

1. 다음 중 2 와 서로소인 수는 모두 몇 개인가?

3, 4, 5, 6, 7, 9, 10

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

2 와 서로소인 수는 3, 5, 7, 9로 총 4 개이다.

2. 두 수 $2^2 \times 3, 2 \times 3^3 \times 5$ 의 최대공약수는?

① 2×3

② 2×5

③ 3×5

④ $2^2 \times 3$

⑤ 2×3^2

해설

$2^2 \times 3, 2 \times 3^3 \times 5$ 의 최대공약수는 2×3 이다.

3. 12, 42, 54 의 최소공배수는?

① 2×3

② $2^3 \times 3$

③ $2 \times 3 \times 7$

④ $2^3 \times 3^3$

⑤ $2^2 \times 3^3 \times 7$

해설

$12 = 2^2 \times 3$, $42 = 2 \times 3 \times 7$, $54 = 2 \times 3^3$ 이므로
최소공배수는 $2^2 \times 3^3 \times 7$ 이다.

4. 세 자연수 A , $2^3 \times 7$, $5^2 \times 7^2$ 의 최소공배수가 $2^3 \times 5^2 \times 7^2$ 일 때, A 값이 될 수 있는 한 자리의 자연수를 모두 더하면?

① 23

② 25

③ 27

④ 29

⑤ 31

해설

세 자연수 A , $2^3 \times 7$, $5^2 \times 7^2$ 의 최소공배수가 $2^3 \times 5^2 \times 7^2$ 이므로

A 는 2, 5, 7 을 소인수로 가질 수 있으며 각 소인수의 지수는 $2^3 \times 7$, $5^2 \times 7^2$ 의 소인수의 지수보다 작거나 같으면 된다.

따라서, A 의 값이 될 수 있는 한 자리의 수는 1, 2, $2^2(=4)$, 5, 7, $2^3(=8)$ 이므로 이를 모두 더하면 $1+2+4+5+7+8=27$ 이다.

5. 두 자연수 a, b 의 최소공배수가 32 일 때, 다음 중 a, b 의 공배수인 것을 모두 찾아라.

24 , 32 , 48 , 56 , 64 , 78 , 96

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 32

▷ 정답 : 64

▷ 정답 : 96

해설

두 수의 최소공배수인 32 의 배수들이 두 수의 공배수이므로,
<보기>에서의 공배수는 32 , 64 , 96 이다.

6. 2^2 , $2^2 \times 3$, 3×5 의 공배수 중에서 200 이하인 것의 개수는?

① 2 개

② 3 개

③ 4 개

④ 5 개

⑤ 6 개

해설

세 수의 최소공배수는 $2^2 \times 3 \times 5 = 60$ 이므로 200 이하의 공배수는 60, 120, 180 으로 총 3개이다.

7. 세 자연수 $7 \times x$, $4 \times x$, $10 \times x$ 의 최소공배수가 420 일 때, x 의 값으로 옳은 것은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$7 \times x$, $4 \times x = 2^2 \times x$, $10 \times x = 2 \times 5 \times x$ 의 최소공배수는
 $2^2 \times 5 \times 7 \times x = 420$
따라서 $x = 3$ 이다.

8. 이벤트 행사에 참여한 어느 단체가 지우개 36 개, 공책 60 권, 볼펜 72 개를 받았다. 이들 지우개, 공책, 볼펜을 하나도 빠짐없이 될 수 있는 대로 많은 사람들에게 똑같이 나누어 주려면 몇 명의 사람들에게 나누어 줄 수 있는가?

① 15 명

② 14 명

③ 12 명

④ 6 명

⑤ 4 명

해설

$$36 = 2^2 \times 3^2, 60 = 2^2 \times 3 \times 5, 72 = 2^3 \times 3^2$$

$$36, 60, 72 \text{ 의 최대공약수는 } 2^2 \times 3 = 12$$

9. 서로 맞물려 도는 두 톱니바퀴 A, B 가 있다. A 의 톱니바퀴의 수는 36 개, B 의 톱니의 수는 48 개일 때, 두 톱니바퀴가 같은 톱니에서 처음으로 다시 맞물리는 것은 A 가 몇 바퀴 돈 후인가?

