $x-1$, x 라 하면

$$(x - 1)x = 156$$

$$(x - 13)(x + 12) = 0$$

$x > 0$ 이므로 $x = 13$ (쪽)

13. 이차함수 $f(x) = x^2 - 2x - 3$ 에서 $f(2) + f(0)$ 의 값은?

① 0

② -3

③ 3

④ -6

⑤ 6

해설

$$f(2) = 2^2 - 2 \times 2 - 3 = -3$$

$$f(0) = -3$$

$$\therefore -3 - 3 = -6$$

14. 다음 중 $y = x^2$ 의 그래프와 $y = -x^2$ 의 공통점인 것을 모두 고르면?
(정답 2 개)

- ① 원점을 지난다.
- ② 아래로 볼록하다.
- ③ y 축에 대하여 대칭이다.
- ④ 그래프가 제 1 사분면을 지난다.
- ⑤ $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

해설

x^2 의 계수가 양수면 아래로 볼록, 음수면 위로 볼록하다.

15. $(x-3)^2 + 6(x-3) + 8$ 의 x 의 계수가 1인 두 일차식의 곱으로 인수분해될 때, 두 일차식의 합은?

① $x+3$

② $x+2$

③ $3x+2$

④ $2x$

⑤ $2x+3$

해설

$x-3=t$ 로 놓으면

$$\begin{aligned} t^2 + 6t + 8 &= (t+4)(t+2) \\ &= (x-3+4)(x-3+2) \\ &= (x+1)(x-1) \end{aligned}$$

$$\therefore (x+1) + (x-1) = 2x$$

16. $x^4 - 10x^2 + 9$ 의 인수가 아닌 것은?

① $x - 1$

② $x + 3$

③ $x^2 - 1$

④ $x + 9$

⑤ $x^4 - 10x^2 + 9$

해설

$$(x^2 - 1)(x^2 - 9) = (x + 1)(x - 1)(x + 3)(x - 3)$$

17. 이차방정식 $4x^2 - 12x + a = 0$ 이 중근을 가질 때, 그 중근을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{2}$

해설

$$4x^2 - 12x + a = 0$$

$$(2x)^2 - 2 \times 2 \times 3x + (-3)^2 = 0, a = 9$$

$$(2x - 3)^2 = 0$$

$$\therefore x = \frac{3}{2}$$

18. 두 실수 x, y 에 대하여 $x = \frac{-m + \sqrt{2}}{2}$, $y = 3 + \sqrt{2}$ 일 때, $4x^2 - 4xy + y^2 + 4x - 2y - 24 = 0$ 이 성립하는 m 의 값들의 합은?

① -3

② -4

③ 5

④ -5

⑤ 6

해설

$(2x - y)^2 + 2(2x - y) - 24 = 0$ 에서 $2x - y = t$ 로 치환하면

$$t^2 + 2t - 24 = 0$$

$$(t + 6)(t - 4) = 0$$

$$\therefore t = 4 \text{ 또는 } t = -6$$

i) $t = 4$ 일 때

$$2x - y = -m + \sqrt{2} - (3 + \sqrt{2}) = 4$$

$$m = -7$$

ii) $t = -6$ 일 때

$$2x - y = -m + \sqrt{2} - (3 + \sqrt{2}) = -6$$

$$m = 3$$

따라서 모든 m 의 값의 합은 $(-7) + 3 = -4$ 이다.

19. x^2 의 계수가 3인 이차방정식이 있다. x 의 계수를 바꾸었더니 두 근이 1과 2가 되었고, 상수항을 바꾸었더니 두 근이 4와 $-\frac{1}{3}$ 이 되었다. 처음 주어진 이차방정식의 두 근 중 큰 근을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$3(x-1)(x-2)=0 \text{에서 } 3x^2-9x+6=0 \cdots \textcircled{A}$$

$$3(x-4)(x+\frac{1}{3})=0 \text{에서 } 3x^2-11x-4=0 \cdots \textcircled{B}$$

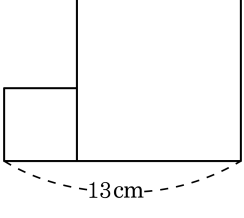
①에서 x 의 계수를 바꾸었고 ②에서 상수항을 바꾸었으므로 원래의 이차방정식은

$$3x^2-11x+6=(x-3)(3x-2)=0$$

$$\therefore x=3 \text{ 또는 } x=\frac{2}{3}$$

따라서 큰 근은 $x=3$ 이다.

