1. 다음 보기 중 x 에 대한 이차방정식인 것을 모두 골라라.

보기

㉠ $x(x-1)=x^2$　　㉡ $3x^2-2x+5$

㉢ $x^2(2+x)=3+x^2$　　㉣ $4x^2-6=0$

㉤ $(x-1)(x+2)=0$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉤

해설

㉠ 정리하면 $-x=0$: x 에 대한 일차방정식이다.
㉡ x 에 대한 이차식이다.
㉢ 정리하면 $x^3+x^2-2=0$: x 에 대한 삼차방정식이다.
㉣ x 에 대한 이차방정식이다.
㉤ 정리하면 $x^2+x-2=0$: x 에 대한 이차방정식이다.

2. 연속한 두 홀수의 제곱의 합이 34 일 때, 두 홀수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 5

해설

연속한 두 홀수를 $x,\ x+2$ 라고 하면

$(x+2)^2 + x^2 = 34$

$x^2 + 4x + 4 + x^2 - 34 = 0$

$x^2 + 2x - 15 = 0$

$(x+5)(x-3) = 0$

$\therefore x = -5$ 또는 $x = 3$

따라서 연속한 두 홀수는 $x = 3$ 일 때이므로 두 홀수는 3, 5 이다.

3. 다음 중 이차함수인 것은?

① 자동차가 시속 50km 로 x 시간 동안 달린 거리는 $y$km 이다.

② 반지름의 길이가 $x$cm 인 원의 둘레의 길이는 $y$cm 이다.

③ 한 변의 길이가 $x$cm 인 정사각형의 넓이는 $y\text{cm}^2$ 이다.

④ x 개의 물건을 y 명이 나누어 가진다.

⑤ 한 변의 길이가 $x$cm 인 정삼각형의 둘레의 길이는 $y$cm 이다.

해설

③ $y = x^2$

4. 직선 $x=2$ 를 축으로 하고 두 점 $(0,\ -2)$, $(-1,\ 8)$ 을 지나는 이차함수의 식은?

① $y=(x-2)^2-10$ ② $y=(x-2)^2+8$

③ $y=2(x-2)^2-10$ ④ $y=2(x+1)^2+8$

⑤ $y=2x^2-2$

해설

$y=a(x-2)^2+b=ax^2-4ax+(4a+b)$ 에 $(0,\ -2)$, $(-1,\ 8)$ 을 대입하면,

$-2=4a+b, 8=9a+b$

$\therefore\ y=2(x-2)^2-10$

5. 이차함수 $y = 2(x-1)^2 + 3$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$y = 2(x-1)^2 + 3$ 의 그래프는 $x = 1$ 일 때 최솟값이 3 이다.

6. 다음 [ ] 안의 수가 주어진 방정식의 근이 되는 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

① $2x^2 = 10$ $[-\sqrt{5}]$ ② $2x^2 - 3x - 1 = 0$ [1]

③ $x^2 - 3x + 2 = 0$ [2] ④ $x^2 + 2x + 3 = 0$ $[-3]$

⑤ $x^2 - 10x + 24 = 0$ $[-4]$

해설

[ ] 안의 수를 방정식에 대입하여 성립하는 것을 고른다.

① $2x^2 = 10$에 $x = -\sqrt{5}$를 대입하면
$2 \times (-\sqrt{5})^2 = 10$이 되어 성립한다.

③ $x^2 - 3x + 2 = 0$에 $x = 2$를 대입하면
$2^2 - 3 \times 2 + 2 = 0$이 되어 성립한다.

7. 이차방정식 $x^2-5x+6=0$ 의 두 근 중 작은 근이 $2x^2-ax+5a+4=0$ 의 근일 때, a^2 의 값은?

① 9 ② 13 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

$x^2-5x+6=0$

$(x-3)(x-2)=0$

$x=3$ 또는 $x=2$

$x=2$ 가 $2x^2-ax+5a+4=0$ 의 근이므로 대입하면

$2(2^2)-2a+5a+4=0$

$3a=-12$

$a=-4$

$\therefore a^2=(-4)^2=16$

8. 다음 이차방정식 중 근이 없는 것은?

① $x^2 - 2 = 0$ ② $2x^2 - 6 = 0$ ③ $x^2 = 4$

④ $x^2 + 5 = 0$ ⑤ $2(x-5)^2 = 12$

해설

④ $x^2 = -5$ 이므로 근이 없다.

9. 이차방정식 $kx^2 + 4x + 1 = 0$ 이 서로 다른 두 근을 갖게 될 k 의 범위는?

① $k > 4$ ② $k < 4$ ③ $k \geq 4$

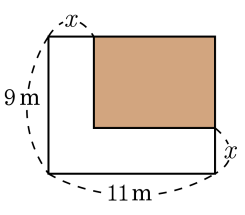
④ $k \leq 4$ ⑤ $-4 \leq k \leq 4$

해설

$\frac{D}{4} = 2^2 - k > 0$

$\therefore\ k < 4$

10. 가로, 세로의 길이가 각각 11 m, 9 m 인 직사각형 모양의 땅에 다음 그림과 같이 세로로 x m, 가로로 x m 의 길을 내어 남은 땅의 넓이가 48 m^2 가 되도록 할 때, x 의 값은?



