

1. 두 점 A(2, 3), B(-1, -3)에 대하여 1 : 2 로 내분하는 점 P 의 좌표는?

① P(1, 1)

② P(-1, 1)

③ P(1, -1)

④ P(1, 0)

⑤ P(-1, -1)

해설

P(x_1 , y_1)라 하면,

$$x_1 = \frac{1 \cdot (-1) + 2 \cdot 2}{1 + 2} = 1,$$

$$y_1 = \frac{1 \cdot (-3) + 2 \cdot 3}{1 + 2} = 1$$

$\therefore$ P(1, 1)

2. $A(a, 8)$, $B(b, a)$, $C(5, b)$ 인 $\triangle ABC$ 의 무게중심이 $G(a, 3)$ 일 때, 선분 BG 의 길이는?

① 2 ② $\sqrt{10}$ ③ $2\sqrt{3}$ ④ $3\sqrt{3}$ ⑤ $\sqrt{34}$

해설

$$\frac{a+b+5}{3} = a, \frac{8+a+b}{3} = 3$$

$$\therefore a = 2, b = -1$$

$$\text{따라서 } \overline{BG} = \sqrt{(2+1)^2 + (3-2)^2} = \sqrt{10}$$

3. 세 점 A(1, 1), B(4, 5), C(10, a) 이 일직선 위에 있다. 이 때, 상수 a 의 값은?

① 10

② 11

③ 12

④ 13

⑤ 14

해설

직선 AB와 직선 AC가 평행이므로

두 직선의 기울기가 서로 같다.

$$\text{직선 AB의 기울기 : } \frac{5-1}{4-1} = \frac{4}{3}$$

$$\text{직선 AC의 기울기 : } \frac{a-1}{10-1} = \frac{a-1}{9}$$

$$\therefore \frac{4}{3} = \frac{a-1}{9} \Rightarrow 3(a-1) = 36 \Rightarrow a = 13$$

4. 두 직선 $ax+4y-4=0$, $x+2y+b=0$ 이 수직일 때의 a 값을 구하여라.

▶ 답 :

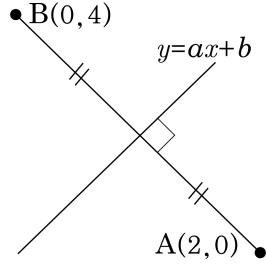
▷ 정답 : -8

해설

수직조건 $a \cdot 1 + 4 \cdot 2 = 0$

$\therefore a = -8$

5. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}$ 를 수직이등분하는 직선 l 을 $y = ax + b$ 라 할 때, $a + b$ 의 값은?



- ① 4 ② 2 ③ 1 ④ -2 ⑤ -4

해설

$\overline{AB}$ 의 기울기는 $\frac{4-0}{0-2} = -2$ 이므로

구하는 직선의 기울기는 $\frac{1}{2}$ 이다.

또, $\overline{AB}$ 의 중점 M 은

$$M\left(\frac{2+0}{2}, \frac{0+4}{2}\right) = (1, 2)$$

따라서, 구하는 직선의 방정식은

$$y - 2 = \frac{1}{2}(x - 1) \therefore y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$$

$$\therefore a + b = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 2$$

6. 평행한 두 직선 $3x - 5y + 2 = 0$, $3x - 5y - 1 = 0$ 사이의 거리는?

① $\frac{2\sqrt{17}}{17}$
④ $\frac{2\sqrt{34}}{34}$

② $\frac{3\sqrt{17}}{17}$
⑤ $\frac{3\sqrt{34}}{34}$

③ $\frac{\sqrt{34}}{34}$

해설

$3x - 5y + 2 = 0$ 위의 점 $\left(0, \frac{2}{5}\right)$ 에서

$3x - 5y - 1 = 0$ 까지의 거리

$$\frac{\left|3 \cdot 0 - 5 \cdot \frac{2}{5} - 1\right|}{\sqrt{9+25}} = \frac{3}{\sqrt{34}} = \frac{3\sqrt{34}}{34}$$

7. 그림에서 A, B, C는 도로가 통과하는 세 마을이다. A마을과 B마을 사이의 거리는 6km, B마을과 C마을 사이의 거리는 3km이다. 이 도로 위에 또 하나의 다른 마을이 있는데, 그 마을과 A 사이의 거리는 그 마을과 C 마을 사이의 거리의 2배이다. 그 마을과 B마을 사이의 거리는?
- ① 6km ② 9km ③ 12km
- ④ 15km ⑤ 18km

해설

그림과 같이 A 마을을 원점으로 하고, 구하고자 하는 마을을 X라 하면

A(0), B(6), C(9), X(x)

A마을과 X마을 사이의 거리는 $|x - 0|$

C마을과 X마을 사이의 거리의 2배이므로 $2|x - 9|$

곧, $|x| = 2|x - 9|$

$\therefore 2(x - 9) = \pm x$

$\therefore x = 6$ 또는 $x = 18$

여기서 $x = 6$ 이면 $X = B$ 가 되므로 성립하지 않는다.

