1. 이차방정식 $x^2 - 8x - A = 0$ 의 두 근의 합이 B 이고, 곱이 5 일 때, A, B 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $A = -5$

▷ 정답: $B = 8$

해설

근과 계수의 관계에 의하여
$8 = B$
$-A = 5$ 이므로 $A = -5$ 이다.

2. 다음 중 이차함수가 아닌 것은?

① 한 변의 길이가 x 인 정사각형의 넓이는 y 이다.

② 자동차가 시속 60km 로 x 시간 동안 달린 거리는 $y$km 이다.

③ 반지름의 길이가 $x$cm 인 원의 넓이는 $y$cm^2 이다.

④ 밑변의 길이가 $2x$cm, 높이가 $3x$cm 인 삼각형의 넓이는 $y$cm^2 이다.

⑤ 학생 x 명에게 연필을 $x-2$ 개씩 나누어 주었을 때, 총 연필의 개수는 y 개이다.

해설

② $y = 60x$ (일차함수)

3. 다음 이차함수의 그래프를 폭이 좁은 순으로 나열하여라.

㉠ $y=-\frac{1}{2}x^2$	㉡ $y=\frac{1}{5}x^2$	㉢ $y=x^2$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

해설

x^2 의 계수의 절댓값이 클수록 폭이 좁다.

4. 이차함수 $y = x^2 + 4$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?

① y 축에 대하여 좌우대칭이다.

② 점 $(-2, 0)$ 을 지난다.

③ 꼭지점의 좌표는 $(0, 4)$ 이다.

④ x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가한다.

⑤ $y = -x^2 - 4$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

해설

② 점 $(-2, 8)$ 을 지난다.
④ $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

5. 이차함수 $y = -2x^2 + 4x - 1$ 의 최댓값과 최솟값은?

① 최댓값 : 1 , 최솟값 : 없다

② 최댓값 : 1 , 최솟값 : -5

③ 최댓값 : 4 , 최솟값 : 없다

④ 최댓값 : 없다, 최솟값 : 1

⑤ 최댓값 : 1 , 최솟값 : -3

해설

$y = -2x^2 + 4x - 1$
$= -2(x-1)^2 + 1$
$x = 1$ 일 때, 최댓값 1을 갖는다.
또한, x^2 의 계수가 음수이므로 최솟값은 없다.

6. 이차방정식 $x^2 - 4x - 3 = 0$ 의 두 근을 a, b 라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$x^2 - 4x - 3 = 0$ 을 근의 공식으로 풀면
$x = 2 \pm \sqrt{7}$ 이므로 $a + b = 2 - \sqrt{7} + 2 + \sqrt{7} = 4$

7. 다음 이차방정식 중 해가 <u>없는</u> 것은?

① $x^2 - 6x - 2 = 0$　② $x^2 - 3x - 4 = 0$

③ $2x^2 - 2x + 2 = 0$　④ $2x^2 - 4x + 2 = 0$

⑤ $x^2 - x - 12 = 0$

해설

③ $D = (-2)^2 - 4 \times 2 \times 2 < 0$: 해가 없다.

8. n각형의 대각선의 수는 $\frac{1}{2}n(n-3)$ 일 때, 대각선의 총수가 35개인 다각형은?

① 팔각형 ② 구각형 ③ 십각형
④ 십일각형 ⑤ 십이각형

해설

$\frac{n(n-3)}{2} = 35$ 이므로
$n^2 - 3n - 70 = 0$
$(n+7)(n-10) = 0$
$n = 10$ ($\because$ $n > 0$)

9. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 점$(-3,\ 27)$ 을 지날때, a 의 값은?

① -2 ② 2 ③ 3 ④ -3 ⑤ 9

해설

$y = ax^2$ 의 그래프가 점 $(-3,\ 27)$ 을 지나므로
$27 = a(-3)^2$
$\therefore a = 3$

10. 다음 중 그래프가 아래로 볼록인 것을 모두 찾으면?

① $y = 2x^2$ ② $y = \frac{x^2}{3}$ ③ $y = -\frac{x^2}{4}$
④ $y = \frac{2}{3}x^2$ ⑤ $y = -\frac{3}{4}x^2$

해설

$y = ax^2$ $(a \neq 0)$ 의 그래프에서 $a > 0$ 이면 아래로 볼록한 포물선이다.

11. 이차함수 $y = 2(x+3)^2$ 의 그래프에 대한 설명이다. 다음 보기 중 옳은 것을 골라라.

보기

㉠ 위로 볼록한 포물선이다.

㉡ 직선 $x = 3$ 을 축으로 한다.

㉢ 꼭짓점의 좌표는 $(3,\ 0)$ 이다.

㉣ $y = -2x^2$ 의 그래프와 포물선의 폭이 같다.

