

1. $-1 < x \leq 2$, $1 < y \leq 3$ 일 때, $a < x - y < b$ 를 계산하여 $b - a$ 의 값을 구하면?

① -14 ② 1 ③ 3 ④ 5 ⑤ -5

해설

$-1 < x \leq 2$, $1 < y \leq 3$ 에서
 $x - y$ 의 가장 작은 값은 $-1 - 3 = -4$
가장 큰 값은 $2 - 1 = 1$
 $\therefore -4 < x - y < 1$ 이므로 $a = -4$, $b = 1$
 $b - a = 1 + 4 = 5$

2. 연립부등식 $\begin{cases} 4x+1 \geq x+4 \\ 2x-2 > 8 \end{cases}$ 의 해를 구하면?

- ① $x > 1$ ② $x \geq 1$ ③ $x < 1$ ④ $x > 5$ ⑤ $x \leq 5$

해설

$$\begin{aligned} 4x+1 &\geq x+4 \\ 3x &\geq 3, \quad x \geq 1 \\ 2x-2 &> 8 \\ 2x &> 10, \quad x > 5 \\ \therefore x &> 5 \end{aligned}$$

3. 연립부등식 $-2 < 3x + 4 \leq 11$ 를 만족하는 정수를 모두 구하면?

① $-1, 0, 1$

② $0, 1, 2$

③ $-1, 0, 1, 2$

④ $-2, -1, 0, 1$

⑤ $0, 1, 2, 3$

해설

$$\begin{cases} -2 < 3x + 4 \\ 3x + 4 \leq 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -2 \\ x \leq \frac{7}{3} \end{cases}$$

따라서 $-2 < x \leq \frac{7}{3}$ 을 만족하는 정수는 : $-1, 0, 1, 2$ 이다.

4. 다음 연립부등식을 만족하는 정수의 개수가 10 개일 때, 정수 a 의 값을 구하여라.

$$\begin{cases} 7x + 4 > 5x \\ 15 - x > a \end{cases}$$

① 3, 4

② 5, 6

③ 6

④ 6, 7

⑤ 4, 5, 6

해설

$$7x + 4 > 5x$$

$$\therefore x > -2$$

$$15 - x > a$$

$$\therefore x < 15 - a$$

만족하는 정수는 10 개이므로 $-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ 이다.

$$8 < 15 - a \leq 9$$

$$6 \leq a < 7$$

$$\therefore a = 6$$

5. 어떤 정수에서 10 을 빼고 5 배 하면 20 보다 크고, 어떤 정수에 2 배를 하고 4 를 빼면 28 보다 작다고 한다. 어떤 정수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

어떤 정수를 x 라고 하고 문제의 조건을 이용하여 두 개의 식을 만들어 본다. ‘어떤 정수에서 10 을 빼고 5 배하면 20 보다 크고’ 를 식으로 표현하면, $5(x - 10) > 20$ 이고, ‘어떤 정수에 2 배를 하고 4 를 빼면 28 보다 작다’ 를 식으로 표현하면, $2x - 4 < 28$ 이다.

두 개의 부등식을 연립부등식으로 표현하면,
$$\begin{cases} 5(x - 10) > 20 \\ 2x - 4 < 28 \end{cases}$$

이다. 이를 간단히 하면,
$$\begin{cases} x > 14 \\ x < 16 \end{cases}$$
 따라서 $14 < x < 16$ 이다.

x 는 정수이므로 15 이다.

6. 부등식 $|x - 1| < 2$ 을 풀면?

① $-1 < x < 0$

② $-1 < x < 3$

③ $1 < x < 3$

④ $x < -1$ 또는 $x > 3$

⑤ $\frac{1}{2} < x < 1$

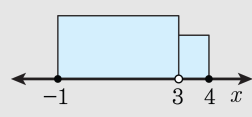
해설

$$|x - 1| < 2 \text{에서 } -2 < x - 1 < 2 \\ \therefore -1 < x < 3$$

7. 연립이차부등식 $\begin{cases} x^2 - 6x + 9 > 0 \\ x^2 - 3x - 4 \leq 0 \end{cases}$ 의 해를 바르게 구한 것을 고르면?
- ① $-1 \leq x < 4$ ② $3 < x \leq 4$
- ③ $-1 \leq x < 3$ ④ $-1 \leq x < 3$ 또는 $3 < x \leq 4$
- ⑤ 해가 없다

해설

$$\begin{cases} (x-3)^2 > 0 & : x \neq 3 \text{인 모든 실수} \\ (x-4)(x+1) \leq 0 & : -1 \leq x \leq 4 \end{cases}$$



$\therefore -1 \leq x < 3$ 또는 $3 < x \leq 4$

8. 다음 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ $a > b, c > d$ 이면 $a + c > b + d$ 이다.
- ㉡ $a > b$ 이면 $a^2 > b^2$ 이다.
- ㉢ $a > b > 0$ 이면 $\frac{1}{b} > \frac{1}{a}$ 이다.

- ① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

- ㉠ $a - b > 0, c - d > 0$ 에서 양변을 더해 정리하면 주어진 식이 나온다.
- ㉡ $a > 0 > b$ 인 경우 b 의 절댓값이 a 보다 크면 주어진 식은 성립하지 않는다.
- ㉢ 주어진 식에서 a, b 의 부호가 모두 양수이므로 그 역수는 반대가 된다.

9. 부등식 $ax - b^2 > bx + a^2 - 8$ 의 해가 모든 실수이기 위한 a 의 조건은?
(a, b 는 실수)

① $a = b$ 이고 $-1 < a < 1$

② $a = b$ 이고 $-2 < a < 2$

③ $a = b$ 이고 $-3 < a < 3$

④ $a = b$ 이고 $-4 < a < 4$

⑤ $a = b$ 이고 $-5 < a < 5$

해설

$ax - b^2 > bx + a^2 - 8$ 에서

$(a - b)x - b^2 - a^2 + 8 > 0$ 이 모든 x 에 대해서 성립해야 하므로

$a = b$

$\therefore -2a^2 + 8 > 0 \quad 2a^2 < 8$

$\therefore a^2 < 4$ 이므로 $-2 < a < 2$

즉 $a = b$ 이고 $-2 < a < 2$

10. 연립부등식 $\begin{cases} 3(x-2) > 5x+2 \\ -2(x+7) \leq 3x+21 \end{cases}$ 을 만족하는 해 중에서 가장 작은 정수와 가장 큰 정수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -12

해설

$3x - 6 > 5x + 2$, $x < -4$ 이고 $-2x - 14 \leq 3x + 21$, $5x \geq -35$, $x \geq -7$ 이므로 $-7 \leq x < -4$ 이다.
따라서 가장 작은 정수는 -7 이고 가장 큰 정수는 -5 이므로 -12 이다.

11. 다음 연립부등식 $\begin{cases} 0.3x + 1.2 > 0.5x \\ \frac{2}{3}x - \frac{1}{2} < \frac{3}{4}x \end{cases}$ 를 만족하는 모든 정수 x 의
합은?

- ① 6 ② 3 ③ 1 ④ 0 ⑤ -2

해설

i) $0.3x + 1.2 > 0.5x$ 의 양변에 10 을 곱하면
 $3x + 12 > 5x, x < 6$
ii) $\frac{2}{3}x - \frac{1}{2} < \frac{3}{4}x$ 의 양변에 12 를 곱하면
 $8x - 6 < 9x, x > -6$
 $\therefore -6 < x < 6$ 만족하는 정수는 -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5 이고 이들의 합은 0 이다.

12. 연립부등식 $-3 < \frac{x+a}{4} < 1$ 의 해가 $-9 < x < b$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$-3 < \frac{x+a}{4} < 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -3 < \frac{x+a}{4} \\ \frac{x+a}{4} < 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -12 < x+a \\ x+a < 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x > -12-a \\ x < 4-a \end{cases}$$

$$-12-a < x < 4-a \text{ 이므로 } -12-a = -9$$

$$\therefore a = -3$$

$$4-a = b \text{ 이므로 } 4 - (-3) = b$$

$$\therefore b = 7$$

$$\text{따라서 } a+b = -3+7 = 4 \text{ 이다.}$$

13. 이차부등식 $x^2 + 2x + a < 0$ 의 해가 $-4 < x < 2$ 일 때, a 의 값을 구하여라.(단, a 는 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

해가 $-4 < x < 2$ 이므로

$$(x+4)(x-2) < 0$$

$$x^2 + 2x - 8 = x^2 + 2x + a$$

$$\therefore a = -8$$

14. 다음 이차부등식 중 해가 존재하지 않는 것은?

① $2x^2 - 6x + 1 \leq 0$

② $x^2 - 2x - 3 < 0$

③ $x^2 - x + 1 > 0$

④ $x^2 - 6x + 9 > 0$

⑤ $4x^2 - 4x + 1 < 0$

해설

① $(x - \frac{3 - \sqrt{7}}{2})(x - \frac{3 + \sqrt{7}}{2}) \leq 0$
 $\Rightarrow \frac{3 - \sqrt{7}}{2} \leq x \leq \frac{3 + \sqrt{7}}{2}$

② $(x + 1)(x - 3) < 0 \Rightarrow -1 < x < 3$

③ $(x - \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4} > 0 \Rightarrow x$ 는 모든 실수

④ $(x - 3)^2 > 0 \Rightarrow x \neq 3$ 인 모든 실수

⑤ $(2x - 1)^2 < 0 \Rightarrow$ 해는 없다

15. 어떤 사다리꼴의 윗변의 길이는 밑변의 길이의 2 배보다 4 가 더 작고, 높이가 5 이다. 이 사다리꼴의 넓이가 15 이상 30 이하 일 때의 밑변의 길이의 범위는?

- ① $\frac{10}{3} \leq x \leq \frac{16}{3}$ ② $\frac{10}{3} < x \leq \frac{16}{3}