

1. $a < b$ 일 때, □안의 등호가 알맞은 것을 모두 고르면?

㉠ $a + 2 \square b + 2$	㉡ $-a - 4 \square -b - 4$
㉢ $\frac{1}{2}a + 3 \square \frac{1}{2}b + 3$	㉣ $-\frac{a}{3} \square -\frac{b}{3}$

- ① ㉠ ② ㉠, ㉡ ③ ㉡, ㉣
④ ㉠, ㉡, ㉣ ⑤ ㉠, ㉡, ㉣

해설

- ㉠ 부등식의 양변에 양수를 곱하거나 같은 수를 더하더라도
부등호의 방향이 바뀌지 않으므로 $\frac{1}{2}a + 3 < \frac{1}{2}b + 3$
㉡ 부등식의 양변을 음수로 나누면 부등호의 방향이 바뀌므로
 $-\frac{a}{3} > -\frac{b}{3}$

2. $3 \leq x \leq 12$, $1 \leq y \leq 3$ 일 때, $x - y$ 의 범위는?

① $4 \leq x - y \leq 15$

② $-3 \leq x - y \leq 12$

③ $0 \leq x - y \leq 11$

④ $3 \leq x - y \leq 36$

⑤ $3 \leq x - y \leq 40$

해설

$3 \leq x \leq 12$, $1 \leq y \leq 3$ 를 $x - y$ 에 대입하면

$$3 - 3 \leq x - y \leq 12 - 1$$

3. 부등식 $3x + 2 \geq 8$ 을 풀면?

① $x \geq -2$

② $x \geq -1$

③ $x \geq -\frac{1}{2}$

④ $x \geq \frac{3}{2}$

⑤ $x \geq 2$

해설

$$3x + 2 \geq 8, 3x \geq 6 \therefore x \geq 2$$

4. 부등식 $ax + 1 > 3x + 2a$ 의 해가 $x < 1$ 일 때, a 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$(a - 3)x > 2a - 1$ 이므로
먼저 $a = 3$ 인 경우를 생각하면
(좌변)= 0, (우변)= 5가 되어 부등식이 성립하지 않는다.
따라서 $a \neq 3$ 인 경우만 생각하면 된다.
(i) $a > 3$ 이면 $x > \frac{2a-1}{a-3}$ 이 되어 $x < 1$ 의 형태가 될 수 없다.
(ii) $a < 3$ 이면 $x < \frac{2a-1}{a-3} = 1$ 에서 $2a - 1 = a - 3 \therefore a = -2$

5. $-x + 5 \geq 3$, $2x - 3 \geq 7$ 에 대하여 연립부등식의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\emptyset$

해설

$$-x + 5 \geq 3, \quad x \leq 2$$

$$2x - 3 \geq 7, \quad x \geq 5$$

$\therefore$ 해는 없다.

6. 다음은 연립부등식 $2x-4 \leq -x+2 < 2x+1$ 를 세 친구가 각각 풀이한 것이다.

다음 중 풀이 과정을 틀린 친구는 누구인지 찾아라.

<지윤>
 $2x-4 \leq -x+2 < 2x+1$ 을 나누어 풀면
① $2x-4 \leq -x+2$
 $2x+x \leq 2+4$
 $3x \leq 6$
 $x \leq 2$
② $-x+2 < 2x+1$
 $-x-2x < 1-2$
 $-3x < -1$
 $x > \frac{1}{3}$
⋮

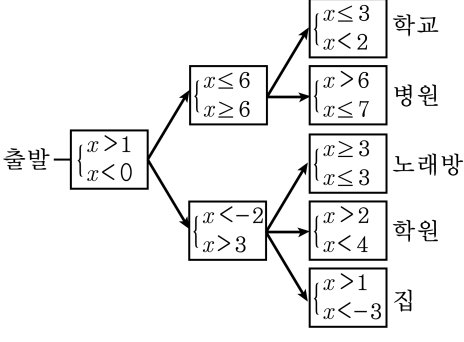
<미진>
 $2x-4 \leq -x+2 < 2x+1$ 의 각 변에 $2x$ 를 빼면
 $-4 \leq -3x+2 < 1$ 이다.
그리고 각 변에 2 를 빼 후 각 변에 -3 으로 나누면
 $-6 \leq -3x < -1$
 $\frac{1}{3} < x \leq \frac{6}{3}$
⋮

<동호>
 $2x-4 \leq -x+2 < 2x+1$ 을 나누어 풀면
① $2x-4 \leq -x+2$
 $2x+x \leq 2+4$
 $3x \leq 6$
 $x \leq 2$
② $2x-4 < 2x+1$
⋮

▶ 답 :
▶ 정답 : 동호

해설
(풀이) 지윤이의 풀이와 미진이의 풀이는 제대로 풀었다. 동호의 풀이는
②
 $2x-4 < 2x+1$
부분을 $-x+2 < 2x+1$ 로 고쳐서 풀어야 한다.

