

1. 가로 길이가 세로 길이보다 5cm 더 긴 직사각형이 있다. 둘레의 길이가 18cm 일 때, 이 직사각형의 세로 길이를 x cm, 가로 길이를 y cm 라 한다면, x 와 y 사이의 관계를 연립방정식으로 나타낸 것은?

①
$$\begin{cases} x = y + 5 \\ 2x + y = 18 \end{cases}$$

③
$$\begin{cases} x = y + 5 \\ x + y = 18 \end{cases}$$

⑤
$$\begin{cases} y = x + 5 \\ x + y = 18 \end{cases}$$

②
$$\begin{cases} x = y + 5 \\ 2(x + y) = 18 \end{cases}$$

④
$$\begin{cases} y = x + 5 \\ 2(x + y) = 18 \end{cases}$$

해설

$$\begin{cases} y = x + 5 \\ 2(x + y) = 18 \end{cases}$$

2. 두 일차방정식 $3x - 3y = 3$, $2x - ay = -2$ 이 한 점 $(b, 2)$ 를 지날 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$3x - 3y = 3 \text{ 에 } (b, 2) \text{를 대입하면 } 3b - 6 = 3$$

$$\therefore b = 3$$

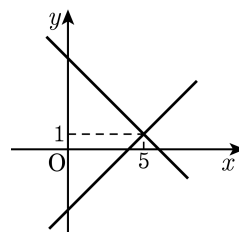
$$2x - ay = -2 \text{ 식에 } (3, 2) \text{를 대입하면 } 6 - 2a = -2$$

$$\therefore a = 4$$

3.

연립방정식 $\begin{cases} ax - y = 4 \\ x - by = 6 \end{cases}$ 의 그래프가 다음과 같을 때, a, b 의 값은?

- ① $a = 1, b = 1$
- ② $a = -1, b = -1$
- ③ $a = 1, b = -1$
- ④ $a = 5, b = 1$
- ⑤ $a = 4, b = 6$



해설

두 방정식의 직선이 (5, 1)에서 만나므로 두 방정식의 해이다.
따라서 $x = 5, y = 1$ 을 방정식에 대입하면

$$5a - 1 = 4 \quad \therefore a = 1$$

$$5 - b = 6 \quad \therefore b = -1$$

4. 연립방정식 $\begin{cases} y = 3x + 5 & \cdots \textcircled{1} \\ 3x - 2y = 2 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$ 의 해를 (a, b) 라 할 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a - b = 3$

해설

$$\begin{cases} y = 3x + 5 & \cdots \textcircled{1} \\ 3x - 2y = 2 & \cdots \textcircled{2} \end{cases} \text{에서 } \textcircled{1} \text{을 } \textcircled{2} \text{에 대입하면}$$

$$3x - 2(3x + 5) = 2$$

$$\therefore x = -4$$

$$y = 3 \times -4 + 5 = -7$$

$$\therefore (a, b) = (-4, -7)$$

따라서 $a - b = -4 - (-7) = 3$ 이다.

5. 연립방정식 $\begin{cases} y = -3x - 2 \\ mx - 3y = 4m \end{cases}$ 의 해가 일차방정식 $4x = -2y - 6$ 을 만족시킬 때, m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$y = -3x - 2$ 를 $4x = -2y - 6$ 에 대입하면, $x = 1, y = -5$ 이다.
따라서 $x = 1, y = -5$ 를 $mx - 3y = 4m$ 에 대입하면 $m = 5$ 이다 .

6. 연립방정식 $\begin{cases} 4x - y = 10k \\ 6x - y = -10 \end{cases}$ 의 해를 구하였더니 x 의 값은 y 의 값에

10 을 더한 것의 $\frac{1}{2}$ 이었다. 이때, k 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

연립방정식 $\begin{cases} 6x - y = -10 \\ x = \frac{1}{2}(y + 10) \end{cases}$ 을 연립하면 $x = -5, y = -20$

$x = -5, y = -20$ 을 $4x - y = 10k$ 에 대입하면 $-20 + 20 = 10k$
 $\therefore k = 0$

7. 연립방정식 $\begin{cases} 1.2x - 0.04y = 2.4 \\ 3x + 1.5y = 6 \end{cases}$ 을 풀면?

