1. 이차방정식 $x^2 - 5x - 2 = 0$ 의 두 근을 m, n 이라 할 때, $m^2 + n^2$ 의 값은?

① 25 ② 29 ③ 36 ④ 47 ⑤ 67

해설

두 근의 합 $m + n = 5$, 두 근의 곱 $mn = -2$

$m^2 + n^2 = (m + n)^2 - 2mn = 29$

2. 지상으로부터 50m 인 지점에서 1 초에 45m 의 빠르기로 쏘아올린 물로켓의 t 초 후의 높이를 hm 라고 하면 $h = -5t^2 + 45t + 50$ 인 관계가 성립한다. 발사 후 5 초 후의 높이는 얼마인가?

① 100m ② 125m ③ 150m ④ 175m ⑤ 200m

해설

$h = -5t^2 + 45t + 50$ 에서 $t = 5$ 를 대입하면
$h = -125 + 225 + 50 = 150$
따라서 발사 후 5초 후의 높이는 150m 이다.

3. 다음 중 그 그래프가 위로 볼록하고, 폭이 가장 넓은 이차함수는?

① $y = x^2$ ② $y = -\frac{4}{3}x^2$ ③ $y = \frac{1}{2}x^2$

④ $y = -2x^2$ ⑤ $y = -\frac{1}{4}x^2$

해설

$y = ax^2$ 의 그래프는 아래로 볼록하면 $a > 0$, 위로 볼록하면 $a < 0$

$|a|$ 이 작을수록 포물선의 폭이 넓다.

따라서 x^2 의 계수가 음수 이면서 절댓값이 가장 작은 것은 ⑤ 이다.

4. 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동시키면 점 $(1,\ m)$ 을 지난다. m 의 값을 구하면?

① 4 ② 2 ③ 0 ④ 1 ⑤ -1

해설

$y = x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동시키면
$y = (x - 2)^2$
점 $(1,\ m)$ 을 지나므로
$m = (1 - 2)^2$
$\therefore\ m = 1$

5. 다음 이차함수의 그래프 중 직선 $x=2$ 를 축으로 하는 것은?

① $y=x^2$ ② $y=(x-2)^2$

③ $y=x^2-2$ ④ $y=2(x-1)^2+1$

⑤ $y=2(x+1)^2-2$

해설

$y=a(x-p)^2+q$ 에서 축의 방정식은 $x=p$

각각에서 축의 방정식을 구해보면

① $x=0$ ② $x=2$ ③ $x=0$

④ $x=1$ ⑤ $x=-1$

6. 다음 이차함수 중에서 x 축에 관해서 서로 대칭인 이차함수는 모두 몇 쌍인지 구하여라.

㉠ $y=4x^2$	㉡ $y=\frac{1}{4}x^2$	㉢ $y=-\frac{1}{4}x^2$
㉣ $y=-\frac{1}{16}x^2$	㉤ $y=2x^2$	㉥ $y=\frac{1}{2}x^2$

▶ 답 : 쌍

▷ 정답 : 1쌍

해설

㉡와 ㉢

7. 꼭짓점의 좌표가 $(2,\ 1)$ 이고, y 축과의 교점의 좌표가 $(0,\ 9)$ 인 이차함수의 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 의 꼴로 나타내면?

① $y = x^2 - 6x + 9$ ② $y = 2x^2 - 8x + 9$

③ $y = 3x^2 - 10x + 9$ ④ $y = -2x^2 + 9$

⑤ $y = -3x^2 + 11x - 9$

해설

꼭짓점의 좌표가 $(2,\ 1)$ 이므로
$y = a(x-2)^2 + 1$ 이고, y 절편이 9 이므로
$9 = a(0-2)^2 + 1,\ a = 2$ 이다.

$y = 2(x-2)^2 + 1$
$= 2x^2 - 8x + 9$

8. 다음 중 꼭짓점 $(-1,\ 4)$, 대칭축의 방정식 $x = -1$, y 축과의 교점의 좌표 $(0,\ 3)$ 인 이차함수는?

① $y = x^2 - 2x - 3$
② $y = x^2 - 4x + 5$
③ $y = -x^2 - 2x + 3$
④ $y = -x^2 + 4x - 10$
⑤ $y = 2x^2 - 4x + 5$

해설

$y = a(x+1)^2 + 4$ 에 $(0,\ 3)$ 을 대입한다. $a = -1$
$\therefore y = -x^2 - 2x + 3$

9. $x = \dfrac{-3 \pm \sqrt{17}}{4}$ 이 이차방정식 $2x^2 + 3x + k = 0$ 의 근일 때, k 의 값을 구하면?