7. 출발점의 연립부등식과 같은 해의 형태를 갖는 방향으로 갈 때, 도착하는 곳은 어디인지 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 집

해설

$\begin{cases} x > 1 \\ x < 0 \end{cases}$ 은 해가 없다. 따라서 해가 없는 것을 따라 가야 한다.

$\begin{cases} x \leq 6 \\ x \geq 6 \end{cases}$ 의 해는 $x = 6$ 이므로 해가 있다.

$\begin{cases} x < -2 \\ x > 3 \end{cases}$ 의 해는 없다. 따라서 이쪽으로 가고, $\begin{cases} x \geq 3 \\ x \leq 3 \end{cases}$ 의

해는 $x = 3$ 이다. $\begin{cases} x > 2 \\ x < 4 \end{cases}$ 의 해는 $2 < x < 4$ 이고 $\begin{cases} x > 1 \\ x < -3 \end{cases}$

은 해가 없으므로 마지막 집을 향해 가고 있음을 알 수 있다

8. 연립부등식 $\begin{cases} 4x-2 \geq -10 \\ 6-x > 3 \end{cases}$ 의 해가 $a \leq x < b$ 일 때, 상수 $a+b$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} 6-x > 3 &\rightarrow x < 3 \\ 4x-2 \geq -10 &\rightarrow x \geq -2 \\ \therefore a+b &= -2+3=1 \end{aligned}$$

9. 연립부등식 $\begin{cases} 3x-1 \geq x+3 \\ x+3 < a \end{cases}$ 의 해가 없을때, a 의 값이 될 수 있는 가장 큰 수를 구하여라.

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$\begin{cases} 3x-1 \geq x+3 \\ x+3 < a \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x < a-3 \end{cases}$$

해가 없으므로 $a-3 \leq 2$

$$\therefore a \leq 5$$

a 의 최댓값은 5 이다.

10. x 가 정수일 때, $|x-2| \leq 5, x < 3$ 를 동시에 만족하는 x 의 값을 모두 더하면?

① -7 ② -5 ③ -3 ④ -1 ⑤ 0

해설

$|x-2| \leq 5 \leftrightarrow -3 \leq x \leq 7$
 x 는 $-3 \leq x < 3$ 인 정수
 $-3, -2, -1, 0, 1, 2$

11. 부등식 $|7 - 3x| > 2$ 를 풀면?

① $x < \frac{5}{3}$ 또는 $x > 3$

② $x < \frac{5}{2}$ 또는 $x > 2$

③ $x < \frac{4}{5}$ 또는 $x > 4$

④ $x < 1$ 또는 $x > 3$

⑤ $x < \frac{5}{6}$ 또는 $x > 6$

해설

$|7 - x| > 2$ 에서

$7 - 3x > 2$ 또는 $7 - 3x < -2$

$-3x > -5$ 또는 $-3x < -9$

$\therefore x < \frac{5}{3}$ 또는 $x > 3$

12. 다음 연립부등식의 해를 구하여라.

$$\begin{cases} 2x - 4 > 0 \\ 2x^2 - 3x + 1 > 0 \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $x > 2$

해설

부등식 $2x - 4 > 0$ 에서

$$x > 2 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

부등식 $2x^2 - 3x + 1 > 0$ 에서

$$(2x - 1)(x - 1) > 0$$

$$\therefore x > 1 \quad \text{또는} \quad x < \frac{1}{2} \cdots \cdots \textcircled{2}$$

따라서, 구하는 해는 ①과 ②를

동시에 만족하는 x 의 값이므로

$$\therefore x > 2$$

13. 연립부등식 $\begin{cases} 2x^2 + 3x - 2 \leq 0 \\ 2x^2 + x - 3 < 0 \end{cases}$ 을 풀면?

- ① $-2 < x \leq \frac{1}{2}$ ② $-2 < x \leq 1$ ③ $-\frac{3}{2} < x \leq 1$
④ $-\frac{3}{2} < x \leq \frac{1}{2}$ ⑤ $1 < x \leq 2$

해설

$$\begin{cases} 2x^2 + 3x - 2 \leq 0 & \cdots (가) \\ 2x^2 + x - 3 < 0 & \cdots (나) \end{cases}$$

(가)에서 $(2x - 1)(x + 2) \leq 0$

$$\therefore -2 \leq x \leq \frac{1}{2}$$

(나)에서 $(2x + 3)(x - 1) < 0$

$$\therefore -\frac{3}{2} < x < 1$$

따라서 공통 범위를 구하면

$$-\frac{3}{2} < x \leq \frac{1}{2}$$

14. 연립부등식 $\begin{cases} 3-x > -2 \\ 3x-1 \geq -4 \end{cases}$ 의 해가 $a \leq x < b$ 일 때, $b-a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$3-x > -2$ 에서 $x < 5 \cdots \textcircled{㉠}$

$3x-1 \geq -4$ 에서 $x \geq -1 \cdots \textcircled{㉡}$

$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 에서 $-1 \leq x < 5$ 이므로 $a = -1, b = 5$

$\therefore b-a = 5+1 = 6$

15. $3x - 3 \leq x - 6$, $4x + 6 \leq 6x + 9$ 을 모두 만족하는 x 의 값은?

