

1. 다음 이차방정식 중에서 서로 다른 두 개의 근을 갖는 것은?

① $x^2 - 2x + 1 = 0$

② $x^2 - 6x + 9 = 0$

③ $x^2 + x + 2 = 0$

④ $x^2 - 4x + 5 = 0$

⑤ $x^2 - 3x + 1 = 0$

해설

① $D = (-2)^2 - 4 \times 1 \times 1 = 0$: 중근

② $D = (-6)^2 - 4 \times 1 \times 9 = 0$: 중근

③ $D = 1^2 - 4 \times 1 \times 2 < 0$: 근이 없다.

④ $D = (-4)^2 - 4 \times 1 \times 5 = -4 < 0$: 근이 없다.

⑤ $D = (-3)^2 - 4 \times 1 \times 1 = 5 > 0$: 서로 다른 두 근

2. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 이 중근을 가질 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① $b^2 - 4ac = 0$ ② $c = a^2$ ③ $x = \frac{b}{2a}$
④ $b^2 - 4ac < 0$ ⑤ $ac > 0$

해설

이차방정식이 중근을 가지면 $D = b^2 - 4ac = 0$ 이다.

3. 다음 중 $x^2 - 6x + 2a + 4 = 0$ 이 해를 갖기 위한 a 의 값으로 적당하지 않은 것은?

① -3 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

해설

$$D = (-6)^2 - 4(2a + 4) \geq 0$$

$$9 - 2a - 4 \geq 0, 2a \leq 5$$

$$\therefore a \leq \frac{5}{2}$$

4. 이차방정식 $x^2 - (k+2)x - 3 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $3(\alpha^2 - k\alpha - 3)(\beta^2 - k\beta - 3)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -36

해설

$x^2 - (k+2)x - 3 = 0$ 의 두 근이 α, β 이므로
 $\alpha^2 - k\alpha - 2\alpha - 3 = 0$ 에서, $\alpha^2 - k\alpha - 3 = 2\alpha$
 $\beta^2 - k\beta - 2\beta - 3 = 0$ 에서, $\beta^2 - k\beta - 3 = 2\beta$
두 근의 곱 $\alpha\beta = -3$
 $\therefore 3(\alpha^2 - k\alpha - 3)(\beta^2 - k\beta - 3) = 3 \times 2\alpha \times 2\beta = -36$

5. $x^2 - 4x - 1 = 0$ 의 두 근을 p, q 라 할 때, $\frac{q}{p} + \frac{p}{q}$ 의 값은?

① $2 + \sqrt{5}$

② $2 - \sqrt{5}$

③ $8\sqrt{5}$

④ -18

⑤ 18

해설

$$p + q = 4, pq = -1$$

$$\begin{aligned}\frac{q}{p} + \frac{p}{q} &= \frac{q^2 + p^2}{pq} = \frac{(p + q)^2 - 2pq}{pq} \\ &= \frac{4^2 + 2}{-1} = -18\end{aligned}$$

6. 이차방정식 $x^2 - 3x - 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하고, $\alpha + 1, \beta + 1$ 을 두 근으로 하는 이차방정식을 $x^2 + mx + n = 0$ 이라 할 때, $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$x^2 - 3x - 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 하면
 $\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = -1$
 $\alpha + 1, \beta + 1$ 을 두 근으로 하는 이차방정식은
 $x^2 - (\alpha + 1 + \beta + 1)x + (\alpha + 1)(\beta + 1) = 0$
 $x^2 - (\alpha + \beta + 2)x + (\alpha\beta + \alpha + \beta + 1) = 0$
 $x^2 - (3 + 2)x + (-1 + 3 + 1) = 0$
 $x^2 - 5x + 3 = 0$
 $m = -5, n = 3$
 $\therefore m + n = -2$

7. 이차방정식 $3x^2 + 5x - 9 = 0$ 의 두 근의 합과 곱을 두 근으로 하는 이차방정식을 구하면? (단, x^2 의 계수는 3 이다.)