- ① $x = 4, y = -2$ ② $x = 3, y = -2$ ③ $x = 2, y = 0$
 ④ $x = -2, y = 0$ ⑤ $x = 0, y = -3$

해설

첫 번째 식에 100 을 곱하고 두 번째 식에 10 을 곱하면,
 각각 $120x - 4y = 240$, $30x + 15y = 60$ 이다. 따라서 두 식을
 연립하면 $x = 2, y = 0$ 이다.

8. 연립방정식 $\begin{cases} x+y=a \\ x+2y=7 \end{cases}$ 을 만족하는 x 와 y 의 값의 비가 $1 : 3$ 일 때, a 의 값은?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

x 와 y 의 값의 비가 $1 : 3$ 이므로 $y = 3x$, 이를 아래 방정식에 대입하면 $7x = 7$, $x = 1$ 이고, $y = 3$ 이다. 따라서 $x+y=a=1+3=4$ 이다.

9. 볼펜 2 자루와 지우개 1 개의 값은 1300 원이고, 볼펜 3 자루와 지우개 2 개의 값은 2100 원이다. 지우개 1 개의 가격은?

① 200 원

② 300 원

③ 400 원

④ 500 원

⑤ 600 원

해설

볼펜 한 자루의 가격을 x 원, 지우개 한 개의 가격을 y 원이라고 하면

$$\begin{cases} 2x + y = 1300 & \cdots (1) \\ 3x + 2y = 2100 & \cdots (2) \end{cases}$$

$(1) \times 2 - (2)$ 하면 $x = 500$

$x = 500$ 을 (1)에 대입하면 $1000 + y = 1300$

$y = 300$

10. 희정이네 반 학생들은 모두 35 명이고, 남학생 수가 여학생 수의 두 배보다 13 명이 작다고 한다. 남학생 수는?

① 16 명 ② 17 명 ③ 18 명 ④ 19 명 ⑤ 20 명

해설

남학생 수를 x 명, 여학생 수를 y 명이라 하면

$$\begin{cases} x + y = 35 \\ x = 2y - 13 \end{cases}$$

연립하여 풀면 $x = 19$, $y = 16$ 이다.

11. 다음 보기에서 일차방정식 $4x + 3y = 19$ 에 대한 설명으로 옳지 않은 것은 몇 개인가?

보기

- ㉠ 미지수가 2 개인 일차방정식이다.
- ㉡ x, y 가 자연수일 때, 해는 3쌍이다.
- ㉢ x, y 가 모든 수일 때, 해의 순서쌍 (x, y) 는 무수히 많이 있다.
- ㉣ $x = -2$ 일 때, $y = 3$ 이다.
- ㉤ y 에 관해 정리하면 $y = -\frac{4}{3}x + \frac{19}{3}$ 이다.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 2 개

해설

- ㉡ x, y 가 자연수일 때, 해는 $(1, 5), (4, 1)$ 로 2 쌍이다.
- ㉣ $x = -2$ 일 때, $y = 9$ 이다.

12. 다음 일차방정식 중에서 순서쌍 $(2, -1)$ 이 해가 되는 것은?

- ① $5x - 2y = 8$ ② $3x - 2y = 8$ ③ $4x - y = 8$
④ $2x + 3y = 8$ ⑤ $-2x - 4y = 8$

해설

② $x = 2, y = -1$ 을 대입하면 $6 + 2 = 8$ 이다.