- ① $-\frac{5}{2}$ ② $-\frac{3}{2}$ ③ $-\frac{1}{2}$ ④ 0 ⑤ $\frac{1}{2}$

해설

$$3x - 3 \leq x - 6, 2x \leq -3$$

$$\therefore x \leq -\frac{3}{2}$$

$$4x + 6 \leq 6x + 9 \text{ 에서 } -3 \leq 2x$$

$$\therefore -\frac{3}{2} \leq x$$

$$\therefore x = -\frac{3}{2}$$

16. 연립부등식 $\begin{cases} 3x-4 \leq 2 \\ 5-2x < 9 \end{cases}$ 의 해가 $a < x \leq b$ 이다. 이때, a, b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -2$

▷ 정답 : $b = 2$

해설

$$3x - 4 \leq 2$$

$$3x \leq 6$$

$$\therefore x \leq 2$$

$$5 - 2x < 9$$

$$2x > -4$$

$$\therefore x > -2$$

따라서 $-2 < x \leq 2$ 에서 $a = -2, b = 2$ 이다.

17. 연립부등식 $\begin{cases} 2x - 11 < 5x + 7 \\ 3(x - 1) \leq 4(2 - x) + 2 \end{cases}$ 을 만족하는 x 의 값 중 가장

큰 정수를 A , 가장 작은 정수를 B 라 할 때, $A + B$ 의 값을 구하면?

- ① -5 ② -4 ③ -2 ④ 0 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} \text{i) } & 2x - 11 < 5x + 7 \\ & \Rightarrow x > -6 \\ \text{ii) } & 3(x - 1) \leq 4(2 - x) + 2 \\ & \Rightarrow 3x - 3 \leq 8 - 4x + 2 \\ & \Rightarrow 3x + 4x \leq 10 + 3 \\ & \Rightarrow x \leq \frac{13}{7} \\ & -6 < x \leq \frac{13}{7} \text{ 이므로} \\ & A = 1, B = -5 \\ & \therefore A + B = 1 + (-5) = -4 \end{aligned}$$

18. 다음 연립부등식 $\begin{cases} 3x - 3 \leq x + 5 \\ 2x + 3 \leq 0.5(6x + 9) \end{cases}$ 의 해는?

- ① $-\frac{3}{2} \leq x \leq 1$ ② $-\frac{3}{2} \leq x \leq 4$ ③ $-\frac{1}{2} \leq x \leq 1$
④ $-\frac{1}{2} \leq x \leq 4$ ⑤ $\frac{3}{2} \leq x \leq 4$

해설

i) $3x - 3 \leq x + 5, x \leq 4$

ii) $2x + 3 \leq 0.5(6x + 9)$ 의 양변에 10 을 곱하면

$$20x + 30 \leq 5(6x + 9), x \geq -\frac{3}{2}$$

$$\therefore -\frac{3}{2} \leq x \leq 4$$

19. 연립부등식 $\begin{cases} \frac{x-1}{2} > 1 \\ 0.7x + 0.5 < 0.2x + 1 \end{cases}$ 의 해는?

① $-3 < x < 3$

② $x < -3$

③ $x > 3$

④ 해가 없다.

⑤ $-3 < x < 5$

해설

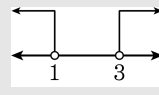
$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{x-1}{2} > 1 \\ 0.7x + 0.5 < 0.2x + 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-1 > 2 \\ 7x+5 < 2x+10 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x > 3 \\ 5x < 5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x < 1 \end{cases}$$

따라서 해가 없다.



20. 연립부등식 $\begin{cases} 2x+7 \geq 3x \\ x \geq a \end{cases}$ 을 만족하는 정수가 3개일 때, a 의 값의 범위는?

▶ 답 :

▷ 정답 : $4 < a \leq 5$

해설

$2x+7 \geq 3x$ 를 풀면 $x \leq 7$ 이다.

$a \leq x \leq 7$ 을 만족하는 정수 3 개가 존재하려면 $4 < a \leq 5$ 이다.

21. 어느 연속하는 세 짝수의 합이 126 보다 크고 134 보다 작다고 할 때, 중간에 있는 수는 무엇인가?

① 38

② 40

③ 42

④ 44

⑤ 46

해설

연속하는 세 짝수 이므로 중간에 있는 수를 x 라고 잡으면 연속하는 세 수는 $x-2$, x , $x+2$ 라고 표현되고, 세 수의 합은 $3x$ 이다.

문제의 조건을 따르면, $\begin{cases} 3x > 126 \\ 3x < 134 \end{cases}$, 또는 $126 < 3x < 134$ 로

표현할 수 있다.