① $3x^2 + 13x + 14 = 0$

② $3x^2 + 14x + 15 = 0$

③ $3x^2 + 15x + 16 = 0$

④ $3x^2 + 16x + 17 = 0$

⑤ $3x^2 + 17x + 18 = 0$

해설

$3x^2 + 5x - 9 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 하면 $\alpha + \beta = -\frac{5}{3}, \alpha\beta = -3$

$x = -3$ 또는 $x = -\frac{5}{3}$ 를 두 근으로 하는 이차방정식은

$$(x + 3) \left(x + \frac{5}{3} \right) = 0$$

$$x^2 + \frac{14}{3}x + 5 = 0$$

$$x^2 \text{ 의 계수가 } 3 \text{ 이므로 } 3 \left(x^2 + \frac{14}{3}x + 5 \right) = 0$$

따라서 $3x^2 + 14x + 15 = 0$ 이다.

8. 어떤 무리수 a 가 있다. a 의 소수 부분을 b 라 할 때 a 의 제곱과 b 의 제곱의 합이 15이다.

무리수 a 의 값이 $\frac{m \pm \sqrt{n}}{2}$ 일 때, $m + n$ 을 구하여라. (단, $a > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

$$a^2 + b^2 = 15, 0 \leq b < 1$$

$$0 \leq b^2 = 15 - a^2 < 1, \quad \sqrt{14} < a \leq \sqrt{15}$$

따라서 a 의 정수 부분은 3이고 $b = a - 3$

$$a^2 + (a - 3)^2 = 15$$

$$\therefore a = \frac{3 \pm \sqrt{21}}{2}$$

$$a > 0 \text{ 이므로 } a = \frac{3 + \sqrt{21}}{2}$$

$$\therefore m + n = 3 + 21 = 24$$

9. 어느 반 학생들에게 공책 144 권을 똑같이 나누어 주려고 한다. 한 사람에게 돌아가는 공책의 수가 전체 학생 수보다 7 이 적다고 할 때, 한 명에게 돌아가는 공책의 수는?

① 6 권 ② 9 권 ③ 12 권 ④ 16 권 ⑤ 24 권

해설

한 명에게 돌아가는 공책의 수를 x 권, 전체 학생 수를 $(x + 7)$ 명이라 하면,

$$x(x + 7) = 144$$

$$x^2 + 7x - 144 = 0$$

$$(x + 16)(x - 9) = 0$$

$$\therefore x = 9 \quad (\because x > 0)$$

10. 어떤 물체를 초속 50m 로 쏘아 올린 물체의 t 초 후의 높이가 $(50t - 5t^2)$ m 이다. 이 물체가 처음으로 높이 105m 가 되는 것은 쏘아 올린 지 몇 초 후인지 구하여라.

▶ 답: 초

▶ 정답 : 3초

해설

$$50t - 5t^2 = 105 \text{ 이므로}$$

$$5t^2 - 50t + 105 = 0$$

$$t^2 - 10t + 21 = 0$$

$$(t - 3)(t - 7) = 0$$

따라서 $t = 3, 7$ 이다.

처음으로 105m 가 되는 것은 쏘아올린 지 3 초 후이다.

11. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프가 점 $(a, a^2 - 9)$ 를 지날 때, a 의 값을 구하면? (단, $a < 0$)

① $\sqrt{6}$ ② $-\sqrt{6}$ ③ 2 ④ -2 ⑤ $-\sqrt{3}$

해설

$y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프가 점 $(a, a^2 - 9)$ 를 지나므로

$$a^2 - 9 = -\frac{1}{2}a^2$$

$$\frac{3}{2}a^2 = 9$$

$$a^2 = 6$$

$$a < 0 \text{ 이므로 } a = -\sqrt{6}$$

12. 다음 중 그 그래프가 위로 볼록하고, 폭이 가장 넓은 이차함수는?