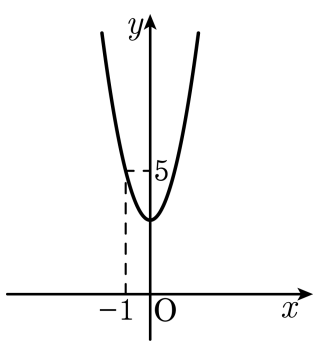
① 1 m ② 2 m ③ 3 m

④ 4 m ⑤ 5 m

해설

$(11-x)(9-x)=48$
$x^2-20x+51=0$
$(x-3)(x-17)=0$
$x<9$ 이므로 $x=3$(m)

11. 다음 그림은 $y = 2x^2 + q$ 의 그래프이다. q 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$y = 2x^2 + q$ 가 점 $(-1, 5)$ 를 지나므로 $5 = 2\times(-1)^2 + q \quad \therefore q = 3$

12. 이차함수 $y = 4x^2$ 의 그래프를 y 축의 양의 방향으로 -2 만큼 평행이동시킨 함수의 식은?

① $y = 4x^2 - 2$ ② $y = 4x^2 + 2$

③ $y = 4(x-2)^2$ ④ $y = 4(x+2)^2$

⑤ $y = 4(x-2)^2 + 2$

해설

$y = 4x^2 - 2$

13. 이차함수 $y = -3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 그래프의 식이 $y = ax^2 + bx + c$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -27

해설

$y = -3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동하면
$y = -3(x + 2)^2 = -3x^2 - 12x - 12$
$\therefore a = -3,\ b = -12,\ c = -12$
$\therefore a + b + c = -27$

14. $y=-2x^2$ 을 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동
했더니 점$(2,a)$ 를 지난다고 한다. a 의 값을 구하면?

① -2　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 2

해설

$y=-2x^2 \rightarrow y=-2(x-3)^2+1$
점 $(2,a)$를 지나므로,
$a=-2(2-3)^2+1=-1$

15. 다음 이차방정식의 한 근이 $2-\sqrt{2}$ 일 때 다른 한 근과 m 의 값의 합은?

$x^2-4x+m=0$

① $4+\sqrt{2}$ ② $4+\sqrt{3}$ ③ $1+2\sqrt{2}$
④ $4-\sqrt{3}$ ⑤ $4-\sqrt{2}$

해설

한 근이 $2-\sqrt{2}$이므로 다른 한 근은 $2+\sqrt{2}$이다.
근과 계수와의 관계에서
두 근의 곱은 $m=(2-\sqrt{2})(2+\sqrt{2})=2$
$\therefore\ (2+\sqrt{2})+2=4+\sqrt{2}$

16. $x^2-(m+2)x+2m=0$ 의 두 근의 비가 2 : 3 일 때, m 의 값은?(단, m 은 정수)

① -2 ② 0 ③ $\frac{4}{3}$ ④ 3 ⑤ 2

해설

두 근의 비가 $2:3$ 이므로 두 근을 각각 $2k, 3k$ 라 놓자.
두 근의 합 $m+2=2k+3k$
$\therefore m=5k-2 \cdots$ ㉠
두 근의 곱 $2m=2k\times 3k$
$\therefore 2m=6k^2 \cdots$ ㉡
㉠의 식을 ㉡에 대입하면
$5k-2=3k^2$
$3k^2-5k+2=0$
$(3k-2)(k-1)=0$
$\therefore k=1$
$\therefore m=3$

17. 이차방정식 $x^2-3x-5=0$ 의 두 근이 α, β 일 때, $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$ 을 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 5 인 이차방정식은?

① $5x^2+x-3=0$ ② $5x^2-x-3=0$

③ $5x^2+3x-1=0$ ④ $5x^2-3x-1=0$

⑤ $5x^2-5x-1=0$

해설

$\alpha+\beta=3,\ \alpha\beta=-5$

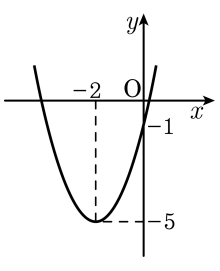
$\therefore\ \frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\frac{3}{-5}=-\frac{3}{5}$

$\frac{1}{\alpha}\times\frac{1}{\beta}=\frac{1}{\alpha\beta}=\frac{1}{-5}=-\frac{1}{5}$

$\therefore\ x^2+\frac{3}{5}x-\frac{1}{5}=0$

$\therefore\ 5x^2+3x-1=0$

18. 다음 그림을 보고 포물선의 식을 구하면?