따라서 $\frac{126}{3} < x < \frac{134}{3}$ 이다.

이는 $42 < x < 44.666\cdots$ 이다.

x 는 짝수이므로 44 이다.

22. 200 원짜리 자두와 500 원짜리 복숭아를 합하여 9 개를 사는데, 그 값이 2800 원 이상 3600 원 이하가 되게 하려고 한다. 복숭아는 최대 몇 개까지 살 수 있는가?

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 6 개

해설

자두의 개수 : $(9 - x)$ 개, 복숭아의 개수 : x 개

$$2800 \leq 200(9 - x) + 500x \leq 3600$$

$$\begin{cases} 2800 \leq 200(9 - x) + 500x \\ 200(9 - x) + 500x \leq 3600 \end{cases}$$

$$\therefore \frac{10}{3} \leq x \leq 6$$

따라서 살 수 있는 복숭아의 최대 개수는 6 개이다.

23. 이차부등식 $x^2 - 6x + 9 \leq 0$ 의 해를 구하면?

① $x \geq 3$ 또는 $x \leq -3$

② x 는 모든 실수

③ $x \neq 3$ 인 모든 실수

④ $x = 3$

⑤ 해가 없다

해설

$$x^2 - 6x + 9 \leq 0$$

$$(x - 3)^2 \leq 0$$

$$\Rightarrow x = 3$$

24. 부등식 $x^2 - kx + 2 > 0$ 이 항상 성립하도록 하는 상수 k 의 범위를 구하면 $a < k < b$ 이다. 이 때, ab 의 값은?

① -10 ② -9 ③ -8 ④ -7 ⑤ -6

해설

$x^2 - kx + 2 > 0$ 이 항상 성립하려면
판별식이 실근을 갖지 않을 때이므로
 $D = k^2 - 4 \cdot 2 < 0$
 $k^2 - 8 < 0, (k - 2\sqrt{2})(k + 2\sqrt{2}) < 0$
 $\therefore -2\sqrt{2} < k < 2\sqrt{2}$
따라서 $a = -2\sqrt{2}, b = 2\sqrt{2}$ 이므로
 $ab = -2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} = -8$

25. 이차부등식 $x^2 + ax + b < 0$ 의 해가 $2 < x < 3$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$2 < x < 3$ 가 해이므로

$$(x - 2)(x - 3) < 0$$

$$x^2 - 5x + 6 < 0, a = -5, b = 6$$

$$\therefore a + b = 1$$

26. 부등식 $|x - 2| < k$ 를 만족하는 모든 x 의 값이 부등식 $|x^2 - 8| \leq 8$ 을 만족할 때, 실수 k 의 최댓값은? (단, $k > 0$)

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

부등식 $|x^2 - 8| \leq 8$ 을 풀면
 $-8 \leq x^2 - 8 \leq 8$
 $0 \leq x^2 \leq 16$
 $\therefore -4 \leq x \leq 4$
 $k > 0$ 이므로 부등식 $|x - 2| < k$ 을 풀면
 $-k < x - 2 < k$
 $-k + 2 < x < k + 2$
이때, 이 부등식의 모든 해가 $|x^2 - 8| \leq 8$ 을 만족하려면
 $-k + 2 \geq -4$, $k + 2 \leq 4$ 이어야 하므로
 $k \leq 6$, $k \leq 2$
 $\therefore 0 < k \leq 2$
따라서 실수 k 의 최댓값은 2이다.

27. $2x - 1 > 0$, $x^2 - 3x - 4 < 0$ 를 동시에 만족하는 x 중에서 정수인 것의 개수는?

- ① 0 개 ② 1 개 ③ 2 개 ④ 3 개 ⑤ 4 개

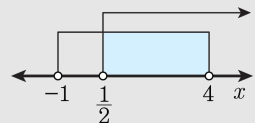
해설

$$2x - 1 > 0$$

$$\therefore x > \frac{1}{2} \dots\dots \textcircled{\text{㉠}}$$

$$(x + 1)(x - 4) < 0$$

$$\therefore -1 < x < 4 \dots\dots \textcircled{\text{㉡}}$$



㉠, ㉡의 공통 부분은

$$\therefore \frac{1}{2} < x < 4$$

따라서 x 중에서

정수인 것은 1, 2, 3의 3 개다.

28. 두 부등식 $2x - 1 > 0$, $(x + 1)(x - a) < 0$ 을 동시에 만족하는 x 의 값의 범위가 $\frac{1}{2} < x < 3$ 이 되도록 하는 정수 a 의 값은? (단, $a > 1$)

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$2x - 1 > 0$$

$$\therefore x > \frac{1}{2} \dots\dots \textcircled{1}$$

$$(x + 1)(x - a) < 0$$

$$\therefore -1 < x < a \dots\dots \textcircled{2}$$

즉 ①, ②의 공통 부분이 $\frac{1}{2} < x < 3$ 이므로

$$\therefore a = 3$$

29. 연립부등식 $\begin{cases} 2(x+a) \leq 6 \\ 3b \leq 3x-3 \end{cases}$ 의 해가 $-1 \leq x \leq 2$ 일 때 $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

주어진 식을 정리하면

$$\begin{cases} x \leq 3-a \\ b+1 \leq x \end{cases}$$

$$\therefore b+1 \leq x \leq 3-a$$

$$b+1 = -1, 3-a = 2$$

$$\therefore b = -2, a = 1$$

$$\therefore a+b = -1$$

30. 다각형의 내각의 합이 450° 이상 600° 이하일 때, 이 다각형은 몇 각형인가?

