1. 연립방정식 $\begin{cases} 2x-5y=a-1 \\ 4x-2y=a+9 \end{cases}$ 를 만족하는 x 의 값이 y 의 값의 3 배일 때, 상수 a 의 값은?

① $\frac{19}{9}$ ② $\frac{14}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $-\frac{3}{4}$ ⑤ $-\frac{21}{4}$

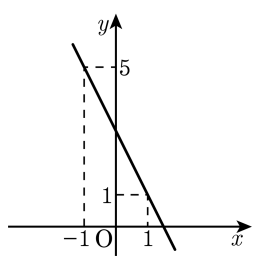
해설

$x = 3y$ 이므로 주어진 연립방정식에 대입하면

$\begin{cases} 6y-5y=a-1 & \cdots ① \\ 12y-2y=a+9 & \cdots ② \end{cases}$

①인 $y=a-1$, ②에 대입하면 $a=\frac{19}{9}$ 이다.

2. 일차방정식 $ax + by - 3 = 0$의 그래프가 다음과 같을 때, 상수 a, b에 대하여 $a - b$의 값은?



① -3 ② -2 ③ 1

④ 3 ⑤ 5

해설

$ax + by - 3 = 0$에 점 $(-1,\ 5)$, $(1,\ 1)$을 대입하여

$\begin{cases} -a + 5b = 3 \\ a + b = 3 \end{cases}$ 의 해를 구하면, $a = 2$, $b = 1$이다.

따라서 $a - b = 1$이다.

3. 일차함수 $y = ax + 1$ 의 그래프가 두 점 A(2, 4) 와 B(4, 2) 를 이은 선분 AB 의 사이를 지나도록, a 값의 범위는?

① $\frac{1}{2} \le a \le 1$ ② $\frac{1}{4} \le a \le \frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{4} \le a \le \frac{3}{2}$
④ $\frac{1}{4} < a < \frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{3}{4} < a \le \frac{3}{2}$

해설

A(2, 4)를 $y = ax + 1$ 에 대입하면, $4 = 2a + 1 \therefore a = \frac{3}{2}$

B(4, 2)를 $y = ax + 1$에 대입하면, $2 = 4a + 1 \therefore a = \frac{1}{4}$

따라서, 선분 AB의 사이를 지나는 a값의 범위는 $\frac{1}{4} < a < \frac{3}{2}$ 이다.

4. 부등식 $\frac{x-2}{3}-\frac{x-1}{2}<0$ 을 만족하는 가장 작은 정수를 고르면?

① 2 ② 1 ③ 0 ④ −1 ⑤ −2

해설

$\frac{x-2}{3}-\frac{x-1}{2}<0$ 의 양변에 6 을 곱하고 식을 정리하면

$2(x-2)-3(x-1)<0$

$2x-4-3x+3<0$

$-x-1<0$

$\therefore\ x>-1$

따라서 부등식을 만족하는 가장 작은 정수는 0 이다.

5. x 에 관한 부등식 $ax - 12 > 0$ 의 해가 $x > 4$ 일 때, 상수 a 의 값으로 옳은 것은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$ax - 12 > 0$ 을 간단히 하면 $ax > 12$ 이다.

i) $a > 0$ 이면 $x > \frac{12}{a}$ 이므로 $x > 4$ 가 되기 위해서는 $a = 3$ 이 되어야 한다.

ii) $a < 0$ 이면 $x < \frac{12}{a}$ 이므로 a 가 어떠한 값을 갖더라도 $x > 4$ 가 될 수 없다.

따라서 $a = 3$ 이다.

6. 15% 의 소금물 200g 에 물을 xg 을 넣어서 소금물의 농도가 6% 의 이하가 되었다고 한다. x 의 범위는?

① $x \le 100$ ② $x \ge 100$ ③ $x \le 300$

④ $x \ge 300$ ⑤ $x \le 400$

해설

15% 의 소금물 200g 에 들어있는 소금의 양은 $\frac{15}{100} \times 200 = 30(\text{g})$ 이다. 물을 xg 을 더 넣어도 소금의 양은 변하지 않는다. 소금물의 농도는 $\frac{30}{200+x} \times 100(\%)$ 이다. 소금물의 농도는 6% 이하이므로

$\frac{30}{200+x} \times 100 \le 6$

$\frac{3000}{6} \le 200 + x$

$-x \le 200 - 500$

$x \ge 300$

7. 두 일차함수 $y=-4x+b$, $y=ax+4$ 가 서로 점 $(2,\ -6)$ 에서 만난다. 이때, 다음 중 그래프 $y=ax+b$ 위의 점의 개수는?