① 4 바퀴

② 5 바퀴

③ 6 바퀴

④ 7 바퀴

⑤ 8 바퀴

해설

$$36 = 2^2 \times 3^2, 48 = 2^4 \times 3 \text{ 의}$$

최소공배수는 $2^4 \times 3^2 = 144$ 이다.

$$\therefore A \text{ 가 돈 회수는 } \frac{144}{36} = 4(\text{바퀴}) \text{ 이다.}$$

10. $\frac{28}{5}$ 과 $\frac{35}{8}$ 의 어느 것에 곱하여도 자연수가 되는 분수 중 가장 작은 수는?

① $\frac{32}{7}$

② $\frac{36}{7}$

③ $\frac{40}{7}$

④ $\frac{41}{7}$

⑤ $\frac{43}{7}$

해설

구하는 기약 분수를 $\frac{a}{b}$ 로 놓으면

$$a = 40, b = 7 \text{ 이므로 } \frac{a}{b} = \frac{40}{7}$$

11. 다음 보기 중 옳지 않은 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

보기

- ㉠ 소수는 약수의 개수가 2개뿐이다.
- ㉡ 합성수의 약수의 개수는 3개 이상이다.
- ㉢ 2는 모든 짝수의 약수이다.
- ㉣ 102와 187은 서로소이다.
- ㉤ 소수에는 짝수가 없다.



답:

개



정답: 2 개

해설

- ㉣ 102와 187의 최대공약수가 17이므로 서로소가 아니다.
- ㉤ 소수에는 짝수인 2가 있다.

12. 다음 설명 중에서 옳지 않은 것은?

- ① 소수의 약수의 개수는 2 개이다.
- ② 7 의 배수 중에서 소수는 1개이다.
- ③ 자연수는 소수와 합성수로 되어 있다.
- ④ 서로소인 두 수의 최대공약수는 1 이다.
- ⑤ 소수 중에 짝수인 소수는 2 뿐이다.

해설

자연수는 1 과 소수, 그리고 합성수로 분류된다.

13. 두 자연수의 최대공약수가 18일 때, 두 수의 공약수 중에서 두 번째로 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

두 자연수의 공약수는 최대공약수 18의 약수이므로 1, 2, 3, 6, 9, 18 이다.

따라서 두 자연수의 공약수 중에서 두 번째로 큰 수는 9이다.

14. $2^3 \times 3^2 \times 5^2$, $2 \times 3^2 \times 7$, 180 의 공약수가 아닌 것은?

① 3

② 2^2

③ 6

④ 9

⑤ 2×3^2

해설

$2^3 \times 3^2 \times 5^2$, $2 \times 3^2 \times 7$, $180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$ 의 최대공약수는 2×3^2
공약수는 최대공약수의 약수이므로
주어진 세 수의 공약수는 1, 2, 3, 2×3 , 3^2 , 2×3^2 이다.

15. 세 수 16, 24, 36의 공배수 중 700에 가장 가까운 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 720

해설

세 수의 최소공배수는 $2^4 \times 3^2 = 144$ 이므로, 144의 배수 중 700에 가장 가까운 수는 720이다.

16. 자연수 n 에 대하여 $n + 1$ 은 3 의 배수이고 $n + 4$ 은 7 의 배수일 때, $n + 6$ 을 21 로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$n + 1$ 은 3 의 배수이므로

값은 2, 5, 8, 11, 14, ... 이고,

$n + 4$ 은 7 의 배수이므로

값은 3, 10, 17, 24, 31, 38, 45, 52, ... 이다.

그러므로 자연수 n 이 될 수 있는 수는

위 두 값의 공통부분이므로 38, 59, 80, 101, 122, ... 이다.