- ① 오각형
- ② 육각형
- ③ 칠각형
- ④ 팔각형
- ⑤ 구각형

해설

$$450^\circ \leq 180^\circ(n-2) \leq 600^\circ$$

$$450^\circ \leq 180^\circ n - 360^\circ \leq 600^\circ$$

$$810^\circ \leq 180^\circ n \leq 960^\circ$$

$$\frac{81}{18} \leq n \leq \frac{96}{18}$$

$$4.5 \leq n \leq 5.333 \dots$$

$$\text{그러므로 } n = 5$$

31. 4% 소금물 300 g 과 9% 의 소금물을 섞어서 7% 이상의 소금물을 만들었다. 이 때, 9% 의 소금물은 몇 g 이상 섞었는지 구하여라.

▶ 10:00

▶ 정답 : 450g

해설

9%의 소금물의 양을 x g이라 하면

$$\frac{4}{100} \times 300 + \frac{9}{100} \times x \geq \frac{7}{100} \times (300 + x)$$

$$1200 + 9x \geq 2100 + 7x$$

$$9x - 7x \geq 2100 - 1200$$

$$\therefore x \geq 450$$

32. 윤지네 반 학생들을 긴 의자에 앉히려고 한다. 한 의자에 4 명씩 앉으면 9 명의 학생이 앉지 못하고, 5 명씩 앉으면 의자가 4 개 남는다. 긴 의자의 개수가 될 수 없는 것은?

① 30 개 ② 31 개 ③ 32 개 ④ 33 개 ⑤ 34 개

해설

$$5(x-5)+1 \leq 4x+9 \leq 5(x-5)+5$$

$$5x-24 \leq 4x+9 \leq 5x-20$$

$$x \leq 33, \quad x \geq 29$$

$$\therefore 29 \leq x \leq 33$$

- 33.** 지수는 이번 기말고사에 국어, 영어, 과학, 수학 4 과목을 시험을 치렀었다. 지금까지의 국어, 영어, 과학 성적이 각각 88 점, 79 점, 97 점 일 때, 수학성적까지의 평균이 88 점 이상 91 점 이하가 되게 하려면 수학시험에서 몇 점 이상을 받아야 하는가? (단, 수학시험은 100 점 만점이다.)

▶ 답: 점

▶ 정답 : 88점

해설

$$\begin{aligned} 88 &\leq \frac{88 + 79 + 97 + x}{4} \leq 91 \\ 88 \times 4 &\leq 88 + 79 + 97 + x \leq 91 \times 4 \\ \Rightarrow \begin{cases} 352 \leq 264 + x \\ 264 + x \leq 364 \end{cases} \\ \Rightarrow \begin{cases} -x \leq 264 - 352 \\ 264 + x \leq 364 \end{cases} \\ \Rightarrow \begin{cases} x \geq 88 \\ x \leq 100 \end{cases} \\ \therefore 88 \leq x \leq 100 \end{aligned}$$

34. 부등식 $ax^2 + (a+1)x + a > 0$ 을 만족하는 실수 x 가 존재하기 위한 상수 a 의 값의 범위는?

- ① $a > -1$ ② $a > -\frac{1}{2}$ ③ $a > -\frac{1}{3}$
④ $a > -\frac{1}{4}$ ⑤ $a > -\frac{1}{5}$

해설

$ax^2 + (a+1)x + a > 0$ 에서

- i) $a = 0$ 이면 $x > 0$
∴ 실수해가 존재한다.
ii) $a > 0$ 이면 $y = ax^2 + (a+1)x + a$ 의 그래프가 아래로 볼록한 모양이므로
 $ax^2 + (a+1)x + a > 0$ 을 만족시키는 x 값이 반드시 존재한다.
iii) $a < 0$ 이면 $D = (a+1)^2 - 4a^2 > 0$
 $3a^2 - 2a - 1 < 0$, $(3a+1)(a-1) < 0$
∴ $-\frac{1}{3} < a < 1$, $a < 0$ 이므로 $-\frac{1}{3} < a < 0$
i), ii), iii)에서 $a > -\frac{1}{3}$

35. 부등식 $\left(x + \frac{1}{x}\right)(x^2 - |x| - 2) \leq 0$ 을 풀면?