보기

㉠ $(1,\ -3)$ ㉡ $(0,\ 2)$ ㉢ $(-3,\ 17)$

㉣ $(-1, 7)$ ㉤ $\left(\frac{1}{5},\ 1\right)$

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

두 함수의 그래프가 모두 점 $(2,\ -6)$ 을 지나므로
$-6=-4\times 2+b$, $-6=a\times 2+4$ 가 성립한다.
$\therefore b=2,\ a=-5$
따라서 주어진 일차함수는 $y=-5x+2$ 이고
㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤은 모두 $y=-5x+2$ 위의 점이다.

8. x의 값이 3에서 5까지 증가할 때 y의 값은 2만큼 증가하고, y절편이 3인 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 $y = ax + b$라 하자. 이때, 상수 $a + b$의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

x의 값이 2만큼 증가 할 때, y의 값이 2만큼 증가했으므로 기울기는 1이고, y절편이 3이므로 일차함수는 $y = x + 3$이다.

$\therefore\ a = 1, b = 3$

$a + b = 4$이다.

9. 다음 연립방정식 중 해가 없는 것은?

① $\begin{cases} 6x+2y=10 \\ 3x+y=5 \end{cases}$

② $\begin{cases} x-3y=9 \\ 4x-12y=36 \end{cases}$

③ $\begin{cases} x-3y=4 \\ 3x-9y=17 \end{cases}$

④ $\begin{cases} 2x-y=3 \\ 12x-6y=18 \end{cases}$

⑤ $\begin{cases} 3x-2y=1 \\ 4x-2(2y-x)+3=5 \end{cases}$

해설

해가 없는 것을 찾는다.

③ $\begin{cases} x-3y=4 \\ 3x-9y=17 \end{cases}$ 에서 $\begin{cases} 3x-9y=12 \\ 3x-9y=17 \end{cases}$ 이므로 해가 없다.

10. 50 명의 학생이 수학시험을 보았다. 1 번 문제는 2 점, 2 번 문제는 3 점, 3 번 문제는 5 점으로 채점을 하였더니 평균이 2.6 점이었고, 1 번 문제의 배점은 그대로 하고, 2 번 문제를 5 점, 3 번 문제를 3 점으로 배점을 바꾸어 채점을 하였더니 평균이 3 점이었다. 1 번 문제를 맞힌 학생의 수가 3 번 문제를 맞힌 학생의 수의 6 배와 같을 때, 3 번 문제를 맞힌 학생 수를 구하면? (단, 각 학생은 한 문제씩만 맞힌 것으로 한다.)

① 5 명 ② 10 명 ③ 15 명 ④ 20 명 ⑤ 25 명

해설

1 번, 2 번, 3 번 문제를 맞힌 학생 수를 각각 x, y, z 라 하면

$$\begin{cases} 2x+3y+5z=2.6\times 50 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x+5y+3z=3\times 50 & \cdots\cdots ㉡ \\ x=6z & \cdots\cdots ㉢ \end{cases}$$

㉠, ㉡에 ㉢을 대입하면

$$\begin{cases} 3y+17z=130 & \cdots\cdots ㉣ \\ y+3z=30 & \cdots\cdots ㉤ \end{cases}$$

㉣ − ㉤ × 3 하면 $8z=40$

$z=5$

3 번 문제를 맞힌 학생은 5 명이다.

11. 다음 조건을 동시에 만족하는 x 의 범위는?

(가) $2x-y=-5$ (나) $-x<2y<3(x+6)$

① $x>8$ ② $x<-2$ ③ $-8<x<-2$

④ $-2<x<8$ ⑤ $-8<x<2$

해설

$2x-y=-5 \Rightarrow y=2x+5$를 부등식에 대입하면,

$-x<2(2x+5)<3(x+6)$

$$\begin{cases} -x<2(2x+5) \\ 2(2x+5)<3(x+6) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -x<4x+10 \\ 4x+10<3x+18 \end{cases}$$

정리하면 $\begin{cases} x>-2 \\ x<8 \end{cases}$ 이므로 $-2<x<8$ 이다.

12. 지하철 요금은 1 인당 1300 원 씩이고, 택시는 기본 3 km 까지는 요금이 2400 원 이고, 이 후로는 100 m 당 100 원 씩 올라간다고 한다. 버스와 택시가 같은 길을 따라간다고 할 때, 3 명 이 함께 이동할 때, 지하철을 타는 것보다 택시를 타는 것이 유리한 것은 몇 km 떨어진 지점까지인가?