① -1 ② 1 ③ 2 ④ -2 ⑤ 3

해설

$2x^2 + 3x + k = 0$ 에서 근의 공식을 이용하면

$x = \dfrac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \times 2 \times k}}{2 \times 2} = \dfrac{-3 \pm \sqrt{9 - 8k}}{4}$

$9 - 8k = 17$

$\therefore\ k = -1$

10. 이차방정식 $2x^2 - 9x - ax + 3a + 8 = 0$ 이 정수의 근을 가질 때, 정수 a 의 값들의 합을 구하면?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

주어진 식을 a 에 관하여 정리하면 $-a(x-3) + 2x^2 - 9x + 8 = 0$ 이다.

$$a = \frac{2x^2 - 9x + 8}{x - 3}$$
$$= \frac{(x-3)(2x-3) - 1}{x-3}$$
$$= 2x - 3 - \frac{1}{x-3}$$

a 는 정수이므로 $x - 3 = \pm 1$ 이다.

$x = 2$ 또는 $x = 4$ 이므로

(i) $x = 2$ 일 때, $a = 2$

(ii) $x = 4$ 일 때, $a = 4$ 이다.

따라서 정수 a 의 값들의 합은 $2 + 4 = 6$ 이다.

11. $(x^2+y^2-2)(x^2+y^2-3)-2=0$ 일 때, x^2+y^2 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x^2+y^2=1$

▷ 정답: $x^2+y^2=4$

해설

$x^2+y^2=A$ 라고 하면

$(A-2)(A-3)-2=0$

$A^2-5A+4=0$

$(A-1)(A-4)=0$

$A=1$ 또는 $A=4$

$\therefore x^2+y^2=1$ 또는 $x^2+y^2=4$

12. 이차방정식 $x^2-(k+2)x+1=0$ 이 중근을 가질 때의 상수 k 의 값 중 큰 값이 이차방정식 $x^2-ax+a^2-1=0$ 의 한 근일 때, 양수 a 의 값을 구하여라.

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x^2-(k+2)x+1=0$ 에서
$(k+2)^2-4=0$, $k^2+4k=0$
$k(k-4)=0$
$k=0,\ -4$
$x^2-ax+a^2-1=0$ 에 $x=0$ 을 대입하면
$a^2-1=0$
$a=\pm1$
$\therefore\ a=1\ (\because\ a>0)$

13. 이차방정식 $x^2 + 5x - 1 = 0$ 의 두 근을 α , β 라 하고 $\alpha - 1$, $\beta - 1$ 을 두 근으로 하는 이차방정식을 $x^2 + mx + n = 0$ 이라 할 때, mn 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 35

해설

$x^2 + 5x - 1 = 0$ 의 두 근이 α , β 이므로 $\alpha + \beta = -5$, $\alpha\beta = -1$,
$\alpha - 1$, $\beta - 1$ 을 두 근으로 하는 이차방정식은
$x^2 - (\alpha + \beta - 2)x + (\alpha\beta - \alpha - \beta + 1) = 0$,
$x^2 - (-5 - 2)x + (-1 + 5 + 1) = 0$,
$x^2 + 7x + 5 = 0$,
$m = 7$, $n = 5$,
$\therefore\ mn = 35$

14. 이차방정식 $x^2 - 14x + k = 0$ 의 두 근의 비가 $2 : 5$ 일 때, k 의 값을 구하여라.

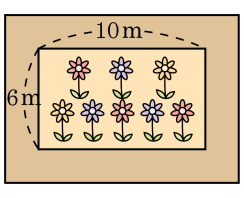
▶ 답:

▷ 정답: 40

해설

$x^2 - 14x + k = 0$ 의 두 근을 2α , 5α 라고 하면 $2\alpha + 5\alpha = 14$,
$7\alpha = 14$, $\alpha = 2$,
따라서 두 근은 $4, 10$ 이므로 k 는 두 근의 곱으로 $k = 40$ 이다.

15. 가로, 세로의 길이가 각각 6m, 10m 인 직사각형 모양의 화단이 있다. 이 화단의 둘레에 폭이 일정하고, 넓이가 $80\,\mathrm{m}^2$ 인 길을 만들려고 할 때, 길의 폭을 몇 m로 해야 하는지 구하여라.



