

1. 두 점 A (3,-2) , B (-1,2) 에서 같은 거리에 있는 x 축 위의 점 P 의 좌표를 구하면?

① (1, -1)

② (-1, 0)

③ (1, 0)

④ (2, 0)

⑤ (2, -1)

해설

$$x \text{ 축 위의 점을 } P(x, 0) \text{ 이라 하면 } (x-3)^2 + 2^2 = (x+1)^2 + 2^2 \\ \Rightarrow x = 1$$

2. 세 점 $A(-1, -1)$, $B(1, -5)$, $C(3, 1)$ 을 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 어떤 삼각형인가?
- ① 이등변삼각형이다.
 - ② 정삼각형이다.
 - ③ $\angle A$ 가 직각인 직각이등변삼각형이다.
 - ④ $\angle B$ 가 직각인 직각이등변삼각형이다.
 - ⑤ 예각삼각형이다

해설

두 점 사이의 거리를 모두 구해본다.

$$\overline{AB} = \sqrt{4 + 16} = 2\sqrt{5}$$

$$\overline{AC} = \sqrt{16 + 4} = 2\sqrt{5}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{4 + 36} = 2\sqrt{10}$$

$\triangle ABC$ 는 $\angle A$ 가 직각인 직각이등변삼각형

3. 두 점 A (1, -5), B (6, 5)를 잇는 선분 AB를 2 : 3으로 내분하는 점 P (x, y)의 좌표는?
- ① (3, -1) ② (3, 2) ③ (1, 3)
- ④ (2, 2) ⑤ (2, 1)

해설

공식에 의하여
 $\left(\frac{2 \times 6 + 3 \times 1}{2 + 3}, \frac{2 \times 5 + 3 \times (-5)}{2 + 3}\right)$
= (3, -1)

4. 세 꼭짓점 A(0, 0), B(-5, 5), C(2, 7) 인 $\triangle ABC$ 의 무게중심의 좌표는?

① (-1, 7)

② (-1, 4)

③ (-2, 1)

④ (2, -2)

⑤ (-4, -8)

해설

무게중심 구하는 공식을 이용한다.

$$\left(\frac{0 + (-5) + 2}{3}, \frac{0 + 5 + 7}{3} \right) = (-1, 4)$$

5. 네 점 $O(0,0)$, $A(-3,0)$, $B(4,0)$, $C(2,5)$ 에 대하여 삼각형 AOC의 넓이는 삼각형 BOC의 넓이의 몇 배인가?

① $\frac{3}{7}$

② $\frac{4}{7}$

③ $\frac{3}{4}$

④ $\frac{4}{3}$

⑤ $\frac{5}{2}$

해설

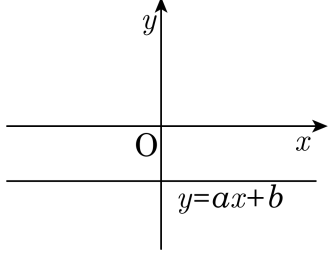
$\triangle AOC$ 와 $\triangle BOC$ 의 높이가 같으므로

$\triangle AOC$ 와 $\triangle BOC$ 의 넓이의 비는 두 삼각형의 밑변의 비와 같다.

$\overline{AO} : \overline{BO} = 3 : 4$ 이므로 $\triangle AOC$ 의 넓이는 $\triangle BOC$ 의 넓이의 $\frac{3}{4}$ 배이다.

6. 다음 그림과 같이 $y = ax + b$ 의 그래프가 x 축에 평행인 직선일 때, $y = bx + a - 2$ 의 그래프가 반드시 지나는 사분면을 모두 고르면?