① $0 < x \leq 1$ 또는 $x \leq -2$

② $0 < x \leq 1$ 또는 $x \leq -1$

③ $0 < x \leq 2$ 또는 $x \leq -1$

④ $0 < x \leq 2$ 또는 $x \leq -2$

⑤ $0 < x \leq 2$ 또는 $x \leq 0$

해설

① $x > 0$ 이면 $|x| = x$, $x + \frac{1}{x} > 0$ 이므로

$$x^2 - x - 2 \leq 0 \rightarrow (x-2)(x+1) \leq 0$$

$$\therefore -1 \leq x \leq 2$$

$$\therefore 0 < x \leq 2 \quad (\because x > 0)$$

② $x < 0$ 이면 $|x| = -x$, $x + \frac{1}{x} < 0$ 이므로

$$x^2 + x - 2 \geq 0 \rightarrow (x-1)(x+2) \geq 0$$

$$\therefore x \leq -2, x \geq 1$$

$$\therefore x \leq -2 \quad (\because x < 0)$$

①, ②에서 $0 < x \leq 2$, $x \leq -2$

36. 부등식 $x^2 - |x| - 12 \geq 0$ 을 풀면?

① $x \leq -4$ 또는 $x \geq 1$

② $x \leq -4$ 또는 $x \geq 2$

③ $x \leq -4$ 또는 $x \geq 3$

④ $x \leq -4$ 또는 $x \geq 4$

⑤ $x \leq -4$ 또는 $x \geq 5$

해설

(i) $x \geq 0$ 일 때, $|x| = x$ 이므로

주어진 부등식은 $x^2 - x - 12 \geq 0$, $(x + 3)(x - 4) \geq 0$

$\therefore x \leq -3$ 또는 $x \geq 4 \cdots \textcircled{\text{㉠}}$

이 때, $x \geq 0$ 과 $\textcircled{\text{㉠}}$ 의 공통 범위를 구하면 다음 수직선에서 $x \geq 4$

(ii) $x < 0$ 일 때, $x^2 + x - 12 \geq 0$, $(x + 4)(x - 3) \geq 0$

$\therefore x \leq -4$ 또는 $x \geq 3 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$

이 때, $x < 0$ 과 $\textcircled{\text{㉡}}$ 의 공통 범위를 구하면 $x \leq -4$

따라서, $x \leq -4$ 또는 $x \geq 4$

37. 실수 x 에 대하여 $[x]$ 는 x 를 넘지않는 최대 정수를 나타낸다고 한다.
부등식 $2[x]^2 - [x] - 6 < 0$ 를 만족하는 x 의 범위를 바르게 구한 것은?

- ① $-1 \leq x < 2$ ② $x \leq -1$ ③ $x \geq 1$
④ $x \leq 1$ ⑤ $x \leq -1, x \geq 2$

해설

$2[x]^2 - [x] - 6 < 0$ 에서 좌변을 인수분해하면

$$(2[x] + 3)([x] - 2) < 0, -\frac{3}{2} < [x] < 2$$

이 때 $[x]$ 는 정수이므로 $[x] = -1, 0, 1$

$[x] = -1, 0, 1$ 이면 $-1 \leq x < 2$

$\therefore -1 \leq x < 2$

38. 모든 실수 x 에 대하여 $x^2 + 4kx + 2k + 6 > 0$ 이 항상 성립할 때, k 값의 범위는?

① 모든 실수

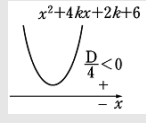
② $-1 < k < \frac{3}{2}$

③ $-\frac{3}{2} < k < 1$

④ 해는 없다

⑤ $k < -1, k > \frac{3}{2}$

해설



$$\frac{D}{4} = (2k)^2 - 1 \cdot (2k + 6) < 0$$

$$4k^2 - 2k - 6 < 0$$

$$(2k - 3)(k + 1) > 0$$

$$\therefore -1 < k < \frac{3}{2}$$

39. 이차함수 $y = -x^2 + ax - 2$ 의 그래프가 x 축보다 항상 아래쪽에 있을 때, 실수 a 의 값의 범위는?

① $-2\sqrt{2} < a < 2\sqrt{2}$

② $-\frac{3\sqrt{2}}{2} < a < \frac{3\sqrt{2}}{2}$

③ $-\sqrt{2} < a < \sqrt{2}$

④ $-\frac{\sqrt{2}}{2} < a < \frac{\sqrt{2}}{2}$

⑤ $-\frac{\sqrt{2}}{3} < a < \frac{\sqrt{2}}{3}$

해설

모든 실수 x 에 대하여 $-x^2 + ax - 2 < 0$

즉 $x^2 - ax + 2 > 0$ 이 성립해야 한다.

이차방정식 $x^2 - ax + 2 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$D = a^2 - 8 < 0$$

$$(a + 2\sqrt{2})(a - 2\sqrt{2}) < 0$$

$$\therefore -2\sqrt{2} < a < 2\sqrt{2}$$

40. 이차부등식 $x^2 - 2x + m + 3 > 0$ 의 해가 모든 실수일 때, 상수 m 값의 범위를 구하면?