㉤ $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 그래프이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉣

해설

㉠ 아래로 볼록한 포물선이다.
㉡ $x = -3$ 을 축으로 한다.
㉢ 꼭짓점의 좌표는 $(-3,\ 0)$ 이다.
㉤ $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 그래프이다.

12. 이차함수 $y=(x-3)^2-6$ 의 그래프를 x 축의 음의 방향으로 4 만큼, y 축의 양의 방향으로 8 만큼 평행이동한 포물선의 식은?

① $y=(x+4)^2$ ② $y=x^2+8$

③ $y=(x+1)^2-2$ ④ $y=(x+1)^2+2$

⑤ $y=(x-1)^2+2$

해설

$y=(x-3+4)^2-6+8$

$\therefore y=(x+1)^2+2$

13. 이차함수 $y = ax^2$, $y = -2x^2$, $y = -\frac{2}{3}x^2$의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 상수 a 의 값이 될 수 있는 것은?

① $-\frac{5}{2}$ ② $-\frac{3}{4}$ ③ $-\frac{1}{2}$
④ $-\frac{1}{3}$ ⑤ $-\frac{1}{5}$

해설

$-2 < a < -\frac{2}{3}$ 이다.

14. 이차함수 $y = -4x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하면 점$(2,\ a)$ 를 지난다. a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -7

해설

$y = -4x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하면
$y = -4(x-1)^2 - 3$
점 $(2,\ a)$ 를 지나므로
$a = -4(2-1)^2 - 3$
$\therefore\ a = -7$

15. $3\left(x+\frac{1}{3}\right)^2-2\left(x+\frac{1}{3}\right)-1=0$ 의 두 근의 합은?

① 0 ② 1 ③ $\frac{1}{2}$ ④ $-\frac{5}{6}$ ⑤ $-\frac{1}{3}$

해설

$x+\frac{1}{3}=A$로 치환하면

$3A^2-2A-1=(3A+1)(A-1)=0$

$A=-\frac{1}{3}$ 또는 $A=1$

$x=-\frac{2}{3}$ 또는 $x=\frac{2}{3}$

따라서 두 근의 합은 $-\frac{2}{3}+\frac{2}{3}=0$이다.

16. 이차방정식 $x^2-2x+3-a=0$ 이 중근을 가질 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$\frac{D}{4}=1-(3-a)=0$

$\therefore\ a=2$

17. 이차방정식 $x^2 + (m+2)x + 12 = 0$ 에서 두 근의 차가 1 일 때, 이를 만족하는 m 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 5

▷ 정답: -9

해설

두 근을 α, $\alpha + 1$ 이라 하면
$\alpha + (\alpha + 1) = 2\alpha + 1 = -(m+2)$
$\alpha(\alpha + 1) = \alpha^2 + \alpha = 12, \alpha^2 + \alpha - 12 = 0$
$\alpha = -4$또는 $\alpha = 3$
$\alpha = -4$일 때, $m = 5$
$\alpha = 3$일 때, $m = -9$

18. 어떤 수 x에 4를 더하여 제곱해야 할 것을 잘못하여 4배를 하였다. 그런데도 결과는 같았다. 이 때, x의 값은?(단, $x < 0$)

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$(x+4)^2 = 4(x+4)$
$x^2 + 4x = 0$
$x(x+4) = 0$
$\therefore\ x = -4 (\because x < 0)$

19. 세 점 $(0,-8),(1,-5),(3,-5)$를 지나는 포물선의 꼭짓점의 좌표는?

① $(1,\ -3)$ ② $(1,\ 4)$ ③ $(-2,\ 3)$

④ $(2,\ -3)$ ⑤ $(2,\ -4)$

해설

$y=ax^2+bx+c$로 놓고 세 점을 각각 대입하면

$c=-8,\ a+b-8=-5,\ 9a+3b-8=-5$

$\therefore a=-1,\ b=4,\ c=-8$

$\therefore y=-x^2+4x-8$

$\quad=-(x-2)^2-4$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(2,-4)$이다.

20. 이차함수 $y = x^2 + 2ax + 2a$ 의 최솟값을 m 이라고 할 때, m 의 최댓값을 구하여라. (단, a 는 상수이다.)

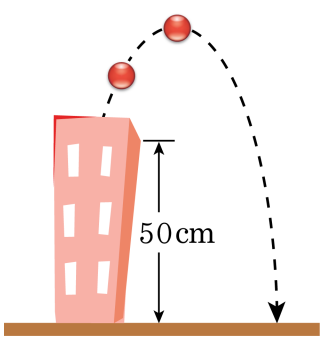
▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$y = x^2 + 2ax + 2a = (x + a)^2 - a^2 + 2a$
$\therefore m = -a^2 + 2a = -(a - 1)^2 + 1$
따라서 m 의 최댓값은 1 이다.