13. 다음 중에서 해가 $(-1, 1)$ 인 연립방정식을 모두 고르면? (정답 2개)

① $\begin{cases} x + 3y = 2 \\ -6x + 7y = 13 \end{cases}$	② $\begin{cases} 0.3x + 0.5y = 3 \\ 2x + y = -1 \end{cases}$
③ $\begin{cases} -4x + y = 0 \\ x + y = 0 \end{cases}$	④ $\begin{cases} 4x - 7y = -11 \\ -x + y = 2 \end{cases}$
⑤ $\begin{cases} 2x - 2y = 5 \\ \frac{x - y}{2} = -1 \end{cases}$	

해설

- ② $x = -5, y = 9$
- ③ $x = 0, y = 0$
- ⑤ 해가 없다.

14. 연립방정식 $ax + by = 1$, $cx - 4y = -2$ 에 대하여 A는 옳게 풀어 $x = -2, y = -1$ 를 얻었고, B는 상수 c 를 잘못 보아서 $x = 1, y = 1$ 을 얻었다. 이 때, a, b, c 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

A의 풀이의 해 $x = -2, y = -1$ 은 연립방정식의 해이므로 방정식에 대입하면

$$\begin{cases} -2a - b = 1 & \dots \textcircled{1} \\ -2c + 4 = -2 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

따라서 $c = 3$

상수 c 를 잘못 보고 얻은 B의 해 $x = 1, y = 1$ 을 방정식에 대입하면

$$\begin{cases} a + b = 1 & \dots \textcircled{3} \\ c - 4 = -2 & \dots \textcircled{4} \end{cases}$$

④식에서 얻은 $c = 2$ 는 잘못된 값이다.

① + ③을 하면 $a = -2, b = 3$

$\therefore a + b + c = (-2) + 3 + 3 = 4$

15. 두 자리의 자연수가 있다. 각 자리의 숫자의 합은 9이고, 이 수를 십의 자리 숫자와 일의 자리 숫자를 바꾼 수는 처음 수보다 9가 작다고 한다. 처음 수의 십의 자리의 숫자는?

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

처음 수의 십의 자리의 숫자를 x , 일의 자리의 숫자를 y 라고 하면

$$\begin{cases} x + y = 9 \\ 10x + y = 10y + x + 9 \end{cases}$$

연립하여 풀면 $x = 5, y = 4$

따라서 처음 수의 십의 자리의 숫자는 5이다.

16. 경시대회에 참가하기 위해 어느 중학교 2 학년 학생들의 남학생의 4% , 여학생의 12% 를 선수로 뽑았더니 정확히 2 학년 학생 400 명의 7% 였다고 한다. 경시대회에 뽑힌 여학생의 수를 구하여라.

▶ 답: 명

▶ 정답 : 18 명

해설

남학생 수를 x 명, 여학생 수를 y 명이라 하면

$$\begin{cases} x+y=400 \\ \frac{4}{100}x+\frac{12}{100}y=400 \times \frac{7}{100} \end{cases}, \text{ ③ } \begin{cases} x+y=400 \\ x+3y=700 \end{cases}$$

$$\therefore x = 250, y = 150$$

따라서 경시대회에 뽑힌 여학생의 수는 $\frac{12}{100} \times 150 = 18$ (명)이다.

17. A, B 두 사람이 가위바위보를 하여 이긴 사람은 3 계단씩 올라가고, 진 사람은 1 계단씩 내려가기로 하였다. A 는 처음보다 10 계단을, B 는 2 계단을 올라갔을 때, A 가 이긴 횟수는? (단, 비기는 경우는 없다.)

① 1번 ② 2번 ③ 3번 ④ 4번 ⑤ 5번

해설

A 가 이긴 횟수를 x , 진 횟수를 y 라 하면, B 가 이긴 횟수는 y , 진 횟수는 x 이다.

$$\begin{cases} 3x - y = 10 \\ 3y - x = 2 \end{cases}$$

연립해서 풀면 $x = 4, y = 2$ 이다.

