1. 다음 이차방정식이 해를 1 개 가질 때 k 의 값은?

$$x^2 - 8x + 9 - k = 0$$

① -7 ② -2 ③ 7 ④ 17 ⑤ 25

해설

중근을 가질 때 판별식 $D = 0$

$D = (-8)^2 - 4(9 - k) = 0$

$\therefore\ k = -7$

2. 이차방정식 $\frac{1}{4}x^2+\frac{5}{6}x=\frac{5}{12}$ 의 두 근의 합을 a , 두 근의 곱을 b 라 할 때, $a+b$ 의 값은?

① -5 ② -3 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

해설

양 변에 12 를 곱하면 $3x^2+10x=5$, $3x^2+10x-5=0$

두 근의 합 $a=-\frac{10}{3}$

두 근의 곱 $b=-\frac{5}{3}$

$\therefore a+b=-\frac{10}{3}-\frac{5}{3}=-5$

3. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동 시키면 점$(2,\ a)$를 지난다. 이때, a 의 값은?

① -6　② -7　③ -8　④ 3　⑤ 5

해설

$y = -x^2$ 의 그래프를 y축의 방향으로 -2만큼 평행이동 시킨 그래프는 $y = -x^2 - 2$이고 이 그래프가 점 $(2, a)$를 지나므로 $a = -4 - 2$, $a = -6$이다.

4. 이차함수 $y = -7(x+2)^2 + 3$ 의 축과 꼭짓점의 좌표를 구하면?

① 꼭짓점 $(-2, -3)$, 축 $x = -2$

② 꼭짓점 $(-2, -3)$, 축 $x = -3$

③ 꼭짓점 $(-2, 3)$, 축 $x = -2$

④ 꼭짓점 $(-2, 3)$, 축 $x = 3$

⑤ 꼭짓점 $(2, 3)$, 축 $x = 2$

해설

꼭짓점 $(-2, 3)$, 축 $x = -2$

5. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 (2, 2) 를 지나고, 꼭짓점의 좌표가 (1, 3) 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① -5　　② -3　　③ 0　　④ 3　　⑤ 5

해설

꼭짓점이 (1, 3) 이므로 $y = a(x-1)^2 + 3$

(2, 2) 를 대입하면 $2 = a + 3$, $a = -1$

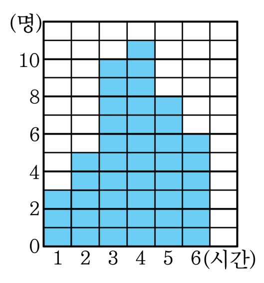
따라서 구하는 식은

$y = -(x-1)^2 + 3 = -x^2 + 2x + 2$ 이므로

$b = 2, c = 2$

$\therefore a + b + c = 3$

6. 다음은 희정이네 학급 43 명의 일주일 동안의 운동시간을 조사하여 나타낸 그래프이다. 학생들의 운동시간의 중앙값과 최빈값은?



① 중앙값 : 3, 최빈값 : 3

② 중앙값 : 3, 최빈값 : 4

③ 중앙값 : 4, 최빈값 : 3

④ 중앙값 : 4, 최빈값 : 4

⑤ 중앙값 : 5, 최빈값 : 5

해설

최빈값은 학생 수가 11 명으로 가장 많을 때인 4 이고, 운동시간을 순서대로 나열하면
1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 6, 6, 6, 6, 6, 6 이므로 중앙값은 4 이다.

7. 다음은 5 명의 학생의 50m 달리기 결과의 편차를 나타낸 표이다. 이 5 명의 50m 달리기 결과의 평균이 7 점 일 때, 영진이의 성적과 표준편차를 차례대로 나열한 것은?

이름	윤숙	태경	혜진	도경	영진
편차(점)	-1	1.5	x	0.5	0

① 5 점, $\sqrt{0.8}$kg ② 6 점, $\sqrt{0.9}$kg ③ 6 점, 1kg
④ 7 점, $\sqrt{0.9}$kg ⑤ 8 점, 1kg

해설

영진이의 성적은 $7 - 0 = 7$(점)
또한, 편차의 합은 0 이므로
$-1 + 1.5 + x + 0.5 + 0 = 0, \quad x + 1 = 0 \quad \therefore x = -1$
따라서 분산이
$$\frac{(-1)^2 + 1.5^2 + (-1)^2 + 0.5^2 + 0^2}{5} = \frac{4.5}{5} = 0.9$$
이므로 표준편차는 $\sqrt{0.9}$ kg 이다.

8. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 조건을 만족할 때, 상수 b 의 값을 구하여라.

(가) 상수 m, n 에 대하여 $m - n = 6$ 이다. (나) 두 점 $(1,\ m)$ 과 $(-1,\ n)$ 을 지난다.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

두 점 $(1,\ m)$ 과 $(-1,\ n)$ 을 함수식에 대입하면 $m = a+b+c,\ n = a - b + c$

두 식을 연립하여 풀면 $m - n = 2b$, $m - n = 6$ 이므로 $2b = 6 \quad \therefore\ b = 3$

9. 이차함수 $y = -x^2$ 에 대하여 □안에 알맞은 것을 차례대로 나열하면?

> ㉠ □을 꼭짓점으로 하는 포물선이다.
> ㉡ □축에 대하여 대칭이다.
> ㉢ y 가 증가하는 x 의 범위 : □
> ㉣ y 가 감소하는 x 의 범위 : □

① $(0,\ 0),\ y,\ x < 0,\ x > 0$
② $(0,\ 0),\ y,\ x > 0,\ x < 0$
③ $(0,\ 0),\ x,\ x < 0,\ x > 0$
④ $(1,\ -1),\ y,\ x > 0,\ x < 0$
⑤ $(0,\ 0),\ x,\ x > 0,\ x < 0$

해설

꼭짓점은 $(0, 0)$ 이고 대칭축의 방정식은 $x = 0$,
위로 볼록한 포물선이므로 $x < 0$ 일 때, y 는 증가하고 $x > 0$ 일 때, y 는 감소한다.

10. 포물선 $y=(x-a+1)^2+(a^2+2a-9)$ 의 꼭짓점이 $(1,\ k)$ 일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

꼭짓점의 좌표 $(a-1,\ a^2+2a-9)$ 이 $(1,\ k)$ 이므로

$a-1=1$

$\therefore a=2$

a^2+2a-9 에 $a=2$ 을 대입하면

$4+4-9=k$

$\therefore\ k=-1$

11. $y=ax^2+bx+c$ 그래프가 제 2, 3, 4 사분면을 지난다고 할 때, a, b, c 의 부호가 바르게 짝지어 진 것은?

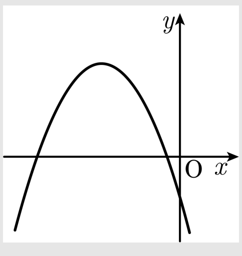
① $a>0$, $b>0$, $c>0$ ② $a>0$, $b>0$, $c<0$

③ $a>0$, $b<0$, $c<0$ ④ $a<0$, $b<0$, $c>0$

⑤ $a<0$, $b<0$, $c<0$

해설

그림을 그려 보면 다음과 같다.



위로 볼록한 그래프이므로 $a<0$

축의 방정식 $x=-\dfrac{b}{2a}<0$ 이므로 $b<0$

y 절편이 음수이므로 $c<0$

12. 이차함수 $y=x^2+ax+b$ 는 한 점 $(-2,-5)$ 을 지나고, $x=m$ 일 때 최솟값 $2m$ 을 갖는다. m 의 값을 구하면?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$y=x^2+ax+b$ 의 꼭짓점의 좌표가 $(m,\ 2m)$ 이므로
$y=(x-m)^2+2m$ 에 $(-2,-5)$ 를 대입한다.

$-5=(-2-m)^2+2m$

$m^2+6m+9=0$

$(m+3)^2=0$

따라서 $m=-3$ 이다.

13. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 x 축과 두 점 $(2,\ 0)$, $(8,\ 0)$ 에서 만나고 최솟값이 -9 이다. 이 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ x 축과 두 점 $(p, 0), (q, 0)$ 에서 만나는 $\overline{pq}$ 의 길이를 이등분한 점이 축의 방정식이 된다.