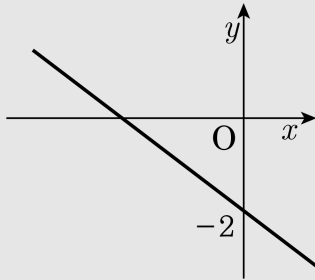
- ☐ 제1사분면
- ☐ 제2사분면
- ☐ 제3사분면
- ☐ 제4사분면



- ☐ ① ☐ 제1, 2사분면
- ☐ ② ☐ 제2, 3사분면
- ☐ ③ ☐ 제1, 2, 3사분면
- ☐ ④ ☐ 제1, 3, 4사분면
- ☒ ⑤ ☐ 제2, 3, 4사분면

해설

주어진 직선 $y = ax + b$ 의 그래프가 x 축과 평행하면서 x 축 아래쪽에 놓여 있으므로 $a = 0$, $b < 0$ 이다.
이 때, $y = bx + a - 2$ 에서
가울기: $b < 0$, y 절편: $a - 2 = -2 < 0$ 이므로
직선 $y = bx + a - 2$ 의 그래프는
다음 그림과 같다.
따라서 이 직선의 그래프가 반드시 지나는
사분면은 제 2, 3, 4사분면이다.



7. $3x + 4y - 2 = 0$ 에 수직이고, 점 (1, 2) 를 지나는 직선의 기울기와 y 절편의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

직선 $3x + 4y - 2 = 0$ 의 기울기는

$$y = -\frac{3}{4}x + \frac{1}{2} \text{ 에서 } -\frac{3}{4}$$

따라서 이 직선의 수직인 직선의 기울기는 $\frac{4}{3}$ 이다.

$$y - 2 = \frac{4}{3}(x - 1)$$

$$\therefore y = \frac{4}{3}x + \frac{2}{3}$$

$$\therefore \frac{4}{3} + \frac{2}{3} = 2$$

8. 일차함수 $y = (a - 2)x + b + 2$ 의 그래프가 x 축의 양의 방향과 45° 의 각을 이루고, y 절편이 5 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면? (단, a, b 는 상수)

① 0

② 3

③ 6

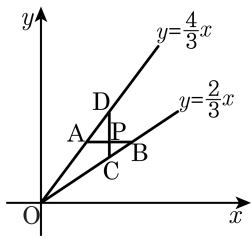
④ -6

⑤ -3

해설

$y = (a - 2)x + b + 2$ 의 그래프가
 x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기가
 45° 이므로
 $a - 2 = \tan 45^\circ = 1$ 에서 $a = 3$
또, y 절편이 5 이므로
 $b + 2 = 5$ 에서 $b = 3$
 $\therefore a + b = 6$

9. 직선 $y = \frac{4}{3}x$ 와 $y = \frac{2}{3}x$ 사이에 위치한 제 1 사분면의 점 P 에서 x 축, y 축에 각각 평행한 선분을 그어 위의 두 직선과 만나는 점을 그림에서와 같이 각각 A, B, C, D 라 하자. 이 때, $\frac{\overline{AP} \cdot \overline{BP}}{\overline{CP} \cdot \overline{DP}}$ 의 값은?



- ① $\frac{1}{2}$
 ② $\frac{8}{9}$
 ③ $\frac{9}{8}$
 ④ $\frac{9}{2}$
 ⑤ P 의 위치에 따라 일정하지 않다.

해설

$$\text{직선 } y = \frac{4}{3}x \text{ 의 기울기에서 } \frac{\overline{DP}}{\overline{AP}} = \frac{4}{3}$$

$$\text{직선 } y = \frac{2}{3}x \text{ 의 기울기에서 } \frac{\overline{CP}}{\overline{BP}} = \frac{2}{3}$$

$$\therefore \frac{\overline{AP} \cdot \overline{BP}}{\overline{CP} \cdot \overline{DP}} = \frac{\overline{AP}}{\overline{DP}} \cdot \frac{\overline{BP}}{\overline{CP}} = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{2} = \frac{9}{8}$$

10. 곡선 $y = x^3$ 위의 서로 다른 세 점 A, B, C의 x 좌표를 각각 a, b, c 라고 한다. 세 점 A, B, C가 일직선 위에 있을 때, 다음 중 항상 성립하는 것은?