① $m > -2$

② $m < -2$

③ $0 < m < -2$

④ $0 < m \leq -2$

⑤ $0 \leq m < -2$

해설

주어진 부등식이 항상 성립하려면
판별식이 0 보다 작아야 한다.

$$\frac{D}{4} = 1^2 - (m + 3) < 0 \Rightarrow m > -2$$

41. 부등식 $ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $-3 < x < 2$ 일 때, $bx^2 - ax + c < 0$ 의 해를 구하면 $x < \alpha$, $x > \beta$ 이다. $2\alpha + \beta$ 의 값을 구하면?

- ① 1 ② -1 ③ 2 ④ -2 ⑤ 3

해설

$-3 < x < 2 \Leftrightarrow (x - 2)(x + 3) < 0$
 $\Leftrightarrow x^2 + x - 6 < 0$
 $\therefore -x^2 - x + 6 > 0 \dots\dots \textcircled{1}$
①의 좌변과 $ax^2 + bx + c$ 의 각 항의 계수의 비가 일정해야 하므로
같이 놓아도 무방하다.
 $\therefore a = -1, b = -1, c = 6$
이것을 $bx^2 - ax + c < 0$ 에 대입하면
 $-x^2 + x + 6 < 0$
 $\therefore x^2 - x - 6 > 0 \quad (x + 2)(x - 3) > 0$
 $\therefore x < -2$ 또는 $x > 3$
 $\therefore \alpha = -2, \beta = 3 \quad \therefore 2\alpha + \beta = -1$

42. 이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + \beta = 4$ 이다. 방정식 $f(4x - 2) = 0$ 의 두 근의 합은?

① 2 ② -2 ③ 4 ④ -4 ⑤ 0

해설

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x = \alpha \text{ 또는 } x = \beta \text{가 성립하면}$$

$$f(4x - 2) = 0 \Leftrightarrow 4x - 2 = \alpha \text{ 또는 } 4x - 2 = \beta$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\alpha + 2}{4} \text{ 또는 } x = \frac{\beta + 2}{4}$$

$$\text{즉 } f(4x - 2) = 0 \text{의 두 근은 } \frac{\alpha + 2}{4}, \frac{\beta + 2}{4} \text{이다.}$$

$$\therefore \frac{\alpha + 2}{4} + \frac{\beta + 2}{4} = \frac{\alpha + \beta + 4}{4} = \frac{8}{4} = 2$$

43. 이차방정식 $x^2 - (2k+4)x + 2k^2 + 9 = 0$ 이 실근을 갖도록 k 의 값 또는 범위를 정하면?

① $k < 2$

② $k \leq 2$

③ $k = 2$ 를 제외한 모든 실수

④ $-4 \leq k \leq 5$

⑤ k 의 값은 존재하지 않는다.

해설

실근을 가지려면 판별식이 0보다 크거나 같아야 하므로

$$(k+2)^2 - (2k^2+9) \geq 0$$

$$k^2 - 4k + 5 \leq 0$$

$$\text{그런데 } k^2 - 4k + 5 = (k-2)^2 + 1 > 0$$

$\therefore k$ 의 값은 존재하지 않는다

44. 둘레의 길이가 24 cm 인 직사각형의 넓이를 35 cm^2 이상 되도록 할 때, 그 한 변의 길이 a 의 최댓값과 최솟값의 합은?

① 9 cm ② 10 cm ③ 12 cm ④ 15 cm ⑤ 19 cm

해설

한 변의 길이가 a 이므로 다른 한 변의 길이는 $12 - a$ 이다.

$a(12 - a) \geq 35$ 에서 $(a - 5)(a - 7) \leq 0$

$\therefore 5 \leq a \leq 7$

따라서, 최댓값과 최솟값의 합은 12 cm

45. 이차함수 $y = x^2 - ax + 4$ 의 그래프가 직선 $y = x - 2$ 보다 위쪽에 있는 x 의 값의 범위가 $x < 2$ 또는 $x > 3$ 일 때, 상수 a 의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$x^2 - ax + 4 > x - 2$ 에서 $x^2 - (a + 1)x + 6 > 0$ ㉠
한편, 해가 $x < 2$ 또는 $x > 3$ 이고 이차항의 계수가 1인 이차부
등식은 $(x - 2)(x - 3) > 0$
 $\therefore x^2 - 5x + 6 > 0$ ㉡
따라서 ㉠, ㉡이 일치하므로 $a + 1 = 5$
 $\therefore a = 4$

46. 부등식 $ax^2 - 2ax + 1 \leq 0$ 이 단 하나의 해를 갖도록 하는 실수 a 의 값을 구하여라.

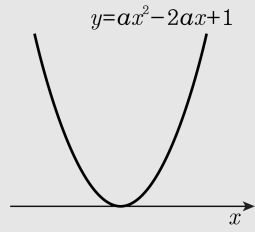
▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

주어진 부등식이 단 하나의 해를 가지려면

$y = ax^2 - 2ax + 1$ 의 그래프가 다음 그림과 같아야 한다.