21. 지면으로부터 50m 되는 높이에서 초속 25m 로 위에 던져 올린 물체의 t 초 후의 높이를 hm 라고 하면 t 와 h 사이에는 $h = -5t^2 + 25t + 50$ 인 관계가 성립한다. 이 물체가 올라가는 최고점의 높이를 구하여라. (단, 단위는 생략)



▶ 답 :

▷ 정답 : 81.25

해설

최고점까지 걸린 시간은 옥상의 높이와 같은 50m 를 지날 때의 시간의 절반이므로

$-5t^2 + 25t + 50 = 50$

$t = 5$

따라서 최고점까지 걸린 시간은 2.5 초이다.

최고점까지의 거리는 물체가 2.5 초만큼 움직인 거리이므로

$h = -5t^2 + 25t + 50 = 81.25(\text{m})$

22. 다음 보기의 이차함수 그래프 중 $y = ax^2$ 의 그래프가 3 번째로 폭이 넓을 때, $|a|$ 의 범위는?

보기

㉠ $y = -\frac{3}{2}x^2$ ㉡ $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{4}$

㉢ $y = 2x^2 - x$ ㉣ $-3(x+2)^2$

㉤ $y = \frac{x(x-1)(x+1)}{x+1}$

① $1 < |a| < \frac{1}{2}$ ② $1 < |a| < \frac{3}{2}$ ③ $1 < |a| < \frac{5}{2}$

④ $\frac{1}{2} < |a| < \frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{1}{2} < |a| < \frac{5}{2}$

해설

a 의 절댓값이 작을수록 폭이 넓어진다.
a 의 절댓값을 각각 구하면
㉠ $\frac{3}{2}$ ㉡$\frac{1}{2}$ ㉢2 ㉣3 ㉤1 이므로 폭이 넓은 순서는 ㉡, ㉤, ㉠, ㉢, ㉣ 이다. 따라서 두 번째인 1과 세 번째인 $\frac{3}{2}$ 사이에 있어야 하므로
④ $1 < |a| < \frac{3}{2}$ 이다.

23. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 $x = 3$ 일 때, 최솟값 -4 를 가지며 점 $(1,\ 2)$ 를 지난다. 이 때, $a - b - c$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

꼭짓점이 $(3,\ -4)$ 이므로 $y = a(x-3)^2 - 4$

$(1,\ 2)$ 를 대입하면

$2 = 4a - 4$

$\therefore a = \dfrac{3}{2}$

$y = \dfrac{3}{2}(x-3)^2 - 4 = \dfrac{3}{2}x^2 - 9x + \dfrac{19}{2}$

$a = \dfrac{3}{2},\ b = -9,\ c = \dfrac{19}{2}$

$\therefore\ a - b - c = \dfrac{3}{2} - (-9) - \dfrac{19}{2} = 1$

24. $x+y=10$ 일 때, x^2+y^2 의 최솟값을 구하면?

① 10 ② 24 ③ 40 ④ 45 ⑤ 50

해설

$y=10-x$

$x^2+y^2=x^2+(10-x)^2$

$=x^2+x^2-20x+100$

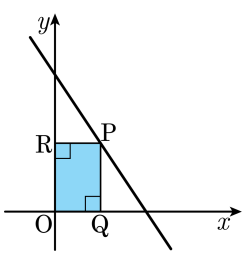
$=2x^2-20x+100$

$=2(x^2-10x+25-25)+100$

$=2(x-5)^2+50$

따라서 $x=5$ 일 때 최솟값은 50 이다.

25. 직선 $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}=1$ 위를 움직이는 한 점 P 가 있다. 점 P 에서 x 축, y 축 위에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 라고 할 때, 직사각형 OQPR 의 넓이의 최댓값을 구하여라. (단, 점 P 는 제 1 사분면 위에 있다.)



▶ 답:

▷ 정답: $\frac{3}{2}$

해설

직선의 방정식은 $y=-\frac{3}{2}x+3$ 이므로

점 P 의 좌표를 $(a,\ b)$ 로 놓으면 $b=-\frac{3}{2}a+3$

$$\begin{aligned}\square\mathrm{OQPR}=ab&=a\left(-\frac{3}{2}a+3\right)\\&=-\frac{3}{2}a^2+3a\\&=-\frac{3}{2}(a-1)^2+\frac{3}{2}\end{aligned}$$

한편, 점 P 는 제 1 사분면 위의 점이므로

$a>0,\ b=-\frac{3}{2}a+3>0 \qquad \therefore\ 0<a<2$

따라서 $\square$OQPR 의 넓이는 $a=1$ 일 때, 최댓값 $\frac{3}{2}$ 을 갖는다.