20. 다음 그림과 같은 두 정사각형의 넓이의 합이 97cm^2 일 때, 작은 정사각형의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 16cm

해설

작은 정사각형의 한 변의 길이를 $x\text{cm}$ 라고 하면 큰 정사각형의 한 변의 길이는 $(13 - x)\text{cm}$ 이다.

$$x^2 + (13 - x)^2 = 97$$

$$2x^2 - 26x + 169 = 97$$

$$x^2 - 13x + 36 = 0$$

$$(x - 4)(x - 9) = 0$$

$$x = 4 \text{ 또는 } x = 9$$

따라서 작은 정사각형의 한 변의 길이는 4cm , 큰 정사각형의 한 변의 길이는 9cm 이다.

따라서 작은 정사각형의 둘레의 길이는 $4 \times 4 = 16(\text{cm})$ 이다.

21. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 한 근을 a 라 할 때, $a^2 + \frac{1}{a^2}$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$x = a$ 를 대입하면 $a^2 - 3a + 1 = 0$

양변을 a 로 나누면 $a - 3 + \frac{1}{a} = 0$

$\therefore a + \frac{1}{a} = 3$

$\therefore a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 = 3^2 - 2 = 7$

22. 두 이차방정식 $x^2 - 10x + a = 0$, $x^2 + b = 0$ 의 공통인 해가 3일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 12$

해설

주어진 식에 x 대신 3을 대입하면

$$3^2 - 10 \times 3 + a = 0, a = 21$$

$$3^2 + b = 0, b = -9$$

$$\therefore a + b = 21 - 9 = 12$$

23. 이차방정식 $x^2 - (a-1)x + 1 = 0$ 의 두 근이 α, β 일 때, $(\alpha^2 - a\alpha + 1)(\beta^2 - a\beta + 1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$x = \alpha, x = \beta$ 를 대입하면

$$\alpha^2 - a\alpha + \alpha + 1 = 0, \alpha^2 - a\alpha + 1 = -\alpha$$

$$\beta^2 - a\beta + \beta + 1 = 0, \beta^2 - a\beta + 1 = -\beta$$

$$\therefore (\alpha^2 - a\alpha + 1)(\beta^2 - a\beta + 1) = (-\alpha)(-\beta) = \alpha\beta = 1$$

24. 이차방정식 $x^2 - 3ax + 2 = 0$ 의 두 근의 비가 1: 2 가 되는 a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 1$

▷ 정답 : $a = -1$

해설

$x^2 - 3ax + 2 = 0$ 의 두 근을 $t, 2t$ 이라고 할 때, 근과 계수와의 관계로부터 $t \times 2t = 2, t = \pm 1$

$t + 2t = 3t = 3a,$

$t = -1$ 일 때 $a = -1$

$t = 1$ 일 때 $a = 1$

$\therefore a = \pm 1$

25. 다음 이차방정식이 중근을 가질 때 $k, k+5$ 를 두 근으로 하고 이차항의 계수가 1 인 이차방정식은? (단, $k < 0$)

$2x^2 + kx + 8 = 0$

- ① $x^2 - 11x + 24 = 0$

② $x^2 + 11x + 24 = 0$

③ $x^2 - 11x - 24 = 0$

④ $x^2 + 11x - 24 = 0$

⑤ $x^2 + 5x - 12 = 0$

해설

$k^2 - 4 \times 2 \times 8 = 0, k = \pm 8$
 $k < 0$ 이므로 $k = -8$
 $-8, -3$ 을 두 근으로 하고 이차항의 계수가 1 인 이차방정식은 $x^2 + 11x + 24 = 0$