$\therefore (n + 6 \text{ 을 } 21 \text{ 로 나눈 나머지}) = 2$

17. 석진의 방은 가로가 300cm, 세로가 420cm 이고, 벽의 적당한 높이에 정사각형 모양의 액자를 빈틈없이 띠처럼 둘러 걸어 놓으려고 한다. 가능한 한 큰 액자를 걸려고 할 때, 액자의 한 변의 길이를 구하여라.

▶ 답 : cm

▷ 정답 : 60 cm

해설

걸어 놓으려고 하는 액자의 한 변의 길이는 300 과 420 의 공약수이다.

그런데 가능한 한 큰 액자를 걸려고 했으므로 한 변의 길이는 300 과 420 의 최대공약수이다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 300 \ 420} \\ 2 \overline{) 150 \ 210} \\ 3 \overline{) \ 75 \ 105} \\ 5 \overline{) \ 25 \ 35} \\ \hline 5 7 \end{array}$$

$$\therefore 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60(\text{cm})$$

18. 세 변의 길이가 각각 66m, 84m, 78m 인 삼각형 모양의 목장이 있다. 이 목장의 가장자리를 따라 일정한 간격으로 향나무를 심으려고 한다. 세 모퉁이는 반드시 향나무를 심어야 하며 나무의 개수는 될 수 있는 한 적게 하려고 할 때, 향나무를 최소한 몇 그루를 준비해야 하는지 고르면?

① 6 그루

② 18 그루

③ 24 그루

④ 38 그루

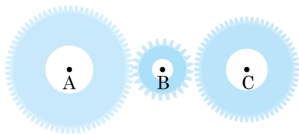
⑤ 41 그루

해설

66, 84, 78 의 최대공약수는 6 이므로
나무의 수는

$$\begin{aligned}(66 \div 6) + (84 \div 6) + (78 \div 6) &= 11 + 14 + 13 \\ &= 38 \text{ (그루)}\end{aligned}$$

19. 톱니 수가 각각 72 개, 24 개, 60 개인 A , B , C 세 톱니바퀴가 다음 그림과 같이 서로 맞물려 있다. 세 바퀴가 모두 처음 출발했던 위치대로 다시 맞물리려면 톱니바퀴 C 는 몇 바퀴를 돌아야 하는지 구하여라.



▶ 답 :

바퀴

▷ 정답 : 6바퀴

해설

$$2 \overline{) 72 \quad 24 \quad 60}$$

$$2 \overline{) 36 \quad 12 \quad 30}$$

$$3 \overline{) 18 \quad 6 \quad 15}$$

$$2 \overline{) 6 \quad 2 \quad 5}$$

$$3 \quad 1 \quad 5$$

$$2^3 \times 3^2 \times 5 = 360$$

72, 24, 60 의 최소공배수는 360 이므로

$$C \text{ 는 } \frac{360}{60} = 6 \text{ (바퀴) 돌아야 한다.}$$

∴ 6 바퀴

20. 어떤 자연수를 5로 나누면 2가 남고, 6으로 나누면 3이 남는다고 한다. 이러한 조건을 만족하는 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

구하는 수는 5, 6으로 나눌 때 3이 부족한 수이므로
(5와 6의 공배수)-3인 수이다.

5, 6의 최소공배수는 30, 따라서 구하는 가장 작은 자연수는
 $30 - 3 = 27$ 이다.

21. 1부터 200까지의 자연수 중에서 3의 배수이거나 5의 배수인 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 93 개

해설

1부터 200까지의 자연수 중 3의 배수의 개수는 66개

1부터 200까지의 자연수 중 5의 배수의 개수는 40개

1부터 200까지의 자연수 중 3의 배수이면서 5의 배수인 것의 개수는 13개

1부터 200까지의 자연수 중 3의 배수이거나 5의 배수인 것의 개수는

$$66 + 40 - 13 = 93$$

22. 1부터 100까지의 자연수 중에서 5의 배수도 아니고 7의 배수도 아닌 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 68 개

