1. 부등식 $\frac{x}{2} - \frac{3x-1}{5} < 0$ 이 참이 되게 하는 가장 작은 정수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

양변에 10을 곱하면

$$5x - 2(3x - 1) < 0$$

$$5x - 6x + 2 < 0$$

$$-x < -2$$

$$x > 2$$

따라서 참이 되게 하는 가장 작은 정수는 3이다.

2. 부등식 $\frac{5x-4}{2} + \frac{8-12x}{4} > -\frac{a}{2}$ 를 만족하는 자연수 x 의 개수가 3개 일 때, 자연수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\frac{5x-4}{2} + \frac{8-12x}{4} > -\frac{a}{2} \text{의 양변에 4를 곱하면}$$

$$2(5x-4) + (8-12x) > -2a$$

$$-2x > -2a$$

$$\therefore x < a$$

위 부등식을 만족하는 자연수의 개수가 3개이므로 $4 \leq a < 5$ 이 되어야 한다.

따라서 $a = 4$ 이다.

3. 연립부등식 $\begin{cases} 3x-4 \leq 2 \\ 5-2x < 9 \end{cases}$ 의 해가 $a < x \leq b$ 이다. 이때, a, b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = -2$

▷ 정답: $b = 2$

해설

$$3x - 4 \leq 2$$

$$3x \leq 6$$

$$\therefore x \leq 2$$

$$5 - 2x < 9$$

$$2x > -4$$

$$\therefore x > -2$$

따라서 $-2 < x \leq 2$ 에서 $a = -2, b = 2$ 이다.

4. 연립부등식 $\begin{cases} 3(x-2) \leq x-2 \\ x+2 > 1 \end{cases}$ 을 풀면?

- ① $-2 < x \leq 1$ ② $1 < x \leq 2$ ③ $-1 \leq x < 2$
④ $1 < x < 2$ ⑤ $-1 < x \leq 2$

해설

$$\begin{cases} 3(x-2) \leq x-2 \\ x+2 > 1 \end{cases}$$
$$\Rightarrow \begin{cases} 3x-x \leq -2+6 \\ x > -1 \end{cases}$$
$$\Rightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x > -1 \end{cases}$$
$$\therefore -1 < x \leq 2$$

5. x 가 자연수일 때, $0.6(2-x) \geq 0.5x - 1.1$ 를 만족하는 x 의 개수를 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$6(2-x) \geq 5x - 11$$

$$12 - 6x \geq 5x - 11$$

$$-11x \geq -23$$

$$\therefore x \leq \frac{23}{11}$$

따라서 1, 2이다.

6. 어떤 정수의 2 배에서 4 를 빼면 8 보다 작고, 그 정수의 3 배에서 5 를 빼면 7 보다 크다. 어떤 정수는 얼마인가?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

어떤 정수를 x 라고 하면

$$2x - 4 < 8 \cdots \textcircled{1}$$

$$\therefore x < 6$$

$$3x - 5 > 7 \cdots \textcircled{2}$$

$$\therefore x > 4$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에서 } 4 < x < 6, x = 5$$

8. 진경, 지석의 한 달 평균 이동전화 사용 시간이 각각 160분, 190분일 때, B요금제를 선택하는 것이 유리한 사람은 누구인지 구하여라.

	A	B
기본요금(원)	12000	19000
1분당 전화요금(원)	165	125

▶ 답:

▷ 정답: 지석

해설

한 달 동안 x 분 사용한다고 하고, B요금제를 선택하는 것이 유리하다면

$$12000 + 165x > 19000 + 125x$$

$$x > 175$$

즉, 한 달 평균 이동전화 사용시간이 175분을 초과하는 지석이가 B요금제를 선택하는 것이 유리하다.

9. A 지점에서 15km 떨어진 B 지점으로 가는데, 처음에는 시속 3km 로 가다가 도중에 시속 4km 로 걸어 출발한 후 3 시간 30분 이내에 B 지점에 도착하려고 한다. A 지점에서 x km 까지를 시속 3km 로 걸어간다고 하여 부등식을 세울 때, 다음 중 옳은 부등식은?