따라서 $x = 18$

이 때, X마을과 B마을 사이의 거리는 $18 - 6 = 12(\text{km})$

8. 좌표평면 위의 두 점 $P(a, 3)$, $Q(1, a)$ 에 대하여 $\overline{PQ} = \sqrt{2}$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\overline{PQ} = \sqrt{(1-a)^2 + (a-3)^2} = \sqrt{2a^2 - 8a + 10}$$

$$\overline{PQ} = \sqrt{2} \text{ 이므로 } \sqrt{2a^2 - 8a + 10} = \sqrt{2}$$

$$\text{양변을 제곱하면 } 2a^2 - 8a + 10 = 2$$

$$2a^2 - 8a + 8 = 0, a^2 - 4a + 4 = 0, (a-2)^2 = 0$$

$$\therefore a = 2$$

9. 두 점 $A(-3, 2)$, $B(4, 5)$ 에서 같은 거리에 있는 x 축 위의 점 P 의 좌표는?

① $(-3, 0)$

② $(1, 0)$

③ $(2, 0)$

④ $(-1, 0)$

⑤ $(5, 0)$

해설

x 축 위의 점을 $P(x, 0)$ 라 하면

$\overline{PA} = \overline{PB}$ 에서 $\overline{PA}^2 = \overline{PB}^2$ 이므로

$$(x+3)^2 + (0-2)^2 = (x-4)^2 + (0-5)^2$$

$$14x = 28$$

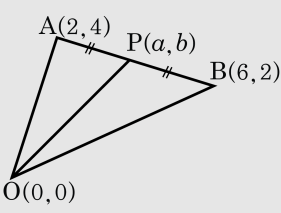
따라서 $x = 2$ 즉, $P(2, 0)$

10. 세 점 $O(0,0)$, $A(2,4)$, $B(6,2)$ 와 선분 AB 위의 점 $P(a,b)$ 에 대하여 삼각형 OAB 의 넓이가 삼각형 OAP 의 넓이의 2배일 때, $a+b$ 의 값은?

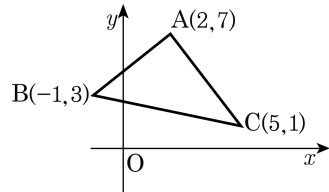
- ① 3
- ② 4
- ③ 5
- ④ 6
- ⑤ 7

해설

다음 그림에서 $\triangle OAB$ 와 $\triangle OAP$ 의
높이가 같으므로
 $\triangle OAB = 2\triangle OAP$ 이려면
 P 는 선분 AB 의 중점이어야 한다.
이 때, $P\left(\frac{2+6}{2}, \frac{4+2}{2}\right)$
즉 $P(4,3)$ 이므로 $a=4, b=3$
 $\therefore a+b=7$



11. 세 점 $A(2, 7)$, $B(-1, 3)$, $C(5, 1)$ 을 꼭지점으로 하는 삼각형 ABC 의 무게중심을 G 라 할 때, 다음 중 두 점 A, G 를 지나는 직선의 방정식은?



- ① $x - y - 2 = 0$ ② $x + y - 2 = 0$ ③ $x - 2 = 0$
 ④ $3x - y + 1 = 0$ ⑤ $4x + y - 1 = 0$

해설

두 점 A, G 를 지나는 직선은 $\overline{BC}$ 의 중점을 지나므로 점 A 와 $\overline{BC}$ 의 중점을 지나는 직선의 방정식을 구하면 된다.

$\overline{BC}$ 의 중점의 좌표는

$$\left(\frac{-1+5}{2}, \frac{3+1}{2} \right)$$

따라서, 두 점 $(2, 7)$ 과 $(2, 2)$ 를 지나는 직선의 방정식은 $x = 2$ 이다.

