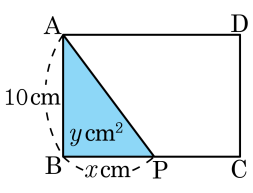
1. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD에 점 P는 변 BC 위를 B에서 C까지 움직인다. 선분 BP의 길이가 x cm일 때, $\triangle ABP$의 넓이를 y cm^{2}라고 하자. 이 때, x와 y사이의 관계식을 구하면?



① $y = 10x$ ② $y = 10x + 5$ ③ $y = 5x$

④ $y = \frac{x}{5}$ ⑤ $y = \frac{x}{10}$

해설

$\overline{BP} = x$ cm이고 높이는 10 cm이므로 $\triangle ABP$의 넓이 $y = \frac{1}{2} \times 10 \times x = 5x$

2. 다음 중 정비례 관계 $y = -\frac{3}{2}x$의 그래프에 대한 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 곡선으로 그려진다.

② 원점을 지난다.

③ 오른쪽 아래로 향한다.

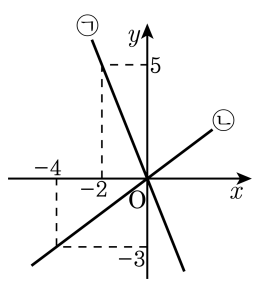
④ 점 $(4, -6)$을 지난다.

⑤ x의 값이 증가하면 y값은 감소한다.

해설

①직선으로 그려진다.

3. 다음 그림에서 ㉠은 $y = ax$, ㉡은 $y = bx$의 그래프일 때, ab 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $ab = -\frac{15}{8}$

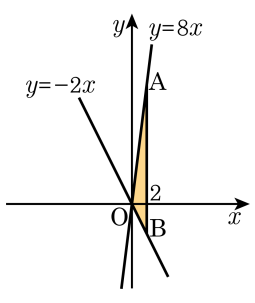
해설

㉠ $y = ax$ 에 $x = -2$, $y = 5$ 를 대입하면 $5 = -2a$, $a = -\frac{5}{2}$

㉡ $y = bx$ 에 $x = -4$, $y = -3$ 을 대입하면 $-3 = -4b$, $b = \frac{3}{4}$

$\therefore ab = \left(-\frac{5}{2}\right) \times \frac{3}{4} = -\frac{15}{8}$

4. 다음 그림은 두 정비례 관계 $y = 8x$ 와 $y = -2x$ 의 그래프이다. $\triangle AOB$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 20

해설

$y = 8x$ 에 $x = 2$ 를 대입하면 $y = 8 \times 2 = 16$

$\therefore$ A(2, 16)

$y = -2x$ 에 $x = 2$ 를 대입하면 $y = -2 \times 2 = -4$

$\therefore$ B(2, -4)

$\therefore \overline{AB} = 16 - (-4) = 20$

따라서 $\triangle AOB$ 는 밑변의 길이가 20이고 높이가 2인 삼각형이므로

$\triangle AOB = \frac{1}{2} \times 20 \times 2 = 20$

5. $y = \frac{a}{x}$(단, $x \neq 0$)에 대하여 $x = -2$일 때 $y = 2$이다. 이때 그래프가 지나는 사분면끼리 모아놓은 것은?

㉠ 제 1사분면	㉡ 제 2사분면
㉢ 제 3사분면	㉣ 제 4사분면

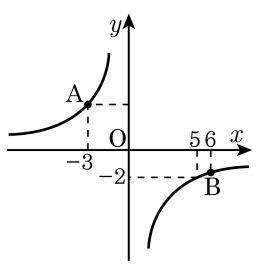
① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉢ ④ ㉠, ㉣ ⑤ ㉡, ㉣

해설

$y = \frac{a}{x}$가 $(-2, 2)$를 지나므로 $2 = \frac{a}{-2}$, $a = -4$이다.

$y = -\frac{4}{x}$이므로 제 2, 4사분면을 지난다.

6. $y = \frac{a}{x}$가 다음과 같을 때, 두 점 A, B의 y 좌표의 합을 구하면?



① $\frac{9}{5}$ ② $\frac{9}{7}$ ③ $\frac{5}{7}$
④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{3}{7}$

해설

$y = \frac{a}{x}$가 점 $(5, -2)$를 지나므로 $-2 = \frac{a}{5}$, $a = -10$이다.