① $\frac{x}{3} + \frac{y}{4} \leq \frac{7}{2}$

② $\frac{x}{3} + \frac{4}{15-x} \leq \frac{7}{2}$

③ $\frac{x}{3} + \frac{15-x}{4} \leq \frac{7}{2}$

④ $\frac{x}{4} + \frac{15-x}{4} \leq \frac{7}{2}$

⑤ $3x + 4(15-x) = \frac{7}{2}$

해설

3km 로 간 거리 x cm

4km 으로 간 거리 $(15-x)$ cm

$$\frac{x}{3} + \frac{15-x}{4} \leq \frac{7}{2}$$

10. 5%의 설탕물 200g에 최소 몇 g의 물을 넣으면 설탕물의 농도가 4% 이하가 되겠는가?

- ① 20 g ② 40 g ③ 50 g ④ 60 g ⑤ 80 g

해설

넣어야 할 물의 양을 x g이라 하면

$$\frac{5}{100} \times 200 \leq \frac{4}{100} \times (200 + x)$$

$$1000 \leq 800 + 4x$$

$$\therefore x \geq 50$$

11. 다음 중 방정식 $\frac{1}{2}x - 0.2(x+1) = 0.7$ 을 만족하는 x 의 값을 해로 갖는 부등식은?

① $x - 4 > 4$

② $x - 3(x-4) \geq 4(x+1)$

③ $4x - 2 > 2x - 4$

④ $3(x-1) - 3 \geq 3(x+6)$

⑤ $-3x + 15 < 0$

해설

$\frac{1}{2}x - 0.2(x+1) = 0.7$ 을 풀면 $x = 3$ 이므로
 $x = 3$ 을 대입하여 성립하는 부등식을 찾는다.
③ $4x - 2 = 10 > 2x - 4 = 2$ 이므로 방정식은 성립한다.

12. $0 < a < b < 1$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $a < a^2$

② $a^2 > b$

③ $a < ab$

④ $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

⑤ $-a^2 < -b^2$

해설

④ a, b 의 부호가 같을 때, $a > b$ 이면 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$, $a < b$ 이면 $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ 로 부등호가 바뀐다.

14. 다음 보기에서 일차부등식을 모두 구하여라.

보기

㉠ $3x > -3$

㉡ $5x^2 < 2$

㉢ $-x + 1 \leq 2x - 4$

㉣ $x > 0$

㉤ $3x + 2 < 5$

㉥ $3x + 1 \geq 3x - 5$

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉠

▷ 정답: ㉢

▷ 정답: ㉣

▷ 정답: ㉤

해설

일차부등식을 정리했을 때 x 의 차수가 1인 것을 찾는다.

㉠ $3x > -3$

$3x + 3 > 0$

㉡ $5x^2 - 2 < 0$

x 의 차수가 2차이다.

㉢ $-x + 1 \leq 2x - 4$

$-x - 2x + 1 + 4 \leq 0$

$-3x + 5 \leq 0$

㉤ $3x + 2 < 5$

$3x - 3 < 0$

㉥ $3x - 3x + 5 + 1 \geq 0$

$6 \geq 0$

일차항이 소거되므로 일차부등식이 아니다.

15. 부등식 $ax < b$ 의 해가 $x > -1$ 이라고 할 때, 다음 중 옳은 것은? (단, $a \neq 0, b \neq 0$)

- ① $a > b$ ② $a > 0, b < 0$ ③ $a + b = 0$
④ $ab > 0$ ⑤ $-\frac{a}{b} < 0$

해설

$ax < b$ 의 해가 $x > -1$ 이므로 $a < 0$

부등식을 풀면 $x > \frac{b}{a}$

따라서 $\frac{b}{a} = -1, b = -a$

$\therefore a + b = 0$

16. 부등식 $\frac{(a-x)}{2} - 5 \leq -2a$ 의 해 중 최솟값이 7 일 때, 부등식을 만족하는 상수 a 의 값을 $\frac{x}{y}$ 라고 할 때, $x-y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