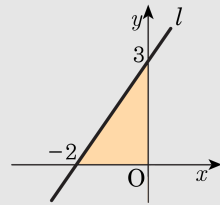
12. 직선 $3x - 2y + 6 = 0$ 이 x 축 및 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$3x - 2y + 6 = 0$ 을 그래프에 도시해보면,



$\therefore$ 빗금 친 부분의 넓이 : $\frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 3$

13. $ac < 0$, $bc > 0$ 일 때, 일차함수 $ax + by + c = 0$ 이 나타내는 직선이 지나지 않는 사분면을 구하여라.

▶ 답 : 사분면

▷ 정답 : 제 2사분면

해설

$b \neq 0$ 이므로,
 $y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b} \cdots \textcircled{1}$
 $ac < 0$, $bc > 0$ 에서 $ac \cdot bc < 0$
 $\therefore abc^2 < 0$ 즉, $ab < 0$
 $ab < 0$ 에서 기울기 $-\frac{a}{b} > 0$
 $bc > 0$ 에서 y 절편 $-\frac{c}{b} < 0$
따라서 $\textcircled{1}$ 은 제 2 사분면을 지나지 않는다.

14. 두 직선 $mx - y + m + 1 = 0$ 과 $y = -x + 2$ 가 제1사분면에서 만나도록 하는 상수 m 의 값의 범위는?

① $\frac{1}{3} < m < 1$

② $-\frac{1}{3} < m < 1$

③ $-1 < m < 2$

④ $m < -\frac{1}{3}, m > 1$

⑤ $-1 < m < -\frac{1}{3}$

해설

$$mx - y + m + 1 = 0 \cdots \textcircled{1}$$

$$\Leftrightarrow m(x+1) - (y-1) = 0 \text{ 에서}$$

이 직선은 m 의 값에 관계없이

항상 점 $(-1, 1)$ 을 지난다.

다음 그림에서 $\textcircled{1}$ 이 직선 $y = -x + 2$

와

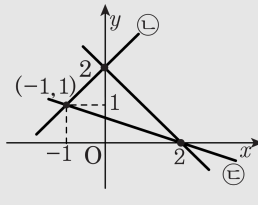
제1사분면에서 내려면 $\textcircled{1}$ 의 기울기 m

은

$$\textcircled{L} \text{의 기울기 } \frac{2-1}{0-(-1)} = 1 \text{ 보다 작고}$$

$$\textcircled{\ominus} \text{의 기울기 } \frac{0-1}{2-(-1)} = -\frac{1}{3} \text{ 보다 커야한다.}$$

$$\therefore -\frac{1}{3} < m < 1$$



15. 포물선 $x = y^2 + 1$ 위의 점 (a, b) 와 직선 $x - y + 1 = 0$ 사이의 거리가 최소가 될 때, $4(a + b)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

(a, b) 가 포물선 $x = y^2 + 1$ 위의 점이고,
또 점 (a, b) 와 직선 사이의 거리를 l 이라 하면,

$$a = b^2 + 1 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$l = \frac{|a - b + 1|}{\sqrt{2}} \cdots \textcircled{2}$$

①를 ②에 대입하면

$$l = \frac{|b^2 - b + 2|}{\sqrt{2}} = \frac{\left| \left(b - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} \right|}{\sqrt{2}}$$

$\therefore b = \frac{1}{2}$ 일 때 l 이 최소가 된다.

따라서 $a + b = \frac{5}{4} + \frac{1}{2} = \frac{7}{4}$ 이므로

$$\therefore 4(a + b) = 7$$

16. 원점에서 거리 1 이고, 점 (1, 2)를 지나는 직선의 방정식이 $ax + by + c = 0$ 으로 표현될 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면? (단, $b \neq 0$)

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

해설

점 (1, 2)를 지나는 직선은
 $y = m(x - 1) + 2$ 에서,
 $mx - y - m + 2 = 0 \cdots \textcircled{1}$
여기서 (0, 0)에 이르는 거리가 1 이므로
 $\frac{|-m + 2|}{\sqrt{m^2 + 1}} = 1, |m - 2| = \sqrt{m^2 + 1}$
양변을 제곱하여 정리하면, $m = \frac{3}{4}$
 $\textcircled{1}$ 에 대입하여 정리하면, $\frac{3}{4}x - y + \frac{5}{4} = 0,$
 $3x - 4y + 5 = 0$
 $\therefore a + b + c = 3 - 4 + 5 = 4$