▶ 답 : m

▷ 정답 : 2 m

해설

도로의 폭을 $x\,\mathrm{m}$ 라 하면 전체 땅의 넓이는 가로의 길이가 $(2x+10)\mathrm{m}$, 세로의 길이가 $(2x+6)\,\mathrm{m}$ 의 곱이다.
(길의 넓이) = (큰 직사각형 넓이) – (화단의 넓이) 이므로
$(2x+10)(2x+6)-(6\times10)=80$
$4x^2+32x-80=0$
$x^2+8x-20=0$
$(x-2)(x+10)=0$
$\therefore\ x=2\,\mathrm{m}$ (단, $x>0$)

16. 이차함수 $y = 3x^2 - 6x + 7$ 을 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸었을 때, $a + p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

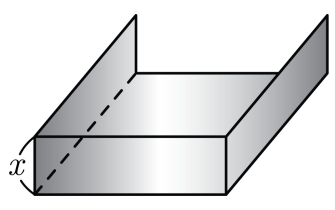
해설

$$\begin{aligned} y &= 3x^2 - 6x + 7 \\ &= 3(x^2 - 2x + 1 - 1) + 7 \\ &= 3(x^2 - 2x + 1) + 4 \\ &= 3(x-1)^2 + 4 \end{aligned}$$

$\therefore\ a = 3,\ p = 1,\ q = 4$

$\therefore\ a + p + q = 3 + 1 + 4 = 8$

17. 너비가 60 인 양철판을 아래 그림과 같이 구부려서 물받이를 만들려고 한다. 구부리는 양철판의 길이를 x 라 할 때, 단면의 넓이가 최대가 되는 x 의 값을 구하여라.



① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

단면의 넓이를 y 라 하면

$y = x(60 - 2x)$

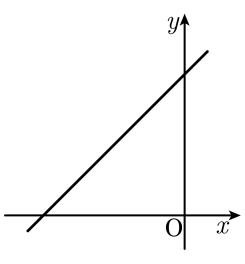
$= -2x^2 + 60x$

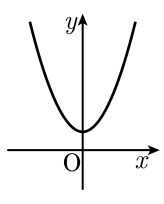
$= -2(x^2 - 30x + 225 - 225)$

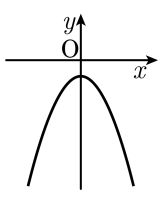
$= -2(x - 15)^2 + 450$

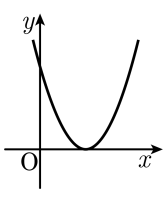
$x = 15$ 일 때, 최대 넓이 450

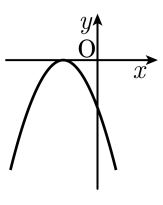
18. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 이차함수 $y = ax^2 + b$ 의 그래프의 개형은?

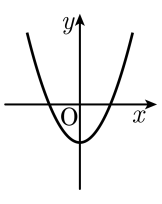


① 

② 

③ 

④ 

⑤ 

해설

$y = ax + b$ 의 그래프에서
$a > 0, b > 0$ 이다.

19. 이차함수 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 y 절편은 -3 이고, $f(-3) = f(1)$, $a + b = 3$ 을 만족할 때, $a - b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$f(x) = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 y 절편은 -3 이므로 $c = -3$
$f(-3) = f(1)$ 이므로
$9a - 3b + c = a + b + c$
$2a = b$
또한 $a + b = 3$ 이므로 $a = 1,\ b = 2$
$\therefore\ a - b + c = 1 - 2 - 3 = -4$

20. 포물선 $y = x^2 + 2ax + a - \frac{1}{2}$ 이 x 축과 만나는 두 점의 사이의 거리가 1 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{1}{2}$

해설

$y = x^2 + 2ax + a - \frac{1}{2}$ 의

x 절편을 α, β $(\alpha > \beta)$ 라고 하면

$\alpha + \beta = -2a$, $\alpha\beta = a - \frac{1}{2}$ 이다.

$\alpha - \beta = 1$ 이므로

$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$ 이다.

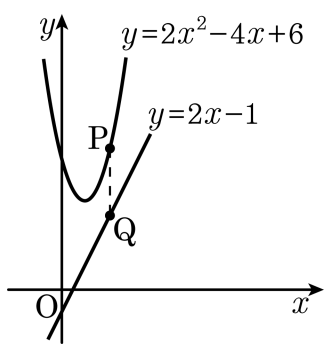
$1 = 4a^2 - 4a + 2$

$4a^2 - 4a + 1 = 0$

$(2a - 1)^2 = 0$

$\therefore a = \frac{1}{2}$

21. 다음 그림과 같이 $y = 2x^2 - 4x + 6$ 과 $y = 2x - 1$ 이 y 축에 평행인 직선과 만나는 점을 P, Q 라 할 때, $\overline{PQ}$ 의 최솟값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{2}$

해설

$\overline{PQ}$ 가 y 축에 평행하므로 점 P, Q 의 x 좌표는 같다. 이 때, 점 P 의 좌표를 $(t,\ 2t^2 - 4t + 6)$ 이라고 하면,
점 Q 의 좌표는 $(t,\ 2t - 1)$ 이다.