① $y=(x-2)^2-5$

② $y=(x-2)^2+5$

③ $y=(x+2)^2-5$

④ $y=\frac{3}{2}(x-2)^2+5$

⑤ $y=\frac{3}{2}(x+2)^2-5$

해설

꼭짓점이 $(-2,\ -5)$ 이므로

$y=a(x+2)^2-5$ 에 $(0,\ -1)$ 을 대입

$4a-5=-1$

$4a=4$

$a=1$

$\therefore\ y=(x+2)^2-5$

19. $y = -x^2 + 6x - 4 - a$ 의 그래프가 x 축과 두 점에서 만나기 위한 a 의 값의 범위를 구하면?

① $a > 5$　② $a < 5$　③ $a < -5$

④ $a > -5$　⑤ $a < 9$

해설

$g = f(x)$가 x축과 두 점에서 만난다.
$\Leftrightarrow f(x) = 0$이 서로 다른 두 실근을 갖는다.
$D = 6^2 - 4(-1)(-4 - a) > 0$
$\therefore a < 5$

20. $y = ax^2 + bx + 8$ 의 그래프가 두 점 $(-2,\ 0)$, $(4,\ 0)$ 을 지나며, 최댓값 또는 최솟값이 c 일 때, $a - b + c$ 의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

두 점 $(-2,\ 0)$, $(4,\ 0)$ 을 지나므로

$0 = 4a - 2b + 8,\ 2a - b = -4$

$0 = 16a + 4b + 8,\ 4a + b = -2$

$a = -1,\ b = 2$

$\therefore y = -x^2 + 2x + 8 = -(x-1)^2 + 9$

$x = 1$ 일 때, 최댓값 9 , 즉 $c = 9$ 이다.

$\therefore a - b + c = 6$

21. 이차방정식 $x^2-8x+15=0$ 의 두 근을 a, b 라고 할 때, 다음 중 $a+2, b+2$ 를 두 근으로 갖는 이차항의 계수가 1인 이차방정식은?

① $x^2-2x-35=0$ ② $x^2+2x-35=0$

③ $x^2-12x+35=0$ ④ $x^2+12x+35=0$

⑤ $x^2-4x-30=0$

해설

$x^2-8x+15=0$

$(x-5)(x-3)=0$

$a=5,\ b=3$

$\therefore a+2=7,\ b+2=5$

따라서 5, 7을 두 근으로 하는 이차방정식은

$(x-7)(x-5)=0$

$\therefore\ x^2-12x+35=0$

22. 이차함수 $y = 2(x+p)^2 + \frac{1}{2}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼 평행이동하면 꼭짓점의 좌표가 $(2,\ a)$ 이고, 점 $\left(-\frac{1}{2},\ b\right)$ 를 지난다. 이 때, 상수 $a,\ b,\ p$ 의 곱 abp 의 값은?

① $\frac{11}{3}$ ② 13 ③ $-\frac{11}{3}$ ④ $\frac{13}{2}$ ⑤ $-\frac{13}{2}$

해설

$y = 2(x+p-1)^2 + \frac{1}{2}$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $\left(1-p,\ \frac{1}{2}\right)$ 이므로 $1-p=2,\ p=-1,\ a=\frac{1}{2}$ 이다.

$y = 2(x-2)^2 + \frac{1}{2}$ 의 좌표가 점 $\left(-\frac{1}{2},\ b\right)$ 를 지나므로 $b = 2\left(-\frac{1}{2}-2\right)^2 + \frac{1}{2},\ b=13$ 이다.

$\therefore\ abp = \frac{1}{2}\times 13\times(-1) = -\frac{13}{2}$

23. 포물선 $y = x^2 + 2ax + a - \frac{1}{2}$ 이 x 축과 만나는 두 점의 사이의 거리가 1 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{1}{2}$

해설

$y = x^2 + 2ax + a - \frac{1}{2}$ 의

x 절편을 α, β $(\alpha > \beta)$ 라고 하면

$\alpha + \beta = -2a$, $\alpha\beta = a - \frac{1}{2}$ 이다.

$\alpha - \beta = 1$ 이므로

$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$ 이다.

$1 = 4a^2 - 4a + 2$

$4a^2 - 4a + 1 = 0$

$(2a - 1)^2 = 0$

$\therefore a = \frac{1}{2}$

24. 이차함수 $y = x^2 - 4kx + 2k^2 + k - 1$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, m 의 최댓값은?

① $-\frac{7}{8}$ ② -1 ③ $\frac{1}{8}$ ④ 1 ⑤ $-\frac{9}{8}$

해설

$y = x^2 - 4kx + 2k^2 + k - 1 = (x - 2k)^2 - 2k^2 + k - 1$

$m = -2k^2 + k - 1 = -2\left(k - \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{7}{8}$ 이므로 m 의 최댓값은 $-\frac{7}{8}$ 이다.

25. 이차함수 $y = -x^2 + 2ax - 6a$ 의 최댓값을 M 이라고 할 때, M 의 최솟값을 구하여라. (단, a 는 상수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : -9

해설

$y = -x^2 + 2ax + 6a = -(x-a)^2 + a^2 + 6a$
$\therefore M = a^2 + 6a = (a+3)^2 - 9$
따라서 M 의 최솟값은 -9 이다.