18. 용제, 승보, 기권이가 함께 넓이 540m^2 인 논을 벼베기를 하는데 9 일이 걸리고 용제와 기권이만 하면 12 일, 승보와 기권이만 하면 15 일이 걸린다고 한다. 용제와 승보만 벼베기를 한다면, 두 사람이 하루에 벼베기를 할 수 있는 논의 넓이는?
- ① 28m^2 ② 39m^2 ③ 42m^2 ④ 49m^2 ⑤ 54m^2

해설

용제, 승보, 기권이가 하루 동안 벼베기를 할 수 있는 논의 넓이를 각각 a, b, c 라고 하자.

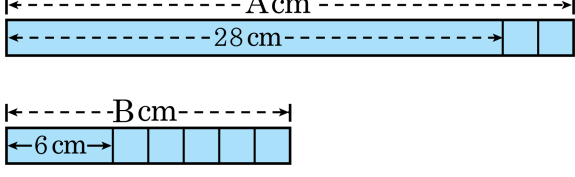
$$\begin{cases} a + b + c = 540 \times \frac{1}{9} \\ a + c = 540 \times \frac{1}{12} \\ b + c = 540 \times \frac{1}{15} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a + b + c = 60 & \cdots \textcircled{A} \\ a + c = 45 & \cdots \textcircled{B} \\ b + c = 36 & \cdots \textcircled{C} \end{cases}$$

③을 ①에 대입하면 $b + 45 = 60$, $b = 15(\text{m}^2)$

③을 ②에 대입하면 $a + 36 = 60$, $a = 24(\text{m}^2)$

따라서 용제와 승보가 함께 하루에 벼베기를 할 수 있는 논의 넓이는 $15 + 24 = 39(\text{m}^2)$ 이다.

19. 다음 그림에서 A 는 정사각형 모양의 타일 2개와 28cm 길이의 타일로 이루어져 있고 B 는 정사각형 모양의 타일 5개와 6cm 길이의 타일로 구성되어 있다. A 의 길이가 B 길이의 2배일 때, $A + B$ 의 값은?



- ① 42 ② 44 ③ 46 ④ 48 ⑤ 50

해설

B 의 길이를 y cm, 작은 블록의 한 변의 길이를 x cm 라고 하자.
 A 의 길이는 B 의 2배이므로 A 는 $2y$ 가 된다.
 즉, $A : 2y = 28 + 2x$, $B : y = 6 + 5x$ 이므로

$$\text{연립방정식} \begin{cases} 2y = 28 + 2x \cdots \text{㉠} \\ y = 6 + 5x \cdots \text{㉡} \end{cases}$$

㉡을 ㉠에 대입하면

$$2 \times (6 + 5x) = 28 + 2x$$

$$12 + 10x = 28 + 2x$$

$$8x = 16$$

$$x = 2 \cdots \text{㉢}$$

㉢을 ㉡에 대입하면 $y = 6 + 5 \times 2 = 16$
 따라서 B 의 길이 $y = 16(\text{cm})$ 이고,
 A 의 길이 $2y = 2 \times 16 = 32(\text{cm})$ 이다.
 $\therefore 16 + 32 = 48$

20. 옥경이네 집에서 문희네 집을 거쳐 진숙이네 집까지의 거리는 20km이다. 옥경이가 집에서 문희네 집까지는 시속 3km로 걸어가고 문희네 집에서 진숙이네 집까지는 자전거를 타고 시속 8km로 가서 3시간이 걸렸다. 옥경이네 집에서 문희네 집까지의 거리는?