부등식 $\frac{(a-x)}{2} - 5 \leq -2a$ 의 양변에 2 를 곱하여 정리하면

$$a - x - 10 \leq -4a$$

$$-x \leq -5a + 10$$

$$x \geq 5a - 10$$

x 의 최솟값이 7 이므로

$$5a - 10 = 7$$

$$5a = 17$$

$$\therefore a = \frac{17}{5}$$

$$\therefore x - y = 17 - 5 = 12$$

17. 부등식 $3x - 2 < 7$ 과 부등식 $x + 2a > 4x - 1$ 의 해가 서로 같을 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$$3x < 9 \quad \therefore x < 3$$

$$3x < 2a + 1 \quad \therefore x < \frac{2a + 1}{3}$$

두 부등식의 해가 서로 같으므로

$$\frac{2a + 1}{3} = 3, \quad 2a + 1 = 9$$

$$\therefore a = 4$$

18. 두 부등식 $2x - 3 < x + 2$, $a < 2x$ 의 공통해가 3, 4가 되도록 a 값의 범위를 정하면?

① $4 < a \leq 6$

② $a < 6$

③ $3 \leq a < 5$

④ $4 \leq a < 6$

⑤ $5 \leq a < 7$

해설

$x < 5$, $x > \frac{a}{2}$ 이므로

$\frac{a}{2} < x < 5$ 를 만족하는 정수가 3, 4가 되기 위해서

$2 \leq \frac{a}{2} < 3$

$\therefore 4 \leq a < 6$

19. x 가 1, 3, 5, 7, 9이고, 세 부등식 A 가 $x > 2$, B 가 $x - 5 < 3$, C 가 $-x + 1 \geq -2$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ㉠ 부등식 B 와 C 의 공통해는 부등식 A 의 해이다.
- ㉡ 부등식 C 의 해는 부등식 A 의 해와 부등식 B 의 해이다.
- ㉢ 부등식 B 에서 C 를 제외한 수는 부등식 A 의 해이다.
- ㉣ A, B, C 의 공통해는 존재한다.
- ㉤ B 와 C 의 공통해는 A 의 해와 같다.

해설

A 는 3, 5, 7, 9 B 는 $x - 5 < 3, x < 8$ 이므로 1, 3, 5, 7 C 는 $-x + 1 \geq -2, x \leq 3$ 이므로 1, 3

㉠ B 와 C 의 공통해는 1, 3이므로 B 와 C 의 공통해는 A 의 해가 아니다.

㉤ B 와 C 의 공통해는 C 의 해이다.

20. 180L 의 물을 담을 수 있는 통이 있다. 처음에는 분당 10L 의 속도로 물을 채우다가 분당 20L 의 속도로 물을 채워 물을 채우기 시작한 지 12 분 이내로 가득 채우려고 한다. 분당 10L 의 속도로 채울 수 있는 최대 시간은 얼마인가?

① 4 분 ② 5 분 ③ 6 분 ④ 7 분 ⑤ 8 분

해설

10L 의 속도로 채우는 시간 x 분, 20L 의 속도로 채우는 시간 $(12 - x)$ 분 이다.

$$10x + 20(12 - x) \geq 180$$

$$x \leq 6$$

따라서 최대시간은 6 분이다.

21. 강식이네 마을에는 매주 월요일 새마을 이동도서관이 와서 책을 빌려준다. 대출 기간은 2 주이다. 강식은 이번 주 월요일에 책을 2 권 빌렸다. 한 권은 372 쪽 짜리 소설책이고, 다른 한 권은 405 쪽짜리 과학 서적이다. 빌린 다음 날부터 읽기 시작하여 매일 일정한 양만큼 읽는다면 하루에 몇 쪽 이상을 읽어야 반납하기 전날까지 두 권 모두 읽을 수 있는가?