- ① $a + b + c = 0$ ② $a + b + c = 1$ ③ $abc = 1$
④ $a + c = 2b$ ⑤ $ac = b^2$

해설

서로 다른 세 점 $A(a, a^3)$, $B(b, b^3)$, $C(c, c^3)$ 이 일직선 위에 있으므로 직선 AB의 기울기와 직선 AC의 기울기는 같다.

$$\therefore \frac{b^3 - a^3}{b - a} = \frac{c^3 - a^3}{c - a}$$

$$\text{즉, } b^2 + ab + a^2 = c^2 + ac + a^2$$

$$(b - c)(a + b + c) = 0 \text{ 에서 } b \neq c \text{ 이므로}$$

$$a + b + c = 0$$

11. 두 점 $(2, 3)$, $(1, 2)$ 를 지나는 직선 위에 두 직선 $y - 3x - 4 = 0$, $y - ax - 2 = 0$ 의 교점이 있다고 할 때, a 의 값을 구하면?

① $\frac{2}{3}$

② $\frac{4}{3}$

③ $\frac{5}{3}$

④ $\frac{8}{3}$

⑤ $\frac{10}{3}$

해설

결국 세 직선의 교점이 일치하므로

두 점 $(2, 3)$, $(1, 2)$ 를 지나는

직선과 직선 $y - 3x - 4 = 0$ 의 교점이

직선 $y - ax - 2 = 0$ 위에 있다.

두 점 $(2, 3)$, $(1, 2)$ 를 지나는 직선은

$$y - 2 = \frac{3 - 2}{2 - 1}(x - 1)$$

$$\therefore y = x + 1$$

따라서 두 직선

$$y - 3x - 4 = 0 \text{과 } y = x + 1 \text{의 교점은 } \left(-\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right)$$

교점이 $y - ax - 2 = 0$ 위에 있으므로

$$-\frac{1}{2} + \frac{3}{2}a - 2 = 0$$

$$\therefore a = \frac{5}{3}$$

12. 함수 $f(x) = ax + 1$ 이 a 의 값에 관계없이 항상 지나는 점의 좌표를 구하면?

① $(1, 0)$

② $(1, 1)$

③ $(0, 1)$

④ $(-1, 0)$

⑤ $(0, -1)$

해설

함수 $f(x) = ax + 1$ 의 그래프는
 a 의 값에 관계없이 점(0, 1) 을 지나는 직선이다.

13. 좌표평면 위에서 원점과 직선 $x - y - 3 + k(x + y) = 0$ 사이의 거리를 $f(k)$ 라 할 때, $f(k)$ 의 최댓값은? (단, k 는 상수이다.)

- ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{6}}{2}$ ④ $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{5}}{2}$

해설

$x - y - 3 + k(x + y) = 0$ 에서
 $(k + 1)x + (k - 1)y - 3 = 0$
원점에서 이 직선까지의 거리

$$f(k) = \frac{|-3|}{\sqrt{(k+1)^2 + (k-1)^2}}$$
$$= \frac{3}{\sqrt{2(k^2 + 1)}}$$

따라서 $f(k)$ 는 분모가 최소일 때
최대가 되므로 $f(k)$ 의 최댓값은

$$k = 0 \text{ 일 때 } \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

14. 다음 세 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이를 구하여라.

(0,0), (2,6), (6,3)

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$\frac{1}{2}|2 \cdot 3 - 6 \cdot 6| = 15$$

15. 좌표평면 위의 네 점 A(1, 2), P(0, b), Q(a, 0), B(5, 1)에 대하여 $\overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QB}$ 의 최솟값을 k 라 할 때, k^2 의 값을 구하여라.