(i) 그래프가 아래로 볼록이므로 $a > 0$

(ii) $ax^2 - 2ax + 1 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = a^2 - a = 0 \text{ 에서 } a = 0 \text{ 또는 } a = 1$$

(i), (ii)에서 $a = 1$

47. $-2 \leq x \leq 2$ 일 때, x 에 대한 부등식 $x^2 - 6x \geq a^2 - 6a$ 가 항상 성립하기 위한 a 의 값의 범위는?

① $-4 \leq a \leq 0$

② $-2 \leq a \leq 2$

③ $0 \leq a \leq 4$

④ $2 \leq a \leq 4$

⑤ $4 \leq a \leq 6$

해설

$f(x) = x^2 - 6x - a^2 + 6a$ 라 놓고

$-2 \leq x \leq 2$ 에서

$f(x) > 0$ 일 때, a 의 값의 범위를 구한다.

$f(x) = (x-3)^2 - a^2 + 6a - 9$ 이므로

$-2 \leq x \leq 2$ 에서 $f(x)$ 의 최솟값은 $x = 2$ 일 때,

$f(2) = 4 - 12 - a^2 + 6a \geq 0$

$a^2 - 6a + 8 \leq 0 \Rightarrow (a-2)(a-4) \leq 0$

$\therefore 2 \leq a \leq 4$

48. 연립방정식 $\begin{cases} x-y=2 \\ cx+y=3 \end{cases}$ 의 해 (x, y) 가 제1사분면에 있을 상수 c 의 조건은?

- ① $c = -1$ ② $c > -1$ ③ $c < \frac{3}{2}$
④ $0 < c < \frac{3}{2}$ ⑤ $-1 < c < \frac{3}{2}$

해설

$$\begin{cases} x-y=2 \\ cx+y=3 \end{cases} \text{ 을 풀면 } x=\frac{5}{c+1}, y=\frac{3-2c}{c+1}$$

$x > 0, y > 0$ 인 c 의 범위를 구한다.

$$c+1 > 0, \quad 3-2c > 0$$

$$\therefore -1 < c < \frac{3}{2}$$

49. 이차방정식 $x^2 - 2mx + m + 6 = 0$ 의 두 근이 모두 1보다 작을 때, 실수 m 의 값의 범위를 구하면?

- ① $m \leq -6$ ② $m \leq -4$ ③ $m \leq -2$
 ④ $m \leq 0$ ⑤ $m \leq 2$

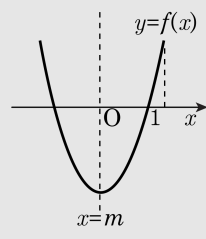
해설

$f(x) = x^2 - 2mx + m + 6 = (x - m)^2 - m^2 + m + 6$ 으로 놓으면

$$\frac{D}{4} = m^2 - 1 \cdot (m + 6) = m^2 - m - 6$$

$$f(1) = 1 - 2m + m + 6 = -m + 7$$

두 근이 모두 1보다 작으려면 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같아야 한다.



따라서,

(i) 판별식 : $\frac{D}{4} = m^2 - m - 6 \geq 0$

$$(m + 2)(m - 3) \geq 0$$

$$\therefore m \leq -2 \text{ 또는 } m \geq 3 \dots\dots \textcircled{\text{㉠}}$$

(ii) 경계값의 부호 : $f(1) = -m + 7 > 0$

$$\therefore m < 7 \dots\dots \textcircled{\text{㉡}}$$

(iii) 축 : $m < 1 \dots\dots \textcircled{\text{㉢}}$

㉠, ㉡, ㉢으로부터 구하는 m 의 값의 범위는 $m \leq -2$

50. 이차방정식 $x^2 + 4mx - 3m = 0$ 의 한 근은 -1 과 1 사이에 있고, 또 한 근은 -1 보다 작도록 하는 실수 m 의 범위를 구하면?

① $m > \frac{2}{9}$

② $m > \frac{1}{7}$

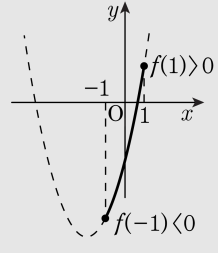
③ $m > -\frac{1}{3}$

④ $m < -\frac{1}{3}$

⑤ $m < \frac{2}{9}$

해설

$f(x) = x^2 + 4mx - 3m$ 으로 놓을 때,
 $f(x) = 0$ 의 근이 한 근은 -1 과 1 사이에 있고, 또 한 근은 -1 보다 작아야 하므로



$$f(-1) = 1 - 4m - 3m < 0 \Rightarrow m > \frac{1}{7}$$

$$f(1) = 1 + 4m - 3m > 0 \Rightarrow m > -1$$

$$\therefore m > \frac{1}{7}$$