점 A의 x의 좌표가 -3이므로 y의 좌표는 $\frac{-10}{-3} = \frac{10}{3}$이고, 점 B의 x의 좌표가 6이므로 y의 좌표는 $-\frac{10}{6}$이다.

따라서 합을 구하면 $\frac{10}{3} + \left(-\frac{10}{6}\right) = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$이다.

7. 점 P $(a,\ b)$ 가 제 4 사분면 위의 점일 때, 점 A $(ab,\ a-b)$ 는 제 몇 사분면 위의 점인지 구하여라.

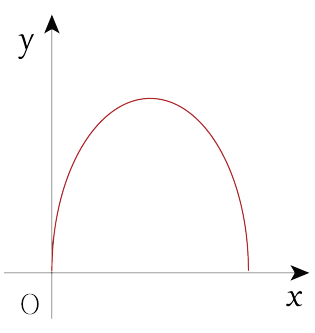
▶ 답 : 사분면

▷ 정답 : 제 2사분면

해설

$a>0,\ b<0$ 이므로 $ab<0,\ a-b>0$
따라서 A $(ab,\ a-b)$ 는 제 2 사분면 위에 있다.

8. 다음은 두 변수 x와 y 사이의 관계를 그래프로 나타낸 것이다. 다음에서 변수 x, y로 적합한 것을 모두 골라라.



㉠ 지면에서 위로 공을 던질 때, 경과 시간 x에 따른 공의 높이 y
㉡ 일정한 속력으로 x시간 달렸을 때의 이동 거리 y
㉢ 정상까지 산을 오를 때, 경과 시간 x에 따른 정상으로부터의 거리 y
㉣ 직선 거리를 왕복하여 돌아올 때 경과 시간 x에 따른 출발점으로부터 떨어진 거리 y

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

해설

주어진 그래프는 x의 값이 증가할 때 y의 값이 증가하다 감소하므로 적합한 것은 ㉠, ㉣이다.
㉡ x의 값이 증가할 때, y의 값도 증가한다.
㉢ x의 값이 증가할 때, y의 값은 감소한다.

9. 다음 중 y 가 x 에 정비례하는 것은?

① 두 대각선의 길이가 각각 $x$cm, $y$cm 인 마름모의 넓이는 50cm^2 이다.

② 50L 의 물이 담겨 있는 물통에 매분 2L 의 물을 넣을 때, x 분 후에 물통에 담겨 있는 물의 양은 yL 이다.

③ 가로가 x cm, 세로가 y cm 인 직사각형의 넓이는 $40\,\text{cm}^2$ 이다.

④ 90km 를 시속 $x$km 달린 시간은 y 시간이다.

⑤ 길이 1m 의 무게가 20g 인 철사 xm 의 무게는 yg 이다.

해설

① (마름모의 넓이) $= \frac{1}{2} \times x \times y = 50$, $y = \frac{100}{x}$: 반비례

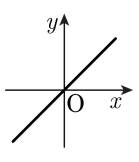
② 매분 2L 씩 x 분 동안 넣은 물의 양은 $2x$ 이므로 $y = 2x + 50$: 정비례도 반비례도 아님

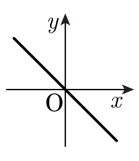
③ $xy = 40(\text{cm}^2)$: 반비례

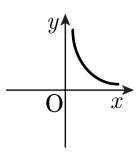
④ (시간)$= \frac{(\text{거리})}{(\text{속력})}$ 이므로 $y = \frac{90}{x}$: 반비례

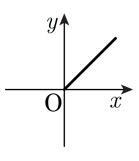
⑤ 길이 1m 의 무게가 20g 이므로 $y = 20x$: 정비례

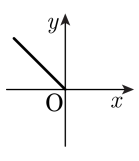
10. $x \geq 0$ 일 때, 정비례 관계 $y = ax(a > 0)$ 의 그래프는?

① 

② 

③ 

④ 

⑤ 

해설

$y = ax(a > 0)$ 는 정비례 관계이고 $a > 0$ 이므로 제 $1, 3$ 사분면에 그래프가 그려져야 한다. $x \geq 0$ 이므로 그래프는 제 1 사분면에 그려져야 한다.

11. 정비례 관계 $y = ax$의 그래프가 점 $(-3, -6)$을 지날 때, 다음 중 이 그래프 위의 점은?