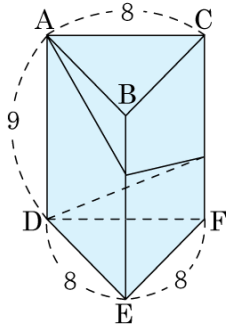
▶ 답 :

▷ 정답 : 45

해설

점 A (1, 2)의 y축에 대하여 대칭인 점을 A'(-1, 2), 점 B(5, 1)의 x축에 대하여 대칭인 점을 B'(5, -1)이라 하면
 $\overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QB} = \overline{A'P} + \overline{PQ} + \overline{QB'}$
 $\geq \overline{A'B'} = \sqrt{(5+1)^2 + (-1-2)^2} = \sqrt{45}$
따라서 $k = \sqrt{45}$ 이므로 $k^2 = 45$

16. 다음 그림과 같은 삼각기둥의 꼭짓점 A 에서 출발하여 모서리 BE, CF 를 순서대로 지나 꼭짓점 D 에 이르는 최단 거리를 구하여라.

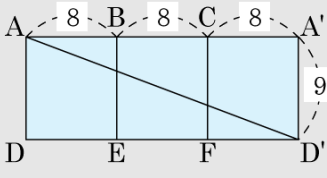


▶ 답 :

▷ 정답 : $3\sqrt{73}$

해설

$$\overline{AD'} = \frac{\sqrt{24^2 + 9^2}}{\sqrt{576 + 81}} = \frac{\sqrt{657}}{\sqrt{657}} = 3\sqrt{73}$$



17. 세 점 A(2,1), B(1,3), C(2,0)에 대하여 $2\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 = 3\overline{CP}^2$ 을 만족하는 점 P가 나타내는 도형의 방정식을 구하면?

- ① $x - y + 1 = 0$
- ② $x + 2y + 3 = 0$
- ③ $x - 3y - 2 = 0$
- ④ $x - 4y + 5 = 0$
- ⑤ $x - 5y + 4 = 0$

해설

점 P의 좌표를 (x,y)라 하면
 $\overline{AP}^2 = (x - 2)^2 + (y - 1)^2$
 $\hspace{1.5cm} = x^2 - 4x + 4 + y^2 - 2y + 1$
 $\hspace{1.5cm} = x^2 - 4x + y^2 - 2y + 5$
 $\overline{BP}^2 = (x - 1)^2 + (y - 3)^2$
 $\hspace{1.5cm} = x^2 - 2x + 1 + y^2 - 6y + 9$
 $\hspace{1.5cm} = x^2 - 2x + y^2 - 6y + 10$
 $\overline{CP}^2 = (x - 2)^2 + y^2$
 $\hspace{1.5cm} = x^2 - 4x + 4 + y^2$
 $\hspace{1.5cm} = x^2 - 4x + y^2 + 4$
 $2\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 = 3\overline{CP}^2$ 에서
 $2(x^2 - 4x + y^2 - 2y + 5) + x^2 - 2x + y^2 - 6y + 10 =$
 $3(x^2 - 4x + y^2 + 4)$
 $3x^2 - 10x + 3y^2 - 10y + 20 = 3x^2 - 12x + 3y^2 + 12$
 $2x - 10y + 8 = 0$
 $\therefore x - 5y + 4 = 0$

18. 수직선 위의 세 점 A(1), B(7), C(10)과 동점 $P(x)$ 에 대하여 $\overline{AP^2} + \overline{BP^2} + \overline{CP^2}$ 이 최소가 되는 점 P의 좌표를 구하면?
- ① P(5) ② P(6) ③ P(7) ④ P(8) ⑤ P(9)

해설

$$\begin{aligned} &\overline{AP^2} + \overline{BP^2} + \overline{CP^2} \\ &= (x-1)^2 + (x-7)^2 + (x-10)^2 \\ &= 3(x-6)^2 + 42 \end{aligned}$$

따라서 $x=6$ 일 때 최소가 된다.