해설

$y = a(x-2)(x-8)$
$\quad = a(x^2 - 10x + 16)$
$\quad = a(x-5)^2 - 9a$
$-9a = -9$
$\therefore a = 1$
$y = x^2 - 10x + 16$
$b = -10$, $c = 16$
$\therefore\ a + b + c = 1 + (-10) + 16 = 7$

14. 이차방정식 $x^2 + 2x - 1 = 0$ 의 두근을 α, β 라고 할 때, $\alpha^3 + \alpha^2\beta + \alpha\beta^2 + \beta^3$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -12

해설

근과 계수의 관계로부터

$\alpha + \beta = -2,\ \alpha\beta = -1,$

$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha+\beta)^2 - 2\alpha\beta = 6$

$$\begin{aligned}\alpha^3 + \alpha^2\beta + \alpha\beta^2 + \beta^3 &= \alpha^2(\alpha+\beta) + \beta^2(\alpha+\beta) \\ &= \left(\alpha^2 + \beta^2\right)(\alpha+\beta) \\ &= 6 \times (-2) = -12\end{aligned}$$

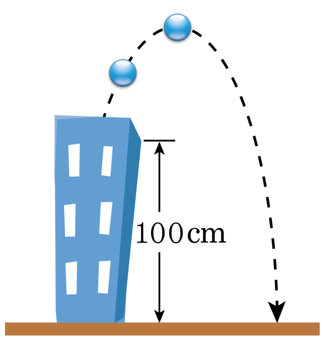
15. 12 월 중 3 일 동안 눈이 왔는데 눈이 오기 시작하는 날의 날짜의 제곱은 나머지 2 일 의 날짜의 합과 같다. 눈이 오기 시작하는 날의 날짜는?

① 12 월 3 일 ② 12 월 4 일 ③ 12 월 5 일
④ 12 월 6 일 ⑤ 12 월 7 일

해설

눈이 내린 날의 날짜를 $x-1,\ x,\ x+1$ 이라고 하면
$(x-1)^2 = x+(x+1)$
$x^2-2x+1 = 2x+1$
$x^2-4x = 0$
$x(x-4) = 0$
$x>0$ 이므로 $x=4$ (일)
따라서 눈이 오기 시작한 날짜는 12 월 3 일이다.

16. 지면으로부터 100m 되는 건물의 높이에서 초속 40m 로 위에 던져 올린 물체의 t 초 후의 높이를 hm 라고 하면 t 와 h 사이에는 $h = -5t^2 + 40t + 100$ 인 관계가 성립한다. 이 물체가 지면으로부터 160m 인 지점을 지날 때부터 최고점에 도달하기까지 걸리는 시간과 최고점의 높이는?



① 2 초, 170m ② 3 초, 175m ③ 2 초, 175m

④ 3 초, 180m ⑤ 2 초, 180m

해설

$-5t^2 + 40t + 100 = 160$

$t^2 - 8t + 12 = 0$

$(t-2)(t-6) = 0$

$\therefore\ t = 2$ 또는 $t = 6$

물체가 올라갔다 떨어지는 것이므로 처음으로 160m 를 지나는 시간부터 최고점까지

올라가는데 걸리는 시간은 두 시간 간격사이의 절반이다.

$t = \dfrac{6-2}{2} = 2(\text{초})$

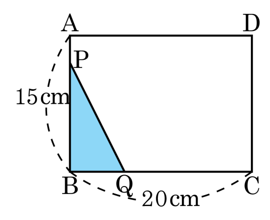
최고점까지의 거리는 물체가 4 초만큼 움직인 거리이므로

$h = -5t^2 + 40t + 100$

$= -5(4^2) + 40 \times 4 + 100$

$= 180(\text{m})$

17. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 15\,cm$, $\overline{BC} = 20\,cm$ 인 직사각형 ABCD 가 있다. 점 P 는 변 AB 위를 점 A 로부터 B 까지 매초 $1\,cm$ 의 속력으로 움직이고, 점 Q 는 변 BC 위를 점 B 로부터 C 까지 매초 $2\,cm$ 의 속력으로 움직이고 있다. 두 점 P, Q 가 동시에 출발하였다면 몇 초 후에 $\triangle BPQ$ 의 넓이가 $36\,cm^2$ 가 되는지 구하여라.