① $y = x^2$

② $y = -\frac{4}{3}x^2$

③ $y = \frac{1}{2}x^2$

④ $y = -2x^2$

⑤ $y = -\frac{1}{4}x^2$

해설

$y = ax^2$ 의 그래프는 아래로 볼록하면 $a > 0$, 위로 볼록하면 $a < 0$

$|a|$ 이 작을수록 포물선의 폭이 넓다.

따라서 x^2 의 계수가 음수 이면서 절댓값이 가장 작은 것은 ⑤ 이다.

13. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동시키면 점 $(3, m)$ 을 지난다. m 의 값은?

① 15 ② 17 ③ 19 ④ 21 ⑤ 23

해설

$y = 2^2 + 1$ 의 그래프가 점 $(3, m)$ 을 지나므로
 $m = 18 + 1, m = 19$ 이다.

14. 이차함수 $y = -x^2 + 4$ 의 그래프에서 꼭짓점의 좌표와 축으로 옳은 것은?

① $(0, 4), x = 4$

② $(0, -4), x = -4$

③ $(0, 4), x = 0$

④ $(4, 0), x = 4$

⑤ $(4, 0), x = 0$

해설

꼭짓점의 좌표는 $(0, 4)$ 이고, 축은 $x = 0$ 이다.

15. 이차함수 $y = x^2 + mx + n$ 의 꼭짓점의 좌표가 $(3, -7)$ 일 때, $m + n$ 의 값을 구하면?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

$$\begin{aligned}y &= x^2 + mx + n \\&= (x - 3)^2 - 7 \\&= x^2 - 6x + 2\end{aligned}$$

$$m = -6, n = 2$$

$$\therefore m + n = -6 + 2 = -4$$

16. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}(x+3)^2 - 6$ 의 그래프는 $y = -\frac{1}{3}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동시킨 그래프이다. $m - n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$m = -3, n = -6$$

$$\therefore m - n = (-3) - (-6) = 3$$

17. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}(x+1)^2 - 4$ 의 y 절편을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{13}{3}$

해설

$$\begin{aligned} y &= -\frac{1}{3}(x+1)^2 - 4 \\ &= -\frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3}x - \frac{13}{3} \end{aligned}$$

따라서 y 절편은 $-\frac{13}{3}$

18. 다음 중 $y = -2x^2 + 8x$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?

- ① 제 1 사분면 ② 제 2 사분면 ③ 제 3 사분면
④ 제 4 사분면 ⑤ 원점

해설

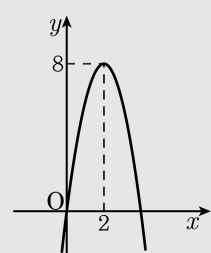
$$y = -2x^2 + 8x$$

$$y = -2(x - 2)^2 + 8$$

꼭짓점의 좌표는 (2, 8) 인 위로 볼록한 그래프이다.

또 원점 (0, 0) 을 지난다.

따라서 $y = -2x^2 + 8x$ 의 그래프는 다음 그림과 같고, 제 2 사분면을 지나지 않는다.

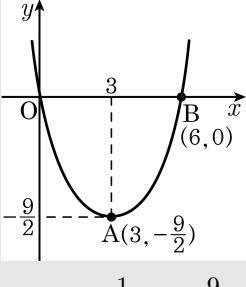


19. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 - 3x$ 의 꼭지점을 A, 원점을 O, 점 O의 포물선의
축에 대하여 대칭인 점을 B 라 할 때, $\triangle OAB$ 의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

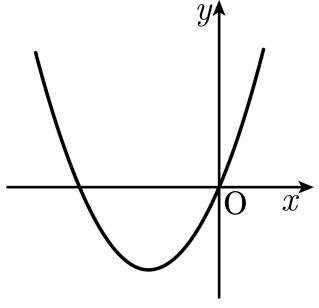
▶ 정답 : $\frac{27}{2}$

해설



$\triangle OAB = \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{9}{2} = \frac{27}{2}$

20. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같이 원점을 지날 때, a, b, c 의 부호로 옳은 것은?