17. 원점을 지나고, 점 (2, 1)에서의 거리가 1인 직선의 방정식은? (단, x 축은 제외)

① $y = \frac{2}{3}x$

② $y = -\frac{2}{3}x$

③ $y = \frac{1}{3}x$

④ $y = -\frac{4}{3}x$

⑤ $y = \frac{4}{3}x$

해설

원점을 지나는 직선을

$y = kx (k \neq 0)$ 이라 하면,

(2, 1)에서의 거리가 1 이므로

$$\frac{|2k - 1|}{\sqrt{k^2 + 1}} = 1, |2k - 1| = \sqrt{k^2 + 1}, k(3k - 4) = 0$$

$$k = \frac{4}{3} (\because k \neq 0)$$

$$\therefore y = \frac{4}{3}x$$

18. 직선 $x + 2y - 1 = 0$ 에 수직이고 원점에서의 거리가 $\sqrt{5}$ 인 직선의 방정식은?

- ① $y - 2x = -5$ ② $y - 2x = -\sqrt{5}$ ③ $y + 2x = 5$
④ $y + 2x = \sqrt{5}$ ⑤ $y + 2x = -\sqrt{5}$

해설

구하는 직선의 기울기를 m' 라 하면

$$-\frac{1}{2}m' = -1 \text{ 에서 } m' = 2$$

따라서, 구하는 직선의 식은

$$y = 2x + n, \quad 2x - y + n = 0$$

원점에서 이 직선까지의 거리

$$d = \frac{|n|}{\sqrt{4+1}} = \sqrt{5},$$

$$|n| = 5, \quad n = \pm 5$$

$\therefore$ 구하는 직선의 식 : $y = 2x + 5$ 또는 $y = 2x - 5$

19. 직선 $3x + 4y = 0$ 에 평행하고, 원점에서 거리 2 인 직선의 방정식을 모두 고르면?

① $3x + 4y + 6 = 0$

② $3x + 4y + 8 = 0$

③ $3x + 4y + 10 = 0$

④ $3x + 4y - 8 = 0$

⑤ $3x + 4y - 10 = 0$

해설

$y = -\frac{3}{4}x$ 에 평행하므로 기울기가 $-\frac{3}{4}$ 이다.

$$\Rightarrow y = -\frac{3}{4}x + k \Rightarrow 3x + 4y + 4k = 0$$

$$\text{원점에서 거리가 2 이므로 } \frac{|4k|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 2$$

$$\therefore k = \pm \frac{5}{2} \Rightarrow 3x + 4y + 10 = 0,$$

$$3x + 4y - 10 = 0$$

20. 세 점 A(2,1), B(1,3), C(2,0)에 대하여 $2\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 = 3\overline{CP}^2$ 을 만족하는 점 P가 나타내는 도형의 방정식을 구하면?

- ① $x - y + 1 = 0$
- ② $x + 2y + 3 = 0$
- ③ $x - 3y - 2 = 0$
- ④ $x - 4y + 5 = 0$
- ⑤ $x - 5y + 4 = 0$

해설

점 P의 좌표를 (x,y)라 하면

$$\begin{aligned}\overline{AP}^2 &= (x-2)^2 + (y-1)^2 \\ &= x^2 - 4x + 4 + y^2 - 2y + 1 \\ &= x^2 - 4x + y^2 - 2y + 5\end{aligned}$$
$$\begin{aligned}\overline{BP}^2 &= (x-1)^2 + (y-3)^2 \\ &= x^2 - 2x + 1 + y^2 - 6y + 9 \\ &= x^2 - 2x + y^2 - 6y + 10\end{aligned}$$
$$\begin{aligned}\overline{CP}^2 &= (x-2)^2 + y^2 \\ &= x^2 - 4x + 4 + y^2 \\ &= x^2 - 4x + y^2 + 4\end{aligned}$$

$2\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 = 3\overline{CP}^2$ 에서

$$2(x^2 - 4x + y^2 - 2y + 5) + x^2 - 2x + y^2 - 6y + 10 = 3(x^2 - 4x + y^2 + 4)$$
$$3x^2 - 10x + 3y^2 - 10y + 20 = 3x^2 - 12x + 3y^2 + 12$$
$$2x - 10y + 8 = 0$$
$$\therefore x - 5y + 4 = 0$$

21. 세 점 A(1, 6), B(-2, 2), C(4, 1)을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC와 임의의 점 P(a, b)에 대하여 $\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 + \overline{PC}^2$ 의 값이 최소일 때, a + b의 값은?