해설

1부터 100까지의 자연수 중 5의 배수의 개수는 20개

1부터 100까지의 자연수 중 7의 배수의 개수는 14개

1부터 100까지의 자연수 중 5의 배수이면서 7의 배수인 것의 개수는 2개

1부터 100까지의 자연수 중 5의 배수이거나 7의 배수인 것의 개수는

$$20 + 14 - 2 = 32 \text{ 개}$$

따라서 1부터 100까지의 자연수 중에서 5의 배수도 아니고 7의 배수도 아닌 수의 개수는

$$100 - 32 = 68 \text{ 개}$$

23. 두 분수 $\frac{115}{n}$, $\frac{92}{n}$ 를 자연수로 만드는 자연수 n 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 23

해설

$\frac{115}{n}$, $\frac{92}{n}$ 를 자연수로 만드는 n 은 115와 92의 공약수이다. 따라서 자연수 n 은 115와 92의 최대공약수인 23의 약수 1, 23이다.

24. 108, 135 의 최대공약수는?

① 2^2

② 3^3

③ 2^3

④ 3×5

⑤ $2^2 \times 3^2$

해설

$108 = 2^2 \times 3^3$, $135 = 3^3 \times 5$ 이므로 최대공약수는 3^3

25. 다음 네 수 $2^a \times 3^5 \times 7 \times 175$, $2^5 \times 3^b \times 5^3 \times 7^2$, $2^6 \times 3^3 \times 5^c \times 7^3$, $144 \times 75 \times 7^d$ 의 최대공약수가 $2^2 \times 7 \times 90$ 일 때, $(a + b + c) \times d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

최대공약수가 $2^2 \times 7 \times 90 = 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 이고
주어진 각 수를 정리한 값이

$$2^a \times 3^5 \times 7 \times 175 = 2^a \times 3^5 \times 5^2 \times 7^2$$

$$2^5 \times 3^b \times 5^3 \times 7^2$$

$$2^6 \times 3^3 \times 5^c \times 7^3$$

$$144 \times 75 \times 7^d = 2^4 \times 3^3 \times 5^2 \times 7^d \text{ 이다.}$$

주어진 네 수의 2의 지수를 비교하면
모두 3보다 크므로 a 는 3이어야 한다.

주어진 네 수의 3의 지수를 비교하면
모두 2보다 크므로 b 는 2이어야 한다.

주어진 네 수의 5의 지수를 비교하면
모두 1보다 크므로 c 는 1이어야 한다.

주어진 네 수의 7의 지수를 비교하면
모두 1보다 크므로 d 는 1이어야 한다.

따라서 $a = 3$, $b = 2$, $c = 1$, $d = 1$ 이므로
 $(a + b + c) \times d = (3 + 2 + 1) \times 1 = 6$ 이다.

26. 최대공약수가 24인 두 자연수 a, b 에 대해 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 1, 2, 24는 a, b 의 공약수이다.
- ② 12는 a, b 의 공약수이다.
- ③ a, b 의 공약수는 모두 8개이다.
- ④ 10은 a, b 의 공약수가 아니다.
- ⑤ 3, 6, 8, 36는 a, b 의 공약수이다.

해설

a, b 의 공약수는 24의 약수와 같으므로 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24이다.

⑤ 36은 a, b 의 공약수가 아니다.

27. A 와 B 가 함께 일자리를 구했다. A 는 4 일간 일하고 하루 쉬고, B 는 5 일간 일하고 이틀간 쉬기로 하였다. 이와 같이 180 일간 일한다면, 두 사람이 같이 쉬는 일수는?

- ① 5 일 ② 10 일 ③ 15 일 ④ 20 일 ⑤ 35 일

해설

5 와 7 의 최소공배수는 35 ,
35 일 동안 B 가 쉬는 날은 6, 7, 13, 14, 20, 21, 27, 28, 34, 35 일,
이 중에 A 가 쉬는 날은 20, 35 일
따라서 180 일 동안 두 사람이 함께 쉬는 날은
 $2 \times 5 = 10$ (일) 이다.

28. 가로 10 cm, 세로 18 cm 인 직사각형 모양의 타일로 한 변의 길이가 1 m 보다 큰 정사각형을 만들 때, 최소한 몇 장의 타일이 필요한지 구하여라.