① 3.5 km 미만 ② 4.0 km 미만 ③ 4.5 km 미만
④ 5.0 km 미만 ⑤ 5.5 km 미만

해설

택시요금이 100 원 씩 올라간 횟수를 x 번이라 하면
$1300 \times 3 > 2400 + 100x$
$x < 15$
$\therefore 3 + 0.1 \times 15 = 4.5$
따라서 택시를 타는 것이 유리한 것은 4.5 km 미만까지이다.

13. 부등식 $a+7 \le ax+b \le 4b+2a$의 해가 $2 \le x \le 8$일 때, $a,\ b$의 값을 각각 구하면?

① $a=-2,\ b=-1$　② $a=-1,\ b=0$

③ $a=\frac{1}{3},\ b=\frac{7}{3}$　④ $a=\frac{7}{3},\ b=\frac{14}{3}$

⑤ $a=2,\ b=-1$

해설

$a+7 \le ax+b \le 4b+2a$

(1) $a>0$일 때,

$a+7 \le ax+b,\ x \ge \frac{a-b+7}{a}$

$ax+b \le 4b+2a,\ x \le \frac{3b+2a}{a}$

$\frac{a-b+7}{a} \le x \le \frac{3b+2a}{a}$

$\therefore \frac{a-b+7}{a}=2,\ \frac{3b+2a}{a}=8$

$\therefore a=\frac{7}{3},\ b=\frac{14}{3}$

(2) $a<0$일 때

$\frac{3b+2a}{a} \le x \le \frac{a-b+7}{a}$

$\therefore \frac{3b+2a}{a}=2,\ \frac{a-b+7}{a}=8$

$\therefore a=1,\ b=0$

($a<0$이어야 하므로 조건을 만족하지 않는다.)

14. 직선 $y = ax + b$의 그래프는 점 $(1, -4)$를 지나고 $y = -\frac{3}{5}x + 3$의 그래프와 x축 위에서 만난다. 이때. 일차함수의 식은?

① $y = 3x + 4$　② $y = x - 5$　③ $y = -x + 3$
④ $y = \frac{1}{2}x - 3$　⑤ $y = \frac{3}{5}x - 3$

해설

$y = ax + b$의 그래프는 $y = -\frac{3}{5}x + 3$의 그래프와 x축 위에서 만나므로 x절편이 서로 같다.

$0 = -\frac{3}{5}x + 3, \quad \therefore x = 5$

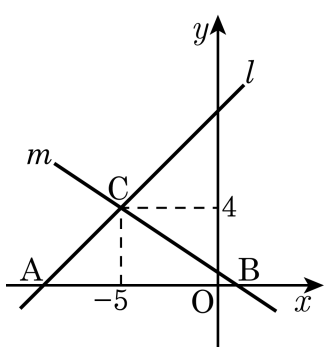
즉, $y = ax + b$의 그래프는 두 점 $(5, 0), (1, -4)$를 지나므로

$(\text{기울기}) = \frac{-4 - 0}{1 - 5} = 1, \quad \therefore a = 1$

$y = x + b$에 점 $(5, 0)$을 대입하면 $b = -5$

따라서 구하는 일차함수의 식은 $y = x - 5$ 이다.

15. 다음 그림에서 직선 ℓ, m의 기울기는 각각 1, $-\frac{2}{3}$이고, 교점의 좌표가 C$(-5,\ 4)$이다. ℓ, m이 x축과 만나는 점을 각각 A, B라고 할 때, $\triangle$ABC의 넓이는?



① 10 ② 20 ③ 30 ④ 40 ⑤ 50

해설

$\ell : y = x + b$에 점 $(-5,\ 4)$를 대입하면

$4 = -5 + b$에서 $b = 9$

$\therefore y = x + 9$

점 A는 이 식의 x절편이므로 $y = 0$일 때,

$0 = x + 9 \qquad \therefore x = -9$

$m : y = -\frac{2}{3}x + c$에 점 $(-5,\ 4)$를 대입하면

$4 = \frac{10}{3} + c$에서 $c = -\frac{2}{3}$

$\therefore y = -\frac{2}{3}x + \frac{2}{3}$

점 B는 이 식의 y절편이므로 $y = 0$일 때,

$0 = -\frac{2}{3}x + \frac{2}{3}$에서 $\qquad \therefore x = 1$

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times \{1 - (-9)\} \times 4 = 20$