① 58 쪽 ② 59 쪽 ③ 60 쪽 ④ 61 쪽 ⑤ 62 쪽

해설

강식이 읽어야 할 분량은 모두 $372+405 = 777$ (쪽)이고, 반납 전까지 책을 읽을 수 있는 날수는 13 일이다. 따라서 강식이 하루에 읽어야 하는 분량을 x 쪽이라고 하면 $13x \geq 777$, 즉 $x \geq 59.7\dots$ 이므로 강식은 하루에 60 쪽 이상 읽어야 한다.

22. 두 지점 A, B 사이를 왕복하는데 갈 때에는 시속 5km, 올 때에는 시속 4km로 걸어서 3시간 이내에 왕복하려고 할 때, A, B 사이의 거리의 범위는?

- ① $\frac{20}{9}$ km 이내 ② 2.5 km 이내 ③ $\frac{10}{3}$ km 이내
④ 6.5 km 이내 ⑤ $\frac{20}{3}$ km 이내

해설

A, B 사이의 거리를 x 라 하면

$$\frac{x}{5} + \frac{x}{4} \leq 3 \text{에서}$$

$$4x + 5x \leq 60$$

$$\therefore x \leq \frac{20}{3} \text{ (km)}$$

24. 다음 문장을 부등식으로 나타내면?

소현이 어머니의 나이가 지금은 소현이의 나이 x 의 7 배이지만
3년 후에는 소현이의 현재 나이 x 의 5 배 이하이다.

- ① $7x + 3 < 5x$ ② $7x + 3 \leq 5x$ ③ $7x + 3 \geq 5x$
④ $7x + 3 > 5x$ ⑤ $7x \leq 5x$

해설

소현이의 나이는 x , 어머니의 나이는 $7x$ 이므로
3년 후에 소현이의 나이의 5 배 이하는
 $7x + 3 \leq 5x$

25. 부등식 $6a - 9 \leq 3(x - 3) - 2x$ 를 만족하는 $-x$ 의 값 중에서 가장 큰 정수가 2일 때, 상수 a 의 값의 최댓값은?

- ① $a = -\frac{1}{3}$ ② $a = -\frac{1}{2}$ ③ $a = -1$
④ $a = \frac{1}{2}$ ⑤ $a = \frac{1}{3}$

해설

$6a - 9 \leq 3(x - 3) - 2x$ 를 정리하면

$$6a - 9 \leq 3x - 9 - 2x$$

$$6a \leq x$$

$$x \geq 6a$$

$$\therefore -x \leq -6a$$

위 부등식을 만족하는 가장 큰 정수가 2이므로 $2 \leq -6a < 3$

$$\therefore -\frac{1}{2} < a \leq -\frac{1}{3}$$

26. $m - 1 < 1$ 일 때, 일차부등식 $5mx - 2m \leq 10x - 4$ 의 해는?

- ① $x \leq \frac{1}{5}$ ② $x \leq \frac{2}{5}$ ③ $x \geq \frac{2}{5}$ ④ $x \geq \frac{3}{5}$ ⑤ $x \geq \frac{4}{5}$

해설

$$m - 1 < 1 \text{ 에서 } m - 2 < 0$$

$$5mx - 2m \leq 10x - 4$$

$$5(m - 2)x \leq 2(m - 2)$$

$$\therefore x \geq \frac{2}{5} \text{ (} \because m - 2 < 0 \text{)}$$

27. 부등식 $\frac{1}{2}x - \frac{4}{3} \leq x - \frac{x+2}{3} \leq \frac{1}{4}x + 6$ 을 만족하는 음이 아닌 정수 x 의 값의 개수는?

