1. 다음 보기의 이차함수의 그래프를 포물선의 폭이 좁은 순서대로 나열하여라.

보기

㉠ $y = 3x^2$　　㉡ $y = -\frac{5}{3}x^2$

㉢ $y = \frac{5}{2}x^2$　　㉣ $y = -\frac{1}{5}x^2$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉡

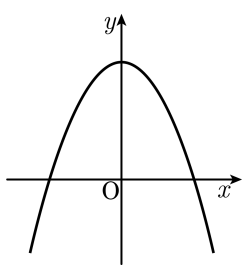
▷ 정답 : ㉣

해설

기울기의 절댓값이 클수록 포물선의 폭이 좁다.

$\frac{1}{5} < \frac{5}{3} < \frac{5}{2} < 3$ 이므로 ㉠, ㉢, ㉡, ㉣ 순으로 폭이 좁다.

2. 이차함수 $y = -ax^2 + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, a, b 의 부호는?



① $a < 0,\ b > 0$ ② $a > 0,\ b > 0$

③ $a > 0,\ b < 0$ ④ $a < 0,\ b = 0$

⑤ $a < 0,\ b < 0$

해설

위로 볼록하고, 꼭짓점이 x 축의 위에 있으므로, $a > 0,\ b > 0$ 이다.

3. 이차함수 $y=(4-x)(x-2)$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표를 구하면?

① $(1,1)$ ② $(2,1)$ ③ $(3,1)$ ④ $(4,1)$ ⑤ $(5,1)$

해설

$y=(4-x)(x-2)=4x-8-x^2+2x$
$=-x^2+6x-8=-(x^2-6x)-8$
$=-(x-3)^2+1$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(3,1)$ 이다.

4. y 는 x 의 제곱에 비례하고 $x = 2$ 일 때, $y = 8$ 이다. x 의 값이 1에서 4까지 3만큼 증가할 때, y 의 값의 증가량을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$y = ax^2$ 에서

$8 = a \times 2^2,\ a = 2$

$\therefore y = 2x^2,\ f(1) = 2,\ f(4) = 32$

따라서 y 의 값의 증가량은 $32 - 2 = 30$ 이다.

5. 이차함수 $y = -2x^2 + 4x - 1$ 의 최댓값과 최솟값은?

① 최댓값 : 1 , 최솟값 : 없다

② 최댓값 : 1 , 최솟값 : -5

③ 최댓값 : 4 , 최솟값 : 없다

④ 최댓값 : 없다, 최솟값 : 1

⑤ 최댓값 : 1 , 최솟값 : -3

해설

$y = -2x^2 + 4x - 1$
$= -2(x-1)^2 + 1$
$x = 1$ 일 때, 최댓값 1을 갖는다.
또한, x^2 의 계수가 음수이므로 최솟값은 없다.

6. 다음 이차방정식 중 중근을 갖는 것은?

① $x^2+2x=0$ ② $x^2+\frac{1}{2}x+\frac{1}{8}=0$

③ $2x^2-8x+8=0$ ④ $9x^2-49y^2=0$

⑤ $4x^2+15x+9=0$

해설

중근 : 판별식이 0이어야 한다.

③ $\frac{D}{4}=\left(-\frac{8}{2}\right)^2-2\times 8=0$

7. 이차방정식 $\frac{1}{2}(x+3)^2 = 8$ 의 두 근의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -6

해설

$\frac{1}{2}(x+3)^2 = 8, x^2+6x+9 = 16, x^2+6x-7 = 0$,
따라서 두 근의 합은 근과 계수의 관계에 의하여 -6 이다.

8. 이차방정식 $2x^2 - x - 7 = 0$ 의 두 근의 합이 $2x^2 - 5x + a = 0$ 의 근이 될 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a = 2$

해설

$2x^2 - x - 7 = 0$ 의 두 근의 합은 $\frac{1}{2}$ 이다.

이를 $2x^2 - 5x + a = 0$의 x 값에 대입하면

$\frac{1}{2} - \frac{5}{2} + a = 0,\ a = 2$ 이다.