- ① 2km ② 2.4km ③ 10km
④ 17.6km ⑤ 18km

해설

옥경이네에서 문희네까지의 거리를 x km, 문희네에서 진숙이네까지의 거리를 y km라 하면

$$\begin{cases} x + y = 20 & \cdots (1) \\ \frac{x}{3} + \frac{y}{8} = 3 & \cdots (2) \end{cases}$$

(2)의 양변에 24를 곱하면 $8x + 3y = 72 \cdots (3)$

(3) - (1) $\times 3$ 하면

$$5x = 12$$

$$\therefore x = 2.4$$

21. 둘레의 길이가 2km 인 호수가 있다. 정아와 진화는 호수의 둘레를 동시에 반대 방향으로 돌면 5 분 후에 만나고 같은 방향으로 돌면 20 분 후에 만난다. 정아의 속력이 진화의 속력보다 빠르다고 할 때, 진화의 속력은 얼마인가?
- ① 120m /분 ② 150m /분 ③ 180m /분
④ 200m /분 ⑤ 250m /분

해설

진화의 속력= x m/분 , 정아속력= y m/분
반대 방향으로 돌 때 : $5(x + y) = 2000$
같은 방향으로 돌 때 : $20(y - x) = 2000$
 $x = 150, y = 250$ 이다.

22. 6% 의 소금물과 15% 의 소금물을 섞어서 12% 의 소금물 600g 을 만들려고 한다. 이때, 15% 의 소금물은 몇 g 을 섞어야 하는가?

① 200g ② 250g ③ 300g ④ 350g ⑤ 400g

해설

6% 의 소금물의 양을 x g, 15% 의 소금물의 양을 y g 이라 하면

$$\begin{cases} x + y = 600 & \cdots (1) \\ \frac{6}{100}x + \frac{15}{100}y = \frac{12}{100} \times 600 & \cdots (2) \end{cases}$$

(2)의 양변에 100을 곱하면

$$6x + 15y = 7200 \cdots (3)$$

$$(3) - (1) \times 6 \text{ 하면 } 9y = 3600$$

$$y = 400$$

$\therefore$ 15% 의 소금물의 양 : 400g

23. 구리와 아연이 반씩 든 합금 A 와 구리와 아연의 포함 비율이 $3 : 1$ 인 합금 B 를 합하여 구리와 아연의 포함 비율이 $3 : 2$ 인 합금 450kg 을 만들었다. 합금 B 의 무게는?

- ① 45kg ② 135kg ③ 180kg
④ 200kg ⑤ 300kg

해설

A 의 무게를 $x\text{kg}$, B 의 무게를 $y\text{kg}$ 이라 하면

$$\begin{cases} x + y = 450 \\ \frac{1}{2}x + \frac{3}{4}y = \frac{3}{5} \times 450 \end{cases}$$

$$\therefore x = 270, y = 180$$

24. x, y 에 관한 일차방정식 $2a^2 - 2a(x + 4) + 2x - 4y = 0$ 은 두 점 $(a, -3), (b, 2)$ 를 해로 가질 때, 상수 a, b 에 대하여 $3a + 2b$ 의 값은?

- ① -10 ② -5 ③ 1 ④ 5 ⑤ 10

해설

$x = a, y = -3$ 을 주어진 식에 대입을 하면
 $2a^2 - 2a(a + 4) + 2a + 12 = 0$,
정리하면 $-8a + 2a + 12 = 0$ 이므로 $a = 2$ 이다.
 $a = 2, x = b, y = 2$ 를 주어진 방정식에 대입하면 $b = -8$,
따라서 $3a + 2b = 6 - 16 = -10$ 이다.

25. 다음 연립방정식을 풀고, $-x + \frac{3}{2}(y + z)$ 의 값을 구하여라.

$$\begin{cases} x + y + z = 6 \\ 2x + y + 3z = 14 \\ x - y + 2z = 5 \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$$\begin{cases} x + y + z = 6 & \cdots \text{①} \\ 2x + y + 3z = 14 & \cdots \text{②} \\ x - y + 2z = 5 & \cdots \text{③} \end{cases}$$

에서 ② - ① 하면 $x + 2z = 8 \cdots \text{④}$

② + ③ 하면 $3x + 5z = 19 \cdots \cdots \text{⑤}$

④, ⑤ 를 연립하면 $z = 5, x = -2$ 가 나오고, ① 에 대입하면 $y = 3$ 이 나온다.