① $(1, -2)$ ② $(-2, 3)$ ③ $(2, 4)$

④ $(-6, -3)$ ⑤ $(0, 1)$

해설

$y = ax(a \neq 0)$에 $x = -3$, $y = -6$을 대입하면
$-6 = -3a$, $a = 2$
관계식은 $y = 2x$이다.
③ $(2, 4)$는 그래프 위에 있다.

12. 다음 중 y 가 x 에 반비례하는 것을 모두 고른 것은?

㉠ 50 km 의 거리를 x 시간 동안 달렸을 때의 속력은 시속 y km 이다.

㉡ 한 개에 500 원 하는 연필 x 개를 사고 2000 원을 냈을 때 거스름 돈은 y 원이다.

㉢ 가로의 길이 x cm 세로의 길이가 y cm 인 직사각형의 넓이가 $36\,\text{cm}^2$ 이다.

㉣ 윗변의 길이가 3 cm , 아랫변의 길이가 7 cm , 높이가 x cm 인 사다리꼴의 넓이가 $y\,\text{cm}^2$ 이다.

㉤ 반지름의 길이가 x cm 인 원의 넓이가 $y\,\text{cm}^2$ 이다.

① ㉠,㉢ ② ㉠,㉢,㉣ ③ ㉣,㉤
④ ㉣ ⑤ ㉠,㉡,㉢,㉣,㉤

해설

㉠ $y = \dfrac{50}{x}$: 반비례

㉡ $y = 2000 - 500x$: 정비례도 반비례관계도 아님

㉢ $y = \dfrac{36}{x}$: 반비례

㉣ $y = (3+7) \times x \times \dfrac{1}{2}$, $y = 5x$: 정비례

㉤ $y = \pi \times x \times x = \pi x^2$ (정비례도 반비례도 아님)

13. 동일한 제품의 자동화 기기가 설치되어 있는 공장에서 6 대의 자동화 기기로 일을 하면 23 일이 걸리는 작업이 있다. 2 일간에 작업을 끝내려면 몇대의 자동화 기기가 필요한가?

① 56 대 ② 60 대 ③ 63 대 ④ 66 대 ⑤ 69 대

해설

기계의 대수를 x 대, 걸리는 시간을 y 일이라 하면 한 일의 양은 $6 \times 23 = a$ 이다.

$a = 138$

$\therefore y = \dfrac{138}{x}$

이 때, $y = 2$ 이므로 대입하면 $2 = \dfrac{138}{x}$

$\therefore x = 138 \div 2 = 69$(대)

14. 세 점 $\left(a,\ \frac{1}{2}\right)$, $(4,\ b)$, $(-2,\ 5)$ 가 $y = \frac{c}{x}$ 의 그래프 위의 점일 때 $\frac{1}{a} \times b \times c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{5}{4}$

해설

$y = \frac{c}{x}$ $(c \neq 0)$ 형태의 식이며,

$x = -2$ 일 때 $y = 5$ 이므로 $5 = \frac{c}{-2}$ 이며 $c = -10$ 이다.

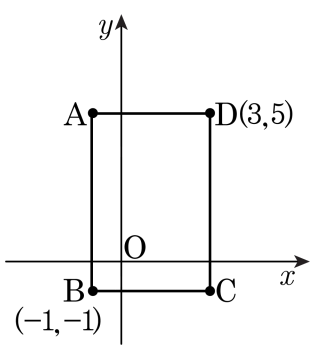
따라서 그래프가 나타내는 식은 $y = -\frac{10}{x}$ 이고, 이 그래프가 점 $\left(a,\ \frac{1}{2}\right)$, $(4,\ b)$ 를 지나므로

$\frac{1}{2} = -\frac{10}{a}$ $\quad \therefore\ a = -20$

$-\frac{10}{4} = b$ $\quad \therefore\ b = -\frac{5}{2}$

따라서 $\frac{1}{a} \times b \times c = -\frac{1}{20} \times \left(-\frac{5}{2}\right) \times (-10) = -\frac{5}{4}$

15. 다음 그림에서 점 P는 직사각형 ABCD의 둘레를 움직인다. 점 P의 좌표를 (a, b)라고 할 때, $a-b$의 값이 최소가 될 때의 $3a+2b$의 값을 구하면?