답 :

장



정답 : 180장

해설

정사각형의 한 변의 길이는 10 과 18 의 공배수 중 세 자리의 가장 작은 자연수이다. 10 과 18 의 최소공배수는 90 이고, 90 의 배수 중 세 자리의 가장 작은 수는 180 이므로 정사각형의 한 변의 길이는 180 cm 이다.

따라서 필요한 타일의 개수는 $(180 \div 10) \times (180 \div 18) = 18 \times 10 = 180$ (장) 이다.

29. 6으로 나누면 5가 남고, 5로 나누면 4가 남고, 4로 나누면 3이 남는 세 자리의 자연수 중 가장 작은 수를 구하여라.

① 116

② 117

③ 118

④ 119

⑤ 120

해설

구하는 수를 x 라 하면 $(x+1)$ 은 6, 5, 4 의 공배수이다.

$$\begin{array}{r} 6 \overline{) 6 \ 5 \ 4} \\ \underline{3 \ 5 \ 2} \end{array}$$

$$\therefore \text{최소공배수} = 2 \times 3 \times 5 \times 2 = 60$$

세 자리의 공배수 중 가장 작은 수는 $60 \times 2 = 120$ 이고

$$x+1 = 120 \quad \therefore x = 119$$

30. a, b 의 최대공약수는 4 , 두 수의 곱이 96 일 때, (a, b) 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 2 개

해설

a, b 의 최대공약수가 4 이므로

$a = 4x$, $b = 4y$ (x , y 는 서로소, $x < y$)라 하면

$4x \times 4y = 96$ 이다. 따라서 $x \times y = 6$

즉, (x, y) 는 $(1, 6), (2, 3)$ 이므로 (a, b) 는

$(4, 24), (8, 12)$ 이다.

따라서 2 개이다.

31. 두 자연수 a, b 는 곱이 4200 이고 합이 145 이다. $a - b$ 를 각각 구하여라.(단, $a > b$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 65

해설

두 자연수 a, b 를 각각 $a = GA, b = GB$ 라 하면,
 $ab = G^2AB = 4200, a + b = G(A + B) = 145$ 이므로
 $G = 5, AB = 168, A + B = 29$ 이다.

따라서 $A = 21, B = 8$ 이므로 $a = 5 \times 21 = 105, b = 5 \times 8 = 40$
이고, $a - b = 65$ 이다.

32. 어떤 수 a 로 214, 916, 151, 448 을 나누었더니 그 나머지가 b 로 같을 때, a , b 의 값으로 알맞은 짝은 몇 개인가?

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

214, 916, 151, 448 을 a 로 나눈 몫을

Q_1, Q_2, Q_3, Q_4 라 할 때

$$214 = aQ_1 - b,$$

$$916 = aQ_2 - b,$$

$$151 = aQ_3 - b,$$

$$448 = aQ_4 - b \text{ 이다.}$$

$$214 - 151 = 63 = a(Q_1 - Q_3) \text{ 이므로}$$

63은 a 로 나누어 떨어진다.

마찬가지의 방법으로 두 수의 차

$916 - 214, 448 - 214, \dots$ 는 a 로 나누어 떨어진다.

63, 234, 297, 468, 702, 765 의 최대공약수는 9 이므로

가능한 a 는 3, 9 이다. $a = 3$ 일 때, $b = 1$

$a = 9$ 일 때, $b = 7$

(a, b) 의 순서쌍은 $(3, 1), (9, 7)$ 로 2 개이다.

33. 세 자연수 18, 45, x 의 최대공약수가 9, 최소공배수가 270 일 때, x 가 될 수 있는 수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 27

▷ 정답 : 54

▷ 정답 : 135

▷ 정답 : 270

해설

270 의 약수는 1, 2, 3, 5, 6, 9, 10, 15, 18, 27, 30, 45, 54, 90, 135, 270 이다.

이 수 중 18, 45 과 최대공약수가 9, 최소공배수가 270 을 만족하는 수를 찾으면

$$x = 27, 54, 135, 270$$