9. 지상으로부터 30m 인 지점에서 1 초에 15m 의 빠르기로 던져올린 공의 t 초 후의 높이를 hm 라고 하면 $h = -5t^2 + 15t + 30$ 인 관계가 성립한다. 발사 후 3 초 후의 높이를 구하여라.

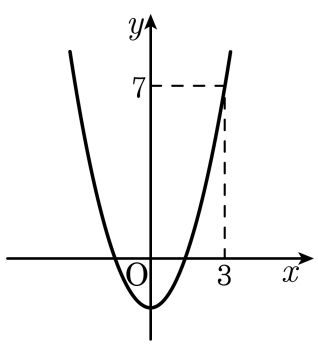
▶ 답 : m

▷ 정답 : 30 m

해설

$h = -5t^2 + 15t + 30$ 에서 $t = 3$ 을 대입하면
$h = -45 + 45 + 30 = 30$
따라서 발사 후 3초 후의 높이는 30m 이다.

10. 이차함수 $y = ax^2 - 2$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 다음 중 그래프 위의 점을 모두 골라라. (단, a 는 상수이다.)



㉠ $(0, 2)$	㉡ $\left(\frac{1}{4}, -\frac{7}{3}\right)$	㉢ $\left(\frac{1}{2}, -\frac{7}{4}\right)$
㉣ $(-3, 7)$	㉤ $\left(\frac{2}{3}, \frac{14}{9}\right)$	㉥ $(-1, -1)$

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉢

▷ 정답: ㉣

▷ 정답: ㉥

해설

점 $(3, 7)$ 을 $y = ax^2 - 2$가 지나므로 $7 = 9a - 2, a = 1$ 이다.
$y = x^2 - 2$ 이다.
㉠ $x = 0$ 일 때, $y = 0 - 2 = -2$ 이다.
㉡ $x = \frac{1}{4}$ 일 때, $y = \frac{1}{16} - 2 = -\frac{31}{16}$ 이다.
㉤ $x = \frac{2}{3}$ 일 때, $y = \frac{4}{9} - 2 = -\frac{14}{9}$ 이다.

11. 다음 보기는 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프의 특징을 적은 것이다. 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ 꼭짓점이 원점이고, y 축에 대하여 대칭이다.

㉡ 점 $(-3,\ 27)$ 을 지난다.

㉢ 아래로 볼록하며, 제 1, 2 사분면을 지난다.

㉣ y의 값의 범위는 $y \geq 0$이다.

㉤ $x < 0$ 인 범위에서 x 가 증가하면 y 도 증가한다.

① ㉠ ② ㉠,㉡ ③ ㉠,㉡,㉢

④ ㉠,㉡,㉢,㉣ ⑤ ㉠,㉡,㉢,㉣,㉤

해설

$y = ax^2$ 의 그래프는 다음의 기본성질을 갖는다.
꼭짓점은 $(0, 0)$, 대칭축은 y 축, 즉 $x = 0$
$a > 0$ 이면 아래로 볼록, $a < 0$ 이면 위로 볼록
$|a|$ 이 작을수록 포물선의 폭이 넓다.
$y = -ax^2$ 과 x 축에 대하여 대칭
이상의 성질에서 볼 때, ㉠, ㉡, ㉢은 옳다.
㉣ 아래로 볼록이고 꼭짓점이 원점이므로 $y \geq 0$
㉤ 아래로 볼록하고 축이 $x = 0$ 이므로
$x > 0$ 일 때, x 가 증가하면 y 도 증가한다. 따라서 옳지 않다.

12. 평행이동에 의하여 포물선 $y=\frac{1}{2}x^2+1$ 의 그래프와 완전히 포개어지지 <u>않는</u> 것은?

① $y=\frac{1}{2}(x-1)^2$
② $y=-\frac{1}{2}x^2-1$
③ $y=\frac{1}{2}x^2-2$
④ $y=\frac{1}{2}(x+1)^2-1$
⑤ $y=\frac{1}{2}x^2+2x+3$

해설

이차항의 계수가 같은 것을 찾는다.