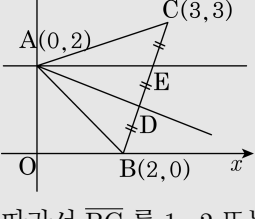
19. 점 A(0, 2), B(2, 0), C(3, 3) 으로 이루어진 삼각형ABC 가 있다.
△ABC 가 직선 $(k + 1)x + (k - 1)y = 2(k - 1)$ 에 의해 두 개의 도
형으로 나누어지며, 한 쪽의 넓이가 다른 쪽 넓이의 두 배가 될 때의 k
값을 구하여라. (단, k 는 정수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$k(x + y - 2) + x - y + 2 = 0$ 은 k 에 관계없이
A(0, 2) 를 지나는 직선이므로
△ABC 를 그림과 같이
2 개의 삼각형으로 나누게 된다



따라서 $\overline{BC}$ 를 1 : 2 또는 2 : 1 로 내분하는
점D, E 를 지나게 된다.

D $\left(\frac{7}{3}, 1\right)$, E $\left(\frac{8}{3}, 2\right)$ 이므로

(i) D 를 지날 때,

$$k\left(\frac{7}{3} + 1 - 2\right) + \frac{7}{3} - 1 + 2 = 0$$

$$k = -\frac{5}{2} \text{ 이므로 부적합 } (\because k \text{ 는 정수})$$

(ii) E 를 지날 때,

$$k\left(\frac{8}{3} + 2 - 2\right) + \frac{8}{3} - 2 + 2 = 0$$

$$\therefore k = -1$$

20. 세 직선 $x + y + 2 = 0$, $x - y - 4 = 0$, $3x - ky - 9 = 0$ 이 삼각형을 만들 수 있기 위한 k 의 조건은?
- ① $-3 \leq k \leq 3$, $k < -6$ ② $k = 2$, $k = \pm 3$
③ $-3 < k < 3$, $k > 6$ ④ $k \neq 2$, $k \neq \pm 3$
⑤ $-3 < k$ 또는 $k > 3$

해설

$$\begin{cases} x + y + 2 = 0 & \cdots \textcircled{1} \\ x - y - 4 = 0 & \cdots \textcircled{2} \\ 3x - ky - 9 = 0 & \cdots \textcircled{3} \end{cases}$$

이 삼각형이 되려면 세 직선이 한 점에서 만나지 않고, 어느 두 직선도 평행하지 않아야 하므로

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 의 교점은 $(1, 3)$ 이 $\textcircled{3}$ 위에 있지 않다.

$$\therefore 3 + 3k - 9 \neq 0 \quad \therefore k \neq 2$$

$\textcircled{1}$, $\textcircled{3}$ 은 평행하지 않으므로

$$\frac{1}{3} \neq \frac{1}{-k} \rightarrow k \neq -3$$

$\textcircled{2}$, $\textcircled{3}$ 은 평행하지 않으므로,

$$\frac{1}{3} \neq \frac{-1}{-k} \rightarrow k \neq 3$$

$$\therefore k \neq 2, k \neq \pm 3$$

21. 좌표평면 위의 세 점 $O(0, 0)$, $A(4, 3)$, $B(2, 6)$ 을 꼭지점으로 하는 삼각형 OAB 의 무게중심을 G 라 할 때, 점 G 와 직선 OA 사이의 거리는?

- ① $\frac{4}{5}$ ② 1 ③ $\frac{6}{5}$ ④ $\frac{7}{5}$ ⑤ $\frac{8}{5}$

해설

삼각형 OAB 의 무게중심은 $G(2, 3)$, 직선 OA 의 방정식은 $y = \frac{3}{4}x$ 곧 $3x - 4y = 0$ 이다.

따라서 점 G 와 직선 OA 의 거리 d 는

$$d = \frac{|3 \cdot 2 - 4 \cdot 3|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{6}{5}$$

22. 다음 두 직선 사이의 거리가 $\sqrt{10}$ 일 때, 양수 k 의 값을 구하시오.