따라서 $-x + \frac{3}{2}(y + z) = -(-2) + \frac{3}{2}(3 + 5) = 2 + 12 = 14$ 이다.

26. 다음 연립방정식을 만족하는 x, y 의 값이 서로 같을 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

$$\begin{cases} 3(2x-3y)=5+3x-y \\ 2(x+1)=ky \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{cases} 3(2x-3y)=5+3x-y \\ y=x \end{cases} \quad \text{을 정리하면}$$

$$\text{즉 } \begin{cases} 3x-8y=5 & \cdots \textcircled{1} \\ y=x & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{2}$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면 $3x-8x=5$

$\therefore x=-1$

$x=-1$ 을 $\textcircled{2}$ 에 대입하면 $y=-1$

$x=-1, y=-1$ 을 $2(x+1)=ky$ 에 대입하면

$$2(-1+1)=-k$$

$\therefore k=0$

27. 연립방정식 $\frac{x+y+a}{3} = \frac{x-a}{2} = \frac{x-by-11}{5}$ 의 해가 (7, -9) 일 때,
 ab 의 값을 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$10(x+y+a) = 15(x-a) = 6(x-by-11)$
 $10(7-9+a) = 15(7-a) = 6(7+9b-11)$
 $-20+10a = 105-15a$
 $25a = 125$
 $\therefore a = 5$
 $30 = -24+54b$
 $54 = 54b$
 $\therefore b = 1$
따라서 $ab = 5$ 이다.

28. 연립방정식 $\begin{cases} ax - 2y = 8 \\ 3x + 2y = 2 \end{cases}$ 의 해가 없을 때, a 의 값은?

① -6

② 6

③ 3

④ -3

⑤ 12

해설

$$\begin{aligned} \frac{a}{3} &= \frac{-2}{2} \neq \frac{8}{2} \\ \frac{a}{3} &= -1 \neq 4 \\ \therefore a &= -3 \end{aligned}$$

29. 두 개의 미지수 x, y 를 갖는 연립방정식 $\begin{cases} 3x - 2y = 7 \\ -6x + 4y = k \end{cases}$ 에 대하여
다음 중 옳은 것을 모두 고르면?(정답 2개)

- ① $k = -14$ 일 때, 무수히 많은 해를 가진다.
- ② $k = -14$ 일 때, 해는 없다.
- ③ $k = -7$ 일 때, 무수히 많은 해를 가진다.
- ④ $k = -7$ 일 때, 해는 없다.
- ⑤ k 의 값에 관계없이 $x = 0, y = 0$ 을 해로 갖는다.

해설

$k = -14$ 이면 두 식은 일치하므로 해가 무수히 많다.

30. 중고 서점에서 200 권의 책을 1 권에는 120 원, 3 권 묶음에는 280 원, 5 권 묶음에는 400 원에 팔려고 하는데, 이 책을 다 팔면 총 16640 원이 남는다고 한다. 책 3 권 묶음을 될 수 있는 한 적게 만든다고 할 때, 책 5 권 묶음의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 36 개

해설

1 권짜리가 x 개, 3 권 묶음이 y 개, 5 권 묶음이 z 개가 있다고 하면

$$\begin{cases} x + 3y + 5z = 200 \cdots \cdots \cdots \textcircled{㉑} \\ 120x + 280y + 400z = 16640 \cdots \cdots \textcircled{㉒} \end{cases}$$

㉠ $\times 120 - ㉡$ 을 하면

$$80y + 200z = 7360, \quad 2y + 5z = 184$$

즉, $5z = 2(92 - y)$ 이다.

여기서 $92-y$ 는 5의 배수이므로 y 가 가장 작으려면 $y=2$, $z=36$ 이다.

따라서 책 5 권 묶음의 개수는 36 개이다.