13. 다음 이차함수의 그래프를 같은 좌표평면에 그릴 때, 포물선의 폭이 가장 넓은 것은?

① $y = -\frac{1}{2}x^2$　　② $y = -x^2 + \frac{1}{4}$

③ $y = 2x^2 - x$　　④ $y = \frac{1}{4}x^2 - x + 1$

⑤ $y = x^2 - 6x + 2$

해설

x^2 의 계수의 절댓값이 작을수록 폭이 넓다.
따라서 절댓값이 가장 작은 것은 ④이다.

14. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프와 모양이 같고 $x = -1$ 일 때, 최솟값 4 를 갖는 이차함수의 식은?

① $y = 2(x-1)^2$ ② $y = 2(x-1)^2 + 4$

③ $y = 2(x+1)^2 + 4$ ④ $y = -2(x+1)^2 + 4$

⑤ $y = -2(x-1)^2 + 4$

해설

$y = 2x^2$ 의 그래프와 모양이 같고 꼭짓점이 $(-1, 4)$ 이므로 $y = 2(x+1)^2 + 4$

15. 이차방정식 $(x-3)^2-(x-3)=12$ 를 풀면?

① $x=-3$ 또는 $x=4$　② $x=-4$ 또는 $x=3$

③ $x=0$ 또는 $x=7$　④ $x=-7$ 또는 $x=0$

⑤ $x=2$ 또는 $x=6$

해설

$(x-3)^2-(x-3)=12$
$x-3=A$ 라고 하면
$A^2-A-12=0$
$(A-4)(A+3)=0$
$(x-3-4)(x-3+3)=0$
$x(x-7)=0$
$\therefore\ x=0$ 또는 $x=7$

16. 다음은 이차방정식 A 와 A 의 한 근 B 를 나타낸 것일 때, 유리수 a 의 값은?

$A : -a = (x+1)^2$
$B : -1 - \sqrt{3}$

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 3

해설

이차방정식의 계수가 모두 유리수이므로 $-1 - \sqrt{3}$ 가 근이면 $-1 + \sqrt{3}$ 도 근이다.
$-a = (x+1)^2,\ x^2 + 2x + a + 1 = 0$
근과 계수와의 관계에서
두 근의 곱은 $a + 1 = -2$
$\therefore\ a = -3$

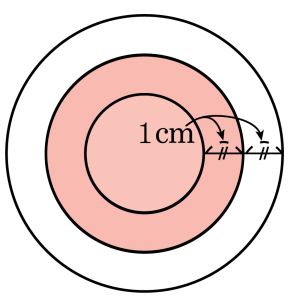
17. 연속한 두 자연수의 제곱의 합이 113 일 때, 두 자연수의 곱은?

① 48 ② 56 ③ 64 ④ 72 ⑤ 80

해설

연속한 두 자연수를 $x,\ x+1$ 이라 하면
$x^2+(x+1)^2=113$
$2x^2+2x-112=0$
$x^2+x-56=0$
$(x+8)(x-7)=0$
x 는 자연수이므로 $x=7$ 이다.
구하는 두 자연수는 $7,\ 8$ 이므로
$7\times 8=56$ 이다.

18. 다음 그림과 같이 원 세 개가 포개어져 있다. 가장 큰 원의 넓이가 나머지 두 원의 넓이의 합과 같을 때, 색칠한 부분의 넓이는?



① $12\pi\text{cm}^2$ ② $13\pi\text{cm}^2$ ③ $14\pi\text{cm}^2$

④ $15\pi\text{cm}^2$ ⑤ $16\pi\text{cm}^2$

해설

가장 작은 원의 반지름을 $r\,\text{cm}$ 이라 하면 가장 큰 원의 반지름은 $(r+2)\,\text{cm}$, 색칠한 원의 반지름은 $(r+1)\,\text{cm}$ 이 된다.