- ① 2
- ② 4
- ③ 6
- ④ 8
- ⑤ 10

해설

$$\begin{aligned} &\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 + \overline{PC}^2 \\ &= \{(a-1)^2 + (b-6)^2\} + \{(a+2)^2 + (b-2)^2\} \\ &\quad + \{(a-4)^2 + (b-1)^2\} \\ &= 3a^2 - 6a + 3b^2 - 18b + 62 \\ &= 3(a^2 - 2a + 1) + 3(b^2 - 6b + 9) + 32 \\ &= 3(a-1)^2 + 3(b-3)^2 + 32 \end{aligned}$$

이때, a, b는 실수이므로
 $\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 + \overline{PC}^2$ 의 값은
a = 1, b = 3일 때 최소이다.
∴ a + b = 4

22. 직선 $(a+2)x - y - a + b = 0$ 이 x 축의 양의 방향과 45° 의 각을 이루고 y 절편이 4 일 때, $a+b$ 의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$y = (a+2)x - a + b$ 에서
기울기 $= a+2 = \tan 45^\circ = 1$
 $\therefore a = -1$
 y 절편 $-a + b = 4$
 $\therefore b = 3$
 $\therefore a + b = 2$

23. 다음 그림에서 a 와 b 사이의 관계식을 나타내면?

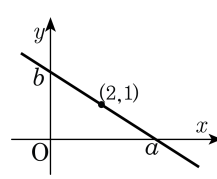
① $a + \frac{a}{2} = 1$

③ $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} = 1$

⑤ $\frac{1}{2a} + \frac{1}{b} = 1$

② $\frac{2}{a} + \frac{1}{b} = 1$

④ $\frac{2}{a} + b = 1$



해설

x 절편이 a , y 절편이 b 인 직선의 방정식은

$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ 이다.

따라서 $(2, 1)$ 을 지나므로

$\frac{2}{a} + \frac{1}{b} = 1$ 이다.

24. 세 점 A(-1, -1), B (3, -5), C (1, 7)을 꼭지점으로 하는 삼각형 ABC에 대하여, 점 A를 지나고 삼각형 ABC의 넓이를 이등분하는 직선의 방정식을 $y = mx + n$ 이라 할 때, $m + n$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ 2

해설

점 A를 지나고 삼각형 ABC의 넓이를 이등분하는 직선은 변 BC의 중점 M(2, 1)을 지난다.
따라서 구하는 직선은 두 점 A(-1, -1), M(2, 1)을 지나므로 구하는 직선의 방정식은

$$y - (-1) = \frac{1 - (-1)}{2 - (-1)} \{x - (-1)\}$$

$$\therefore y = \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}$$

$$\therefore m + n = \frac{1}{3}$$

25. 다음 두 직선 $y = (2a + 1)x - a + 2$, $y = (a + 2)x + 2$ 가 서로 수직일 때, a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

▷ 정답 : $-\frac{3}{2}$ 또는 -1.5

해설

$$(2a + 1)(a + 2) = -1$$

$$2a^2 + 5a + 3 = 0$$

$$(2a + 3)(a + 1) = 0$$

$$\therefore a = -1 \text{ 또는 } -\frac{3}{2}$$

26. 두 직선 $3x+2y-1=0$ 과 $2x-3y+1=0$ 으로부터 같은 거리에 있는 점들 중 x 와 y 의 좌표가 모두 정수인 점에 대한 다음 설명 중 옳은 것만을 골라 놓은 것은?

- I. 위 조건을 만족하는 점은 유한개이다.
II. 제2사분면의 점들 중에서 위 조건을 만족하는 것이 없다.
III. 제3사분면에 있는 모든 점들의 y 좌표는 5의 배수이다.

- ① I ② II ③ III ④ I, III ⑤ II, III

해설

두 직선에서 같은 거리에 있는 점을 $P(a, b)$ 라고 하면

$$\frac{|3a+2b-1|}{\sqrt{13}} = \frac{|2a-3b+1|}{\sqrt{13}}$$

$3a+2b-1=2a-3b+1$ 또는 $3a+2b-1=-2a+3b-1$ 이므로

$a+5b-2=0, 5a-b=0$ 에서

$x+5y-2=0, 5x-y=0$

즉, $y=-\frac{1}{5}x+\frac{2}{5}$ 와

$y=5x$ 위에 있는 모든 점들은 주어진 두 직선에서 이르는 거리가 같다.