▶ 답 : ______ 초

▷ 정답 : 3 초

해설

x초 후에 $\overline{PB} = (15 - x)\,cm$, $\overline{BQ} = 2x\,cm$ $\triangle BPQ$ 의 넓이는

$\frac{1}{2}\overline{PB} \times \overline{BQ}$ 이므로

$\frac{1}{2}(15 - x)2x = 36$

$2x^2 - 30x + 72 = 0$

$x^2 - 15x + 36 = 0$

$(x - 3)(x - 12) = 0$

$\therefore\ x = 3$ (초)(단, $0 < x < 10$)

18. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁고, $y = 2x^2$ 의 그래프보다 폭이 넓다고 할 때, a 의 값으로 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $-\frac{3}{4}$　② -1　③ $\frac{4}{3}$　④ $\frac{5}{2}$　⑤ $\frac{7}{4}$

해설

$|a| > \left|-\frac{1}{2}\right|$

$|a| < |2|$

$\therefore -2 < a < -\frac{1}{2},\ \frac{1}{2} < a < 2$

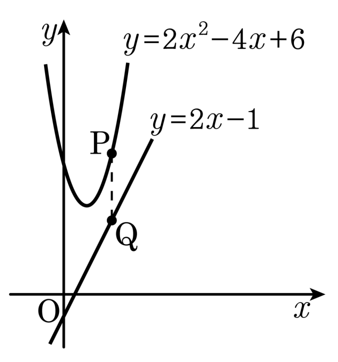
19. 이차함수 $y=-x^2+6x+4m-1$ 의 그래프의 꼭짓점이 직선 $-2x+y+6=0$ 의 위에 있을 때, 상수 m 의 값은?

① -3　② -2　③ -1　④ 0　⑤ 1

해설

$y=-x^2+6x+4m-1$ 을 $y=a(x-p)^2+q$ 의 꼴로 바꾸면 $y=-(x-3)^2+8+4m$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 $(3,\ 4m+8)$ 이다. 꼭짓점이 직선 $-2x+y+6=0$ 을 지나므로 $-6+4m+8+6=0$, $4m=-8$, $m=-2$ 이다.

20. 다음 그림과 같이 $y = 2x^2 - 4x + 6$ 과 $y = 2x - 1$ 이 y 축에 평행인 직선과 만나는 점을 P, Q 라 할 때, $\overline{\mathrm{PQ}}$ 의 최솟값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{2}$

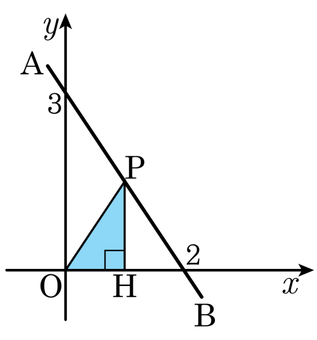
해설

$\overline{\mathrm{PQ}}$ 가 y 축에 평행하므로 점 P, Q 의 x 좌표는 같다. 이 때, 점 P 의 좌표를 $(t,\ 2t^2 - 4t + 6)$ 이라고 하면, 점 Q 의 좌표는 $(t,\ 2t - 1)$ 이다.

$\overline{\mathrm{PQ}} = 2t^2 - 4t + 6 - (2t - 1) = 2t^2 - 6t + 7 = 2\left(t - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{5}{2}$

$\therefore t = \frac{3}{2}$ 일 때, $\overline{\mathrm{PQ}}$ 의 최솟값은 $\frac{5}{2}$

21. 선분 AB 위의 한 점 P 에서 x 축에 내린 수선의 발을 H 라고 할 때, $\triangle$POH 의 넓이의 최댓값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 0.75

해설

$\overline{\mathrm{AB}}$ 를 지나는 직선은 두 점 $(0,\ 3)$, $(2,\ 0)$ 을 지나므로

$y=-\frac{3}{2}x+3$

H 점의 좌표를 $(a,\ 0)$ 이라고 하면, 점 P 의 좌표는 $\left(a, -\frac{3}{2}a+3\right)$

$$\begin{aligned}\triangle\mathrm{POH} &= \frac{1}{2}\times a\times\left(-\frac{3}{2}a+3\right)\\ &= -\frac{3}{4}a^2+\frac{3}{2}a\\ &= -\frac{3}{4}(a^2-2a+1-1)\\ &= -\frac{3}{4}(a-1)^2+\frac{3}{4}\end{aligned}$$

따라서 최댓값은 $\frac{3}{4}$ 이다.