- ① 18개 ② 17개 ③ 16개 ④ 3개 ⑤ 2개

해설

$$\text{i) } \frac{1}{2}x - \frac{4}{3} \leq x - \frac{x+2}{3}, 3x - 8 \leq 6x - 2x - 4$$

$$\therefore x \geq -4$$

$$\text{ii) } x - \frac{x+2}{3} \leq \frac{1}{4}x + 6, 12x - 4x - 8 \leq 3x + 72$$

$$\therefore x \leq 16$$

i), ii)에서 공통된 x 의 값의 범위를 구하면

$$-4 \leq x \leq 16$$

한편, x 는 음이 아닌 정수이므로 $0 \leq x \leq 16$

따라서 $x = 0, 1, 2, \dots, 16$ 의 17개이다.

28. 희재는 20000 원을 가지고 집에서 마트를 가는데 2000 원 하는 참치와 3000 원 하는 소시지를 사려고 하고, 집에서 마트까지의 왕복차비는 2000 원이다. 희재는 참치는 하나만 사고 나머지는 소시지를 사려고 한다. 소시지는 한 개를 살 때 한 개를 더 주는 행사를 한다고 할 때, 희재가 사게 되는 소시지의 최대 개수는 몇 개인가?

- ① 5 개 ② 7 개 ③ 10 개 ④ 12 개 ⑤ 14 개

해설

희재가 가지고 있는 돈이 20000 원이므로 그 이하로 물건을 사야 한다. 참치는 하나만 산다고 했으므로 가격은 2000 원이 되고, 소시지의 살 개수를 x 개라고 하면 $3000x$ 원어치 소시지를 사게 되고 차비는 왕복 2000 원이라고 했으므로 총 들어 가는 돈은 $(2000 + 3000x + 2000)$ 원이다. 20000 원 내에서 사야 하므로 $2000 + 3000x + 2000 \leq 20000$ 이 된다.

계산하면

$$2 + 3x + 2 \leq 20$$

$$3x \leq 16$$

$$\therefore x \leq \frac{16}{3} = 5.\times\times$$

이므로 소시지는 5 개를 사게 된다. 한 개를 살 때 한 개를 더 준다고 했으므로 총 사게 되는 소시지는 10 개가 된다.

29. 정수기 판매 사원인 A는 기본급 80만 원과 한 달 동안 판매한 정수기 금액의 20%를 월급으로 받는다. 정수기 한 대의 가격이 30만 원이라 할 때, A가 다음 달 월급을 200만 원 이상 받으려면 최소한 몇 대의 정수기를 팔아야 하는가?

- ① 17대 ② 18대 ③ 19대 ④ 20대 ⑤ 21대

해설

$$80\text{만} + x \times 30\text{만} \times \frac{20}{100} \geq 200\text{만}$$

$$80\text{만} + 6\text{만} \times x \geq 200\text{만}$$

$$6\text{만} \times x \geq 120\text{만}$$

$$x \geq \frac{120\text{만}}{6\text{만}}$$

$$x \geq 20\text{만}$$

x의 최솟값: 20

30. 15%의 설탕물 300g이 있다. 여기에서 200g의 설탕물을 버리고 물 x g을 넣어 10% 이상 12% 이하의 농도를 만들려고 할 때, x 가 될 수 없는 것은?

- ① 25 ② 32 ③ 39 ④ 47 ⑤ 52

해설

설탕물을 200g 버려도 물과 설탕을 함께 버린 것 이므로, 농도에는 변화가 없다.

따라서 설탕물을 버린 후 남은 설탕물은 똑같은 15%의 설탕물 100g이다.

이 때의 소금물의 양은 $\frac{15}{100} \times 100 = 15$ (g)이다.

여기에 물 x g을 넣어줄 때의 농도를 식으로 나타내면 $\frac{15}{100+x} \times 100$ 이다.

농도가 10% 이상 12% 이하가 되게 해야 하므로, $10 \leq \frac{15}{100+x} \times 100 \leq 12$ 이다.

이를 연립방정식으로 나타내면

$$\begin{cases} 10 \leq \frac{15}{100+x} \times 100 \\ \frac{15}{100+x} \times 100 \leq 12 \end{cases}$$

이고, 정리하면

$$\begin{cases} x \leq 50 \\ x \geq 25 \end{cases}$$

이다. 따라서 $25 \leq x \leq 50$ 이다.