I. 이러한 좌표는 무한개 존재한다.

II. $y=-\frac{1}{5}x+\frac{2}{5}$

위의 점, 예를 들면 $(-3, 1)$ 이 있다.

III. $y=5x$ 로 x 가 정수일 때, y 좌표는 5의 배수이다.

27. 점 A(6, 2)와 직선 $x + 2y - 2 = 0$ 위를 움직이는 점 P가 있다. $\overline{AP}$ 를 1 : 3으로 내분하는 점의 자취는?

- ① $x - 2y - 8 = 0$ ② $x + 2y - 8 = 0$ ③ $x - 2y + 8 = 0$
④ $x + 2y + 8 = 0$ ⑤ $x - 2y = 0$

해설

P (a , b)라 하면 $a + 2b - 2 = 0 \cdots \textcircled{1}$

$\overline{AP}$ 의 1 : 3 내분점을 Q (x , y)라 하면

$$Q(x, y) = \left(\frac{a+18}{1+3}, \frac{b+6}{1+3} \right)$$

$$x = \frac{a+18}{1+3}, y = \frac{b+6}{1+3}$$

$$a = 4x - 18, b = 4y - 6$$

$\textcircled{1}$ 에 대입하면,

$$4x - 18 + 2(4y - 6) - 2 = 0 \Rightarrow x + 2y - 8 = 0$$

28. 정점 A(1, 2)와 직선 $3x - 4y - 5 = 0$ 위의 점을 연결하는 선분의 중점의 자취의 방정식은?

- ① $3x + 4y = 0$ ② $x - 2y + 5 = 0$ ③ $3x - 4y = 0$
④ $x + 2y + 5 = 0$ ⑤ $x - 2y - 5 = 0$

해설

$3x - 4y - 5 = 0$ 위의 임의의 점을 $P(a, b)$ 라 하면

$$3a - 4b - 5 = 0 \cdots \textcircled{1}$$

$\overline{AP}$ 의 중점을 (X, Y) 라 하면

$$X = \frac{1+a}{2}, Y = \frac{2+b}{2}$$

$$\therefore a = 2X - 1, b = 2Y - 2$$

이것을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$3(2X - 1) - 4(2Y - 2) - 5 = 0$$

$$\therefore 6X - 8Y = 0$$

$$\therefore 3x - 4y = 0$$

29. 점 Q가 직선 $2x + y - 4 = 0$ 위를 움직일 때, 점 A(-2, 3)과 Q를 잇는 선분 AQ의 중점 P의 자취의 방정식은?

- ① $4x + 2y - 3 = 0$
- ② $2x + 3y + 1 = 0$
- ③ $4x - 3y + 1 = 0$
- ④ $x - 4y - 3 = 0$
- ⑤ $-x + y + 2 = 0$

해설

점 A(-2, 3), Q(x, y)의 중점의 좌표를 P(X, Y)라 하면,
 $P(X, Y) = P\left(\frac{x-2}{2}, \frac{y+3}{2}\right)$ 이므로
 $X = \frac{x-2}{2}, Y = \frac{y+3}{2}$
 $\therefore x = 2X + 2, y = 2Y - 3$
이것을 $2x + y - 4 = 0$ 에 대입하면
 $2(2X + 2) + (2Y - 3) - 4 = 0$
 $4X + 2Y - 3 = 0$
 $\therefore 4x + 2y - 3 = 0$

30. $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 8$, $\overline{AC} = x$ 이고, $\overline{BC}$ 의 중점을 M이라 할 때, $\overline{BM} = 7$, $\overline{AM} = 1$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 6$

해설

파포스의 정리에 의하여

$$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = 2(\overline{AM}^2 + \overline{BM}^2) \text{ 이므로}$$

$$8^2 + x^2 = 2(7^2 + 1^2)$$

$$\therefore x = \pm 6$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } x = 6$$

31. $\triangle ABC$ 의 세 변 AB , BC , CA 의 중점의 좌표가 각각 $(-2, 7)$, $(-6, 4)$, $(5, -2)$ 일 때, 이 삼각형의 무게중심의 좌표는 (a, b) 이다. 이 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