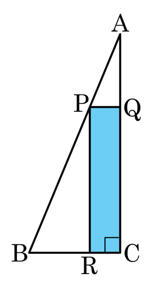
22. 이차방정식 $x^2+3x-11=0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha+1$, $\beta+1$ 을 두 근으로 하고, x^2 의 계수가 1 인 이차방정식은?

① $x^2+3x-11=0$
② $x^2+3x-13=0$
③ $x^2+x-13=0$
④ $x^2+x-11=0$
⑤ $x^2+x-9=0$

해설

$x^2+3x-11=0$ 에서 $\alpha+\beta=-3,\ \alpha\beta=-11$
$\alpha+1,\ \beta+1$ 을 두 근으로 하는 이차방정식에서
두 근의 합은 $(\alpha+1)+(\beta+1)=-1$
두 근의 곱은 $(\alpha+1)(\beta+1)=\alpha\beta+\alpha+\beta+1=-13$
$\therefore\ x^2+x-13=0$

23. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$, $\overline{AC} = 36$, $\overline{BC} = 15$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗변 위의 한 점 P 에서 나머지 변에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 이라고 하자. 사각형 PQCR 의 넓이가 120 일 때, 선분 BR 의 길이를 구하여라. (단, $\overline{BR} > \overline{RC}$)



▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$\triangle APQ$ 와 $\triangle ABC$ 가 닮음이므로

$\overline{PQ} = x$ 라 하면 $\overline{AQ} = \frac{12}{5}x$

$\overline{QC} = 36 - \frac{12}{5}x$

따라서 $x\left(36 - \frac{12}{5}x\right) = 120$

$x^2 - 15x + 50 = 0$

$(x - 10)(x - 5) = 0$

$x > 0$ 이므로 $x = 10$ 또는 $x = 5$

$\overline{RC} = 5$ 또는 10

$\overline{RC} = 5$ 일 때, $\overline{BR} = 15 - 5 = 10$

$\overline{RC} = 10$ 일 때, $\overline{BR} = 15 - 10 = 5$

$\therefore$ $\overline{BR} > \overline{RC}$ 이므로 $\overline{BR} = 10$

24. 어떤 정사각형의 모든 변의 길이를 4 cm 씩 늘렸더니, 그 넓이가 처음의 4 배가 되었다. 처음 정사각형의 둘레의 길이를 구하여라.

▶ 답: ________ cm

▷ 정답: 16 cm

해설

처음 정사각형의 변의 길이를 x cm 라 하면

$4x^2 = (x+4)^2$

$3x^2 - 8x - 16 = 0$

$(3x+4)(x-4) = 0$

$x = -\frac{4}{3}$ 또는 $x = 4$ 이다.

$x > 0$ 이므로 $x = 4$ 이다.

따라서 둘레의 길이는 $4 \times 4 = 16$ (cm) 이다.

25. 이차함수 $y = x^2 - 5x + k$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점을 각각 P, Q 라 할 때, 점 P 에서 점 Q 사이의 거리가 9 일 때, 이 포물선의 y 절편을 구하여라.

① -14 ② -7 ③ -1 ④ 4 ⑤ 45

해설

점 P 의 좌표 a 라 하면 Q 좌표는 $a+9$
두 근의 합은 5
$\therefore\ a + (a+9) = 5,\ a = -2$
$\therefore$ 두 점은 $(-2,\ 0),\ (7,\ 0)$
두 근의 곱은 $k = (-2) \times 7 = -14$

26. x 의 범위가 $0 < x < 5$ 일 때, $x = \dfrac{1}{x - [x]}$ 을 만족시키는 x 의 개수를 구하여라. (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대정수이다.)