① -5 ② -3 ③ 3 ④ 7 ⑤ 9

해설

A$(-1, 5)$, C$(3, -1)$이므로 $a-b$가 최소가 되기 위해서는 a가 제일 작은 수, b가 제일 큰 수가 되어야 한다.
따라서 P$(-1, 5)$일 때, $a-b$의 값이 최소가 된다.
따라서 $a=-1, b=5$이므로 $3a+2b=3\times(-1)+2\times5=7$이다.

16. 점 P에 대하여 점 $P'(x', y')$를 $x' = 2x + 3, y' = -3y + 5$와 같이 대응시킬 때, 점 $P'(9, 11)$이 되는 점 P'의 좌표를 (a, b)라 할 때, $a + b$의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$x' = 2x + 3, y' = -3y + 5$에서
$9 = 2a + 3, 11 = -3b + 5$이고,
$a = 3, b = -2$이므로 $a + b = 1$이다.

17. 두 점 $\mathrm{P}(a,\ b)$, $\mathrm{Q}(-2a,\ 3b)$에 대하여 $\triangle\mathrm{OPQ}$의 넓이가 15일 때, ab의 값은?(단, $a>0, b>0$)

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

주어진 조건대로 좌표평면에 그리면 다음과 같다.

$\triangle\mathrm{OPQ}=$ 사다리꼴$\mathrm{PQHH'}-\triangle\mathrm{OQH}-\triangle\mathrm{OPH'}$

$$=\frac{1}{2}(b+3b)\times 3a-\frac{1}{2}\times 2a\times 3b-\frac{1}{2}\times a\times b$$

$$=6ab-3ab-\frac{1}{2}ab$$

$$=\frac{5}{2}ab$$

$\frac{5}{2}ab=15$이므로 $ab=6$이다.

18. 임의의 점 P_1을 x축에 대하여 대칭이동한 점을 P_2, 점 P_2를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 점을 P_3, 점 P_3를 y축에 대하여 대칭이동한 점을 $P_4, \cdots$ 라 하며, 이 과정을 반복하여 시행한다. 점 $P_1(3,-5)$가 주어졌을 때, 점 P_{58}의 좌표를 $P_{58}(a,b)$라 할 때, $b-a$의 값은?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$P_1(3,5)$을 x축에 대하여 대칭이동한 점 P_2는 $(3,5)$
또, 이 점을 $y=x$에 대하여 대칭이동한 점 P_3는 $(5,3)$
y축에 대하여 대칭이동한 점 P_4는 $(-5,3)$
같은 방법으로 계속하면 $P_5(-5,-3)$,P_6, $P_7\cdots$ 이 되고, $P_1=P_7$ 이 되므로 여섯 번 이동하면 처음과 같아진다.
따라서 $P_{58}=P_6\times 9+4=P_4$이므로 $(-5,3)$이고, $b-a=3-(-5)=8$이다.

19. y 가 $x-2$ 에 정비례하고 $x=4$ 일 때 $y=2$ 이다. $x=2$ 일 때 y 의 값은?

① 2 ② 1 ③ 0 ④ 3 ⑤ 4

해설

$y=a\times(x-2)$
x값과 y값을 대입하면 $2=a\times(4-2)$
따라서 $a=1$
$y=x-2$
$x=2$ 일 때 $y=0$

20. 직선 $y = 4x + k$ 의 그래프가 $y = -3x$, $y = -\dfrac{3}{4x}$ 의 그래프의 교점 중 한 점을 지난다고 할 때, 가능한 k 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $-\dfrac{7}{2}$

▷ 정답: $\dfrac{7}{2}$

해설

$-3x = -\dfrac{3}{4x}$, $x^2 = \dfrac{1}{4}$

$\therefore x = \dfrac{1}{2}$ 또는 $x = -\dfrac{1}{2}$

따라서 교점은 $\left(\dfrac{1}{2}, -\dfrac{3}{2}\right)$, $\left(-\dfrac{1}{2}, \dfrac{3}{2}\right)$

$y = 4x + k$ 에 $x = \dfrac{1}{2}$, $y = -\dfrac{3}{2}$ 을 대입하면

$-\dfrac{3}{2} = 4 \times \dfrac{1}{2} + k$, $k = -\dfrac{7}{2}$

$y = 4x + k$ 에 $x = -\dfrac{1}{2}$, $y = \dfrac{3}{2}$ 을 대입하면

$\dfrac{3}{2} = 4 \times \left(-\dfrac{1}{2}\right) + k$, $k = \dfrac{7}{2}$

$\therefore k = -\dfrac{7}{2}$, $k = \dfrac{7}{2}$