$3x - y - 6 = 0 \text{ , } \quad 3x - y + k = 0$

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = 4$

해설

직선 $3x - y - 6 = 0$ 위의 한 점 $(2, 0)$ 에서 직선

$3x - y + k = 0$ 까지의 거리가 $\sqrt{10}$ 이므로

$$\frac{|3 \times 2 - 0 + k|}{\sqrt{3^2 + 1^2}} = \frac{|6 + k|}{\sqrt{10}} = \sqrt{10}$$

$$|6 + k| = 10$$

따라서 $k = 4$ ($\because k$ 는 양수)

23. 점 (5, 3) 으로 부터의 거리가 2 이고, 점 (2, 1) 을 지나는 직선의 방정식은?

- ① $y = x, 12x - 5y - 19 = 0$
② $y = 1, 12x - 5y - 19 = 0$
③ $y = 1, 12x - 5y + 5 = 0$
④ $y = 1, 4x - 5y - 8 = 0$
⑤ $y = -1, 12x + 5y - 12 = 0$

해설

점 (2, 1) 을 지나는 직선의 기울기를 m 이라 하면 $y - 1 = m(x - 2) \cdots \textcircled{1}$

점 (5, 3) 과 직선 $\textcircled{1}$ 사이의 거리가 2 이므로

$$\frac{|m(5-2) - 3 + 1|}{\sqrt{m^2 + 1}} = 2$$

$$(3m - 2)^2 = 4(m^2 + 1)$$

$$5m^2 - 12m = 0$$

$$\therefore m = 0, \frac{12}{5}$$

$$\textcircled{1} \text{에 대입하면 } y = 1, 12x - 5y - 19 = 0$$

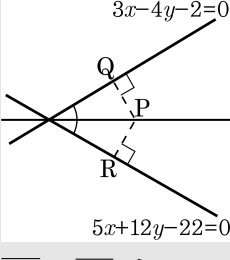
24. 두 직선 $3x-4y-2=0$, $5x+12y-22=0$ 이 이루는 각을 이등분하는 직선의 방정식 중에서 기울기가 양인 직선이 $ax+by+c=0$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

구하는 각의 이등분선 위의 임의의 점 $P(X, Y)$ 에 대하여 P에서 두 직선에 내린 수선의 발을 각각 Q,R이라 하면



$\overline{PQ} = \overline{PR}$ 이므로
 $\frac{|3X-4Y-2|}{\sqrt{9+16}} = \frac{|5X+12Y-22|}{\sqrt{25+144}}$
 $13(3X-4Y-2) = \pm 5(5X+12Y-22)$
즉, $13(3X-4Y-2) = 5(5X+12Y-22)$ 또는
 $13(3X-4Y-2) = -5(5X+12Y-22)$ 정리하면
 $x-8y+6=0$ 또는 $8x+y-17=0$ 에서
기울기가 양이므로
 $\therefore x-8y+6=0$
 $\therefore a+b+c=-1$

25. 점 A(6, 2)와 직선 $x + 2y - 2 = 0$ 위를 움직이는 점 P가 있다. $\overline{AP}$ 를 1 : 3으로 내분하는 점의 자취는?

- ① $x - 2y - 8 = 0$ ② $x + 2y - 8 = 0$ ③ $x - 2y + 8 = 0$
④ $x + 2y + 8 = 0$ ⑤ $x - 2y = 0$

해설

P (a , b)라 하면 $a + 2b - 2 = 0 \cdots \textcircled{1}$

$\overline{AP}$ 의 1 : 3 내분점을 Q (x , y)라 하면

$$Q(x, y) = \left(\frac{a+18}{1+3}, \frac{b+6}{1+3} \right)$$

$$x = \frac{a+18}{1+3}, y = \frac{b+6}{1+3}$$

$$a = 4x - 18, b = 4y - 6$$

$\textcircled{1}$ 에 대입하면,

$$4x - 18 + 2(4y - 6) - 2 = 0 \Rightarrow x + 2y - 8 = 0$$