$\overline{PQ} = 2t^2 - 4t + 6 - (2t - 1) = 2t^2 - 6t + 7 = 2\left(t - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{5}{2}$

$\therefore t = \frac{3}{2}$ 일 때, $\overline{PQ}$ 의 최솟값은 $\frac{5}{2}$

22. $x=1$ 일 때 최솟값 -1 을 갖고, y 절편이 3 인 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$ 라 할 때, 상수 a, p, q 의 곱 apq 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

$y=a(x-1)^2-1=ax^2-2ax+a-1$
$a-1=3$, $a=4$
$y=4(x-1)^2-1$
$\therefore apq=4\times1\times(-1)=-4$

23. 직선 $x = 1 - y$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점을 A, 포물선 $y = px^2$, $y = qx^2$ 의 그래프와 1 사분면에서 만나는 점을 각각 B, C, y 축과 만나는 점을 D 라 하고 B 점의 x 좌표값이 $\frac{1}{2}$ 일 때, $\overline{AB} : \overline{BC} : \overline{CD} = 3 : a : 1$ 의 비례식이 성립되기 위한 상수 p, q 에 대하여 pq 의 값을 구하여라.(단, $q > p > 0$)

▶ 답:

▷ 정답: 60

해설

A(1, 0), D(0, 1) 이고 $\overline{AB} : \overline{BC} : \overline{CD} = 3 : a : 1$ 이고 B 점의 x 좌표값이 $\frac{1}{2}$ 이므로

비례식 $1 : \frac{1}{2} = (3k + ak + k) : (k + ak)$ 이 성립한다.

$\therefore\ a = 2$

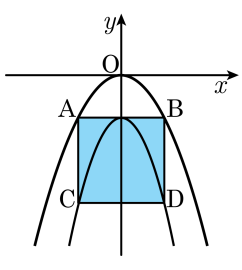
따라서 점 B 의 좌표는 $\left(\frac{1}{2},\ \frac{1}{2}\right)$, C $\left(\frac{1}{6},\ \frac{5}{6}\right)$

$y = px^2$ 가 B $\left(\frac{1}{2},\ \frac{1}{2}\right)$ 를 지나므로 $p = 2$

$y = qx^2$ 가 C $\left(\frac{1}{6},\ \frac{5}{6}\right)$ 를 지나므로 $q = 30$

$\therefore\ pq = 60$

24. 다음 그림에서 두 점 A, B는 이차함수 $y = -x^2$ 위의 점이고, 점 C, D는 이차함수 $y = -2x^2 - 1$ 위의 점이다. 사각형 ABDC가 정사각형일 때, 이 정사각형의 넓이를 구하여라. (단, 사각형의 각 변은 모두 좌표축과 평행하다.)



▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

점 A 의 x 좌표를 a 라 하면
$A(a, -a^2)$, $B(-a, -a^2)$, $C(a, -2a^2-1)$, $D(-a, -2a^2-1)$
□ABCD는 정사각형이므로
$-2a = -a^2 - (-2a^2 - 1)$
$(a+1)^2 = 0$
$\therefore a = -1$
따라서 □ABCD $= 2 \times 2 = 4$ 이다.

25. 이차함수 $y = -2x^2 - ax + 7$ 의 그래프가 점 $(1,\ 1)$ 을 지날 때의 설명으로 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 직선 $x = -1$ 을 축으로 한다.

② 꼭짓점의 좌표는 $(-1,\ 7)$ 이다.

③ $y = -2x^2 + 4x + 7$ 의 그래프와 y 축에 대하여 대칭이다.

④ x 축과 두 점에서 만난다.

⑤ y 축과의 교점의 좌표는 $(0,\ 7)$ 이다.

해설

$y = -2x^2 - ax + 7$ 의 그래프가 점 $(1,\ 1)$ 을 지나므로 $x = 1,\ y = 1$ 을 대입하면,
$-2 - a + 7 = 1 \therefore\ a = 4$
따라서 포물선의 식은 $y = -2x^2 - 4x + 7 = -2(x + 1)^2 + 9$
① 축의 식은 $x = -1$
② 꼭짓점의 좌표는 $(-1,\ 9)$
③ y 축에 대칭인 그래프는 x 대신 $-x$ 를 대입하면 $y = -2x^2 + 4x + 7$
④ 그래프의 개형(대략적인 모양)을 그려보면 x 축과 두 점에서 만난다.
⑤ y 절편은 7 이고 y 축과의 교점의 좌표는 $(0,\ 7)$