- ㉠ 2 ㉡ 3 ㉢ 4 ㉣ 5 ㉤ 6

해설

$A(a_1, b_1)$ $B(a_2, b_2)$ $C(a_3, b_3)$ 라고 하면 각 중점좌표는

$$\left(\frac{a_1 + a_2}{2}, \frac{b_1 + b_2}{2} \right),$$

$$\left(\frac{a_2 + a_3}{2}, \frac{b_2 + b_3}{2} \right),$$

$$\left(\frac{a_3 + a_1}{2}, \frac{b_3 + b_1}{2} \right) \text{ 이고}$$

이들의 합을 3 으로 나누면,

$$\left(\frac{a_1 + a_2 + a_3}{3}, \frac{b_1 + b_2 + b_3}{3} \right) \text{ 로}$$

$\triangle ABC$ 의 무게중심의 좌표와 같다.

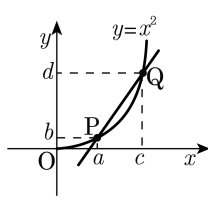
따라서 무게중심의 좌표는

$$G = \left(\frac{-2 - 6 + 5}{3}, \frac{7 + 4 - 2}{3} \right) = (-1, 3)$$

$\therefore 2$

32. 함수 $y = x^2$ 의 그래프 위의 두 점 $P(a, b)$, $Q(c, d)$ 에 대하여 $\frac{\sqrt{b} + \sqrt{d}}{2} = 1$ 일 때, 직선 PQ의 기울기는?(단, $0 < a < c$)

- ① $\frac{5}{2}$ ② 2 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 1 ⑤ $\frac{1}{2}$



해설

점 $P(a, b)$, $Q(c, d)$ 는 $y = x^2$ 의 그래프 위의 점이므로 $b = a^2$, $d = c^2$

즉, $a = \sqrt{b}$, $c = \sqrt{d}$ ($\because 0 < a < c$)

$$\begin{aligned} (\overline{PQ} \text{의 기울기}) &= \frac{d-b}{c-a} = \frac{c^2-a^2}{c-a} \\ &= \frac{(c-a)(c+a)}{c-a} \\ &= c+a = \sqrt{d} + \sqrt{b} = 2 \end{aligned}$$

33. 좌표평면 위의 세 점 A(1, 4), B(-4, -1), C(1, 0)을 꼭지점으로 하는 $\triangle ABC$ 의 넓이를 직선 $y = k$ 가 이등분할 때, 상수 k 의 값을 구하면?

① $4 - \sqrt{5}$

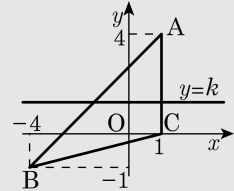
② $4 - \sqrt{6}$

③ $4 - \sqrt{7}$

④ $4 - 2\sqrt{2}$

⑤ $4 - \sqrt{10}$

해설



$$\triangle ABC \text{의 넓이는 } \frac{1}{2} \times 4 \times 5 = 10$$

$$\overline{AB} \text{의 방정식을 구하면, } y = \frac{-1-4}{-4-1}(x-1) + 4$$

$$\Rightarrow y = x + 3$$

$$\therefore y = k \text{와 삼각형이 만나는 점의 좌표는 } (k-3, k), (1, k)$$

$\Rightarrow$ 이등분된 위쪽 삼각형 넓이를 구해보면

$$\frac{1}{2} \times (1 - (k-3)) \times (4-k) = 5$$

$$\text{방정식을 풀면, } k = 4 \pm \sqrt{10}$$

$$\therefore k = 4 - \sqrt{10} \text{ (} \because k < 4 \text{)}$$

34. 점 (a, b) 가 직선 $y = 2x - 3$ 위를 움직일 때, 직선 $y = ax + 2b$ 는 항상 일정한 점 P를 지난다. 이 때, 점 P의 좌표는?

① $P(-4, 6)$

② $P(-4, -6)$

③ $P(2, 3)$

④ $P(3, 2)$

⑤ $P(-2, -4)$

해설

점 (a, b) 가 직선 $y = 2x - 3$

위에 있으므로 $b = 2a - 3$

따라서 $y = ax + 2b$ 에서

$y = ax + 2(2a - 3)$ 이므로

a 에 대하여 정리하면

$$a(x + 4) - (6 + y) = 0$$

이 식이 a 의 값에 관계없이 항상 성립해야 하므로 a 에 대한
항등식이다.

$$\therefore x + 4 = 0, 6 + y = 0$$

$$\therefore P(-4, -6)$$