- ①

$a > 0, b > 0, c = 0$
- ②

$a > 0, b < 0, c > 0$
- ③

$a < 0, b = 0, c > 0$
- ④

$a < 0, b < 0, c > 0$
- ⑤

$a < 0, b < 0, c = 0$

해설

아래로 볼록하므로 $a > 0$
축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 $ab > 0 \quad \therefore b > 0$
 y 축과 만나는 점이 원점쪽에 위치하므로 $c = 0$

21. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 꼭짓점의 좌표가 (1, 2) 이고 y 절편이 3 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면? (단, a, b, c 는 상수이다.)

① 0

② 1

③ 2

④ 4

⑤ 5

해설

꼭짓점이 (1, 2) 이므로 주어진 식은

$$y = a(x - 1)^2 + 2$$

y 절편이 3 이므로 (0, 3) 을 대입하면

$$3 = a + 2$$

$$\therefore a = 1$$

따라서 구하는 식은 $y = (x - 1)^2 + 2 = x^2 - 2x + 3$

$$\therefore b = -2, c = 3$$

$$\therefore a + b + c = 2$$

22. 이차함수 $y = x^2 - 4x - 7$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -11

해설

$$\begin{aligned} y &= x^2 - 4x - 7 \\ &= (x - 2)^2 - 11 \\ x &= 2 \text{ 일 때, 최솟값 } -11 \text{ 을 갖는다.} \end{aligned}$$

23. 이차함수 $y = \frac{2}{3}x^2 - 4ax - 6a$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 7 만큼,
 y 축의 방향으로 -3 만큼 평행 이동하였더니 최솟값이 -3 이 되었다.
이 때, 상수 a 의 값은? (단, $a < 0$)

① 0 ② 1 ③ -1 ④ 2 ⑤ -2

해설

$$\begin{aligned} y &= \frac{2}{3}x^2 - 4ax - 6a \\ &= \frac{2}{3}(x^2 - 6ax + 9a^2 - 9a^2) - 6a \\ &= \frac{2}{3}(x - 3a)^2 - 6a^2 - 6a \end{aligned}$$

$y = \frac{2}{3}(x - 3a)^2 - 6a^2 - 6a$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 7 만큼,

y 축의 방향으로 -3 만큼 평행 이동한 식은

$$y = \frac{2}{3}(x - 3a - 7)^2 - 6a^2 - 6a - 3 \text{ 이다.}$$

최솟값이 -3 이므로

$$-6a^2 - 6a - 3 = -3, 6a(a + 1) = 0$$

$$\therefore a = -1 \text{ or } 0$$

$$\therefore a = -1 (\because a < 0)$$

24. $x = -3$ 일 때 최댓값 4 를 갖고, y 절편이 2 인 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 라 할 때, 상수 a, b, c 의 곱 abc 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{16}{27}$

해설

$$\begin{aligned}y &= a(x+3)^2 + 4 \\&= a(x^2 + 6x + 9) + 4 \\&= ax^2 + 6ax + 9a + 4\end{aligned}$$

$$9a + 4 = 2, \quad 9a = -2 \text{ 이므로 } a = -\frac{2}{9}$$

$$y = -\frac{2}{9}x^2 - \frac{4}{3}x + 2$$

$$\therefore abc = \left(-\frac{2}{9}\right) \times \left(-\frac{4}{3}\right) \times 2 = \frac{16}{27}$$

25. 합이 16 인 두 수가 있다. 이 두수의 곱의 최댓값을 구하면?

① 50

② 62

③ 64

④ 79

⑤ 83

해설

두 수를 각각 x , $16 - x$ 라고 하면

$$y = x(16 - x)$$

$$= -x^2 + 16x$$

$$= -(x^2 - 16x + 64 - 64)$$

$$= -(x - 8)^2 + 64$$

$x = 8$ 일 때, 최댓값 64 을 갖는다.