

1. 두 원 $x^2 + y^2 = a^2$, $(x-3)^2 + (y+4)^2 = 4$ 가 만나지 않을 조건은?
(단, $a > 0$)
- ① $0 < a < 3$
- ② $3 < a < 7$
- ③ $a > 7$
- ④ $0 < a < 3$ 또는 $a > 7$
- ⑤ $2 < a < 7$ 또는 $a > 7$

해설

두 원의 중심이 각각 $(0, 0)$, $(3, -4)$ 이므로

두 원의 중심거리 d 는 $d = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = 5$

(i) 두 원이 서로 외부에 위치할 때

$$d = 5 \geq q + 2$$

$$d = 5 > a +$$

$\therefore 0 < a < 3$
 $(\because)$ 이 일의 뒤로 일의 네 배에 이르면 때

(ii) 한 원이 다

$$d = 5 < |a - 2|$$

$$\therefore a > 7 (\because a > 0)$$

2. 오차방정식 $x^5 - 3x^4 + x^3 + x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 허근을 α, β 라 할 때, $\alpha + \beta$ 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

방정식 $x^5 - 3x^4 + x^3 + x^2 - 3x + 1 = 0$ 에서

$$(x+1)(x^4 - 4x^3 + 5x^2 - 4x + 1) = 0$$

$\therefore x+1=0$ 또는

$$x^4 - 4x^3 + 5x^2 - 4x + 1 = 0$$

(i) $x+1=0$ 에서 $x=-1$

(ii) $x^4 - 4x^3 + 5x^2 - 4x + 1 = 0$ 의 양변을

x^2 으로 나누면

$$x^2 - 4x + 5 - \frac{4}{x} + \frac{1}{x^2} = 0$$

$$\left(s^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 4\left(x + \frac{1}{x}\right) + 5$$

$$= 0 \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4\left(x + \frac{1}{x}\right) + 3 = 0$$

이 때, $x + \frac{1}{x} = t$ 로 치환하면

$$t^2 - 4t + 3 = 0, (t-1)(t-3) = 0$$

$\therefore t=1$ 또는 $t=3$

$$\textcircled{1} x + \frac{1}{x} = 1 \text{ 일 때, } x^2 - x + 1 = 0$$

$$\therefore x = \frac{1 \pm \sqrt{3}i}{2}$$

$$\textcircled{2} x + \frac{1}{x} = 3 \text{ 일 때, } x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$\therefore x = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

따라서, 주어진 방정식의

두 허근이 $\frac{1 \pm \sqrt{3}i}{2}$ 이므로

두 허근 α, β 의 합은

$\alpha + \beta = 1$ 이다.

3. $-1 \leq x \leq 1$ 에서 x 에 대한 부등식 $x+a \leq x^2 \leq 2x+b$ 가 항상 성립할 때, $b-a$ 의 최솟값을 p 라 하자. 이 때, $100p$ 의 값은?

- ① 275 ② 310 ③ 325 ④ 330 ⑤ 335

해설

$$x+a \leq x^2 \leq 2x+b \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-x \geq a \\ x^2-2x \leq b \end{cases}$$

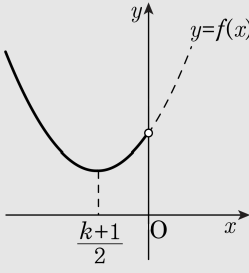
(i) $f(x) = x^2 - x$ 라 하면

$$f(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$$

$-1 \leq x \leq 1$ 에서 $y = f(x)$ 의 그래프는

아래 그림과 같으므로 $-\frac{1}{4} \leq f(x) \leq 2$

즉, $-\frac{1}{4} \leq x^2 - x \leq 2$ 이므로 $a \leq -\frac{1}{4}$



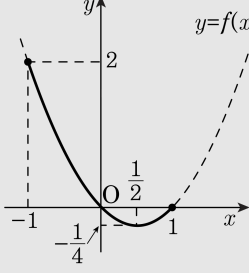
(ii) $g(x) = x^2 - 2x$ 라 하면

$$g(x) = (x-1)^2 - 1$$

$-1 \leq x \leq 1$ 에서 $y = g(x)$ 의 그래프는

아래 그림과 같으므로 $-1 \leq g(x) \leq 3$

즉, $-1 \leq x^2 - 2x \leq 3$ 이므로 $b \geq 3$



(i), (ii) 에서 $b-a$ 의 최솟값 p 는

$$p = 3 - \left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{13}{4}$$

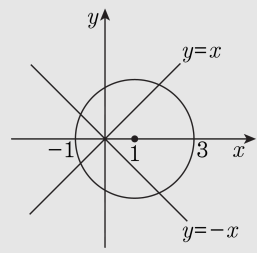
$\therefore 100p = 325$

4. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 = y^2 \\ (x-1)^2 + y^2 = 4 \end{cases}$ 의 해의 개수를 구하면?

① 없다. ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$\therefore x^2 = y^2 \Rightarrow y = \pm x$$



$$\therefore (x-1)^2 + y^2 = 2^2$$

즉, 해는 4 개이다.

5. 어느 가게에서 물건을 파는데 한 개에 80원하는 물건 세 개를 사면 210원, 다섯 개를 사면 320원으로 할인해 준다고 한다. 어느 날 매상액이 모두 1440원이었고 한 명의 고객이 한 개, 세 개, 다섯 개 중 어느 한 가지만 샀다고 할 때, 이 날 물건을 사고 간 고객의 수로 적당하지 않은 것은?

① 6명 ② 9명 ③ 12명 ④ 14명 ⑤ 18명

해설

물건을 한 개, 세 개, 다섯 개를 산 사람의 수를 각각 x, y, z 라고 하면
 x, y, z 는 0이상의 정수이고
 $80x + 210y + 320z = 1440$ 양변을 10으로 나누면
 $8x + 21y + 32z = 144 \dots\dots ㉠$
 $㉠$ 을 변형하면
 $3(48 - 7y) = 8(x + 4z) \dots\dots ㉡$
3, 8이 서로 소이므로
 $48 - 7y = 8k$
 $(k = 0, 1, 2, 3, \dots\dots, 6) \dots\dots ㉢$
 $㉢$ 을 $㉡$ 에 대입하면
 $x + 4z = 3k \dots\dots ㉣$
 $㉢$ 에서 $7y = 48 - 8k$,
 $y = \frac{8(6 - k)}{7} \dots\dots ㉤$
 $㉤$ 에서 $\frac{6 - k}{7}$ 가 정수이므로
 $k = 6, y = 0, x + 4z = 18$
 $\therefore (x, y, z)$
 $= (18, 0, 0), (14, 0, 1), (10, 0, 2),$
 $(6, 0, 3), (2, 0, 4)$
이 날 물건을 구입한 고객의 수는
 $x + y + z$ 이므로
 $x + y + z = 6, 9, 12, 15, 18$ 이다.