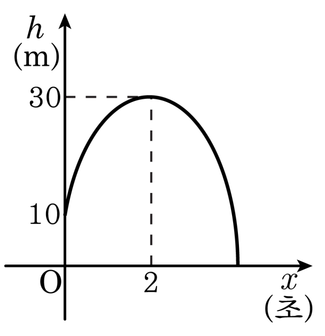
▶ 답 : ＿＿＿＿ 개

▷ 정답 : 4개

해설

$x^2 - x[x] - 1 = 0$ 에서
(1) $0 < x < 1$ 일 때,
$[x] = 0,\ \ x^2 - 1 = 0, x = \pm 1$ $0 < x < 1$ 이므로 부적합
(2) $1 \le x < 2$ 일 때,
$[x] = 1,\ \ x^2 - x - 1 = 0,\ \ x = \dfrac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$ $2 \le x < 2$ 이므로 $x = \dfrac{1 + \sqrt{5}}{2}$
(3) $2 \le x < 3$ 일 때,
$[x] = 2,\ \ x^2 - 2x - 1 = 0,\ \ x = 1 \pm \sqrt{2}$ $2 \le x < 3$ 이므로 $x = 1 + \sqrt{2}$
(4) $3 \le x < 4$ 일 때,
$[x] = 3,\ \ x^2 - 3x - 1 = 0,\ \ x = \dfrac{3 \pm \sqrt{13}}{2}$ $3 \le x < 4$ 이므로 $x = \dfrac{3 + \sqrt{13}}{2}$
(5) $4 \le x < 5$ 일 때,
$[x] = 4,\ \ x^2 - 4x - 1 = 0,\ \ x = 2 \pm \sqrt{5}$ $4 \le x < 5$ 이므로 $x = 2 + \sqrt{5}$
(1), (2), (3), (4), (5) 로 부터 $x = \dfrac{1 + \sqrt{5}}{2}$, $x = 1 + \sqrt{2}$, $x = \dfrac{3 + \sqrt{13}}{2}$, $x = 2 + \sqrt{5}$ 의 4개

27. 다음 그림은 지면으로부터 10m 높이에서 던져 올린 물체의 운동을 나타내는 그래프이다. 던진 후 몇 초 만에 다시 지면으로 떨어지는가?



① 4 초　　② $(\sqrt{6}-2)$ 초　　③ $(2+\sqrt{6})$ 초

④ 5 초　　⑤ 6 초

해설

$y=a(x-2)^2+30$ 이고, $(0,\ 10)$ 을 지난다.

$10=4a+30$

$\therefore a=-5$

$\therefore y=-5(x-2)^2+30=-5x^2+20x+10$

$x^2-4x-2=0$

$\therefore x=2+\sqrt{6}\ \ (\because x>0)$

28. 네 수 $5,\ 7,\ x,\ y$ 의 평균이 4 이고, 분산이 3 일 때, $5,\ 2x^2,\ 2y^2,\ 7$ 의 평균은?

① 2　　② 4　　③ 6　　④ 8　　⑤ 10

해설

변량 $5,\ 7,\ x,\ y$ 의 평균이 4 이므로

$\dfrac{5+7+x+y}{4} = 4,\quad x+y+12=16$

$\therefore x+y=4 \quad \cdots\cdots$ ㉠

또한, 분산이 3 이므로

$\dfrac{(5-4)^2+(7-4)^2+(x-4)^2+(y-4)^2}{4} = 3,$

$\dfrac{1+9+x^2-8x+16+y^2-8y+16}{4} = 3,$

$\dfrac{x^2+y^2-8(x+y)+42}{4} = 3$

$x^2+y^2-8(x+y)+42=12$

$\therefore\ x^2+y^2-8(x+y)=-30 \quad \cdots\cdots$ ㉡

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$\therefore\ x^2+y^2=8(x+y)-30=8\times4-30=2$

따라서 $5,\ 2x^2,\ 2y^2,\ 7$ 의 평균은

$\dfrac{5+2x^2+2y^2+7}{4} = \dfrac{12+2(x^2+y^2)}{4} = \dfrac{12+4}{4} = 4$ 이다.