31. 좌표평면 위의 두 직선 $y = ax - 5$, $y = -\frac{2}{3a}x + \frac{7}{3a}$ 이 만나는 점이 제 4 사분면에 있을 때, 자연수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$y = ax - 5, ax - y = 5 \cdots \textcircled{A}$$

$$y = -\frac{2}{3a}x + \frac{7}{3a}, 2x + 3ay = 7 \cdots \textcircled{B}$$

위의 연립방정식의 해가 $x > 0, y < 0$ (제 4 사분면)이다. x 를 소거하기 위하여 $\textcircled{A} \times 2 - \textcircled{B} \times a$ 을 하면

$$(-2 - 3a^2)y = 10 - 7a \text{ 에서}$$

$$y = \frac{7a - 10}{3a^2 + 2} \cdots \textcircled{C}$$

$$\textcircled{C} \text{을 } \textcircled{A} \text{에 대입하면 } ax - \frac{7a - 10}{3a^2 + 2} = 5 \text{ 에서}$$

$$\therefore x = \frac{15a + 7}{3a^2 + 2}$$

한편, $x > 0, y < 0$ 이므로

$$\frac{15a + 7}{3a^2 + 2} > 0, \frac{7a - 10}{3a^2 + 2} < 0 \text{ 에서 } 3a^2 + 2 \text{ 는 모든 자연수 } a \text{ 에}$$

대하여 0 보다 크므로

$$15a + 7 > 0 \text{ 이고 } 7a - 10 < 0 \text{ 이면 된다.}$$

$$\text{따라서 } -\frac{7}{15} < a < \frac{10}{7} \text{ 을 만족하는 자연수 } a = 1 \text{ 이다.}$$

32. 연립부등식 $5x - 3 > a$, $4x + 3 \leq -x - 2a$ 의 해가 존재하도록 상수 a 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a < -2$

해설

주어진 부등식을

$$\begin{cases} 5x - 3 > a & \dots \textcircled{1} \\ 4x + 3 \leq -x - 2a & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \text{에서 } x > \frac{a+3}{5}$$

$$\textcircled{2} \text{에서 } x \leq \frac{-2a-3}{5}$$

$$\text{해가 존재해야 하므로 } \frac{a+3}{5} < \frac{-2a-3}{5}$$

$$\therefore a < -2$$

33. 세 자리 자연수 abc 가 $b > 3c + a$, $a > 2$ 를 만족할 때, 세 자리 자연수 중 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 890

해설

세 자리 자연수 abc 에서
 a 는 0 보다 크고 10 보다 작은 자연수이고, b, c 는 0 과 같거나 크고 10 보다 작은 자연수이다.

$b > 3c + a$ 이므로,
 $3c + a < b < 10$ 이 되고 $3c + a < 10$
 $a > 2$ 이므로 $c \leq 2$

1) $c = 2$ 일 때

$6 + a < b < 10$, $a > 2$ 를 만족하는 b 는 존재하지 않는다.

2) $c = 1$ 일 때

$3 + a < b < 10$, $a > 2$ 를 만족하는 (a, b) 순서쌍을 구해보면,
(3, 7), (3, 8), (3, 9), (4, 8), (4, 9), (5, 9)

3) $c = 0$ 일 때

$a < b < 10$, $a > 2$ 를 만족하는 (a, b) 순서쌍을 구해보면,
(3, 4), (3, 5), (3, 6), (3, 7), (3, 8), (3, 9), (4, 5), (4, 6),
(4, 7), (4, 8), (4, 9), (5, 6), (5, 7), (5, 8), (5, 9), (6, 7),
(6, 8), (6, 9), (7, 8), (7, 9), (8, 9)

이 중 가장 큰 수는 $a = 8$, $b = 9$, $c = 0$ 일 때이므로 구하는 세 자리의 자연수는 890 이다.