$\pi(r+2)^2 = \pi r^2 + \pi(r+1)^2$

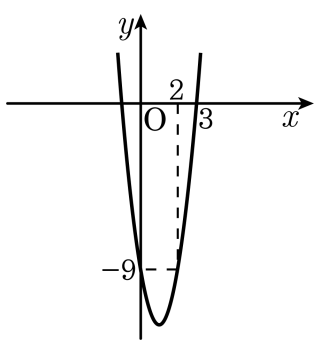
$r^2 - 2r - 3 = 0 \rightarrow (r-3)(r+1) = 0,\ r = -1,\ 3$ 에서

$r > 0$ 이므로 $r = 3$

색칠한 원의 반지름은 4cm 이다.

따라서 색칠한 원의 넓이는 $4^2\pi = 16\pi(\,\text{cm}^2)$ 이다.

19. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음과 같을 때, $a - b - c$ 의 값은?



① 6 ② 9 ③ 12 ④ 18 ⑤ 24

해설

세 점 $(0, -9)$, $(2, -9)$, $(3, 0)$ 을 지나는 그래프이다.
$(0, -9)$ 를 지나므로 $-9 = c$
$(2, -9)$ 를 지나므로 $-9 = 4a + 2b - 9$
$(3, 0)$ 을 지나므로 $0 = 9a + 3b - 9$
따라서 $a = 3$, $b = -6$, $c = -9$ 이므로
주어진 이차함수는 $y = 3x^2 - 6x - 9$ 이고, $a - b - c = 18$ 이다.

20. 이차함수 $y=\frac{1}{2}x^2-3x+m-1$ 의 최솟값이 $\frac{1}{2}$ 일 때, m 의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$$y=\frac{1}{2}x^2-3x+m-1$$
$$=\frac{1}{2}(x^2-6x+9-9)+m-1$$
$$=\frac{1}{2}(x-3)^2-\frac{9}{2}+m-1$$
$$=\frac{1}{2}(x-3)^2+m-\frac{11}{2}$$

최솟값이 $\frac{1}{2}$ 이므로 $m-\frac{11}{2}=\frac{1}{2}, m=\frac{1}{2}+\frac{11}{2}=\frac{12}{2}$

$\therefore m=6$

21. 이차방정식 $x^2-x-1=0$ 의 두근을 α, β 라고 할 때, $\alpha^3+\alpha^2\beta+\alpha\beta^2+\beta^3$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

근과 계수의 관계로부터

$\alpha+\beta=1, \alpha\beta=-1$ 이므로

$\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=3$

$\alpha^3+\alpha^2\beta+\alpha\beta^2+\beta^3=\alpha^2(\alpha+\beta)+\beta^2(\alpha+\beta)$

$=\left(\alpha^2+\beta^2\right)(\alpha+\beta)$

$=3\times1=3$

22. 이차방정식 $x^2+ax+b=0$의 근을 구하는데 소연은 일차항의 계수를 잘못 보고 풀어서 두 근이 $x=1\pm\sqrt{2}$가 나왔고, 소희는 상수항을 잘못 보고 풀어서 두 근이 $x=2\pm\sqrt{6}$이 나왔다. 이 때, ab의 값은?

① -4 ② -2 ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

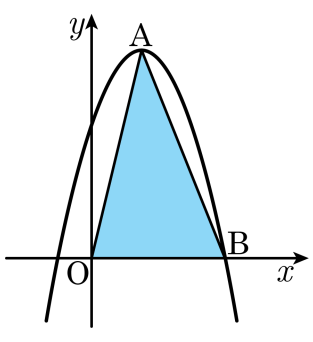
해설

근과 계수와의 관계에 의해 $x^2+ax+b=0$의 두근의 합은 $-a$, 두 근의 곱은 b이다.
소연이는 상수항은 제대로 본 것이므로 소연이가 구한 두 근의 곱은
$(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})=-1=b$
한편, 소희는 일차항을 제대로 본 것이므로 소희가 구한 두 근의 합은
$(2+\sqrt{6})+(2-\sqrt{6})=-a$
$\therefore\ a=-4,\ b=-1$
$\therefore ab=4$