31. 정수 x, y 에 대하여 두 정수 x 와 y 를 곱한 값과 x 와 y 를 더한 값보다 2만큼 큰 수는 서로 크기가 같다고 할 때, 아래와 같은 식이 성립하도록 하는 z 값을 모두 구하여라.

$$\frac{16^x}{8^y} = 64^z$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{2}{3}$

▷ 정답 : $\frac{5}{3}$

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : $-\frac{4}{3}$

해설

$$\frac{16^x}{8^y} = 64^z \text{ 에서}$$

$$\frac{2^{4x}}{2^{3y}} = 2^{6z}$$

$$2^{4x-3y} = 2^{6z} \text{ 이므로}$$

$$4x - 3y = 6z$$

$$\therefore z = \frac{4x - 3y}{6}$$

한편 $x \times y = x + y + 2$ 의 식이 성립한다.

$$xy - x - y - 2 = 0, x(y - 1) - (y - 1) - 3 = 0 \therefore (x - 1)(y - 1) = 3$$

x, y 가 정수이므로 $(x - 1, y - 1)$ 은 $(1, 3), (3, 1), (-1, -3), (-3, -1)$

(x, y) 는 $(2, 4), (4, 2), (0, -2), (-2, 0)$

따라서 z 는 $-\frac{2}{3}, \frac{5}{3}, 1, -\frac{4}{3}$ 이다.

32. 연립방정식 $\begin{cases} 2x+3y=2 \\ ax-by=4 \end{cases}$ 의 해가 무수히 많을 때, 일차방정식

$y=ax+b$ 는 점 $(0, p)$, $(q, 0)$ 을 지난다고 한다. $p+q$ 의 값은?

- ① $-\frac{3}{2}$ ② $-\frac{5}{2}$ ③ 1 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ $-\frac{9}{2}$

해설

$$\begin{cases} 2x+3y=2 \\ ax-by=4 \end{cases} \quad \text{에서} \quad \frac{2}{a} = \frac{3}{-b} = \frac{2}{4}$$

$$\frac{2}{a} = \frac{2}{4}$$

$$\therefore a = 4$$

$$\frac{3}{-b} = \frac{2}{4}, \quad 12 = -2b$$

$$\therefore b = -6$$

$$\therefore y = 4x - 6$$

$$x = 0 \text{ 일 때, } y = -6 \text{ 이므로 } p = -6$$

$$y = 0 \text{ 일 때, } x = \frac{3}{2} \text{ 이므로 } q = \frac{3}{2}$$

$$\therefore p + q = -\frac{9}{2}$$

33. 평균 키가 183cm 인 성인 남자 x 명과 평균 키가 156cm 인 여학생 y 명과 평균 키가 130cm 인 어린이 z 명이 있다. 이 세 집단의 사람 키의 총합은 정확히 37m 일 때, 모든 사람의 키의 평균을 구하여라. (단, x, y, z 는 모두 10 이하의 자연수이다.)

▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\frac{925}{6}$ cm

해설

$$183x + 156y + 130z = 3700$$

$$26(6y + 5z) = 3700 - 183x$$

여기서 $3700 - 183x$ 는 26 의 배수이므로

$$\begin{aligned} 3700 - 183x &= (26 \times 142 + 8) - (26 \times 7 + 1)x \\ &= 26(142 - 7x) + (8 - x) \end{aligned}$$

이때, $8 - x$ 가 26 의 배수, 또는 0 이어야 하고, x 는 10 이하의 자연수이므로

$$\therefore x = 8,$$

$6y + 5z = 86$ 을 만족하는 10 이하의 자연수 y, z 의 순서쌍

$$(y, z) = (6, 10)$$

$$\therefore y = 6, z = 10$$

$$\begin{aligned} (\text{모든 사람의 키의 평균}) &= \frac{3700}{8 + 6 + 10} \\ &= \frac{3700}{24} \\ &= \frac{925}{6} (\text{cm}) \text{ 이다.} \end{aligned}$$