해설

소연이 푼 식은
$\{x-(1+\sqrt{2})\}\{x-(1-\sqrt{2})\}=0$
소연이는 상수항을 제대로 본 것이므로 구하는 상수항 $b=(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})=-1$
소희가 푼 식은
$\{x-(2+\sqrt{6})\}\{x-(2-\sqrt{6})\}=0$
소희는 일차항의 계수를 제대로 본 것이므로 일차항의 계수는
$a=-2+\sqrt{6}-2-\sqrt{6}=-4$
따라서, 처음 이차방정식은 $x^2-4x-1=0$
$\therefore\ ab=4$

23. 다음 이차함수 $y = -x^2 + 3x + 4$ 의 그래프에서 점 A 는 꼭짓점, 점 B 는 x 축과의 교점일 때, $\triangle OAB$ 의 넓이는?



① 3 ② 8 ③ $\frac{25}{2}$ ④ $\frac{25}{4}$ ⑤ $\frac{25}{8}$

해설

$y = -x^2 + 3x + 4$

$= -\left(x^2 - 3x + \frac{9}{4} - \frac{9}{4}\right) + 4$

$= -\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{25}{4}$

따라서 A $\left(\frac{3}{2},\ \frac{25}{4}\right)$

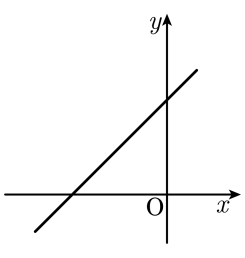
$y = 0$ 을 대입하면 $x^2 - 3x - 4 = 0$

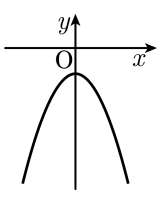
$(x+1)(x-4) = 0$ 이므로 x 절편은 $-1, 4$

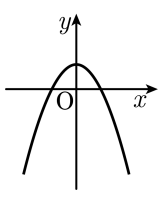
$\therefore$ B$(4,\ 0)$

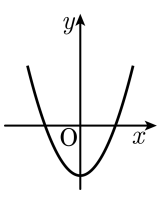
$\therefore\ \triangle OAB = \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{25}{4} = \frac{25}{2}$

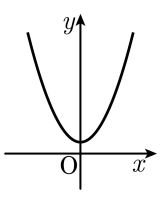
24. 일차함수 $y = ax+b$ 의 그래프가 다음그림과 같을 때 이차함수 $y = ax^2 + b$ 의 그래프로 옳은 것은?

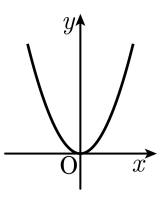


① 

② 

③ 

④ 

⑤ 

해설

$a > 0, b > 0$ 이므로 $y = ax^2 + b$ 의 그래프는 아래로 볼록하고 꼭짓점은 y 축의 위에 있다.

25. 다음 조건을 모두 만족하는 이차함수의 식은?

㉠ 꼭짓점이 x 축 위에 있다.
㉡ 축의 방정식은 $x=4$ 이다.
㉢ 점 $(6,\ -2)$를 지난다.

① $y=-2(x-4)^2$ ② $y=2(x-4)^2$

③ $y=\frac{1}{2}(x-4)^2$ ④ $y=-\frac{1}{2}(x-4)^2$

⑤ $y=-\frac{1}{2}(x+4)^2$

해설

꼭짓점이 x 축 위에 있으므로 꼭짓점의 y 좌표는 0 이다. 축의 방정식이 $x=4$ 이므로 꼭짓점의 x 좌표는 4이다. 따라서 꼭짓점의 좌표는 $(4,\ 0)$ 이다. $y=a(x-4)^2$ 의 형태에서 점 $(6,\ -2)$를 지나므로 $y=-\frac{1}{2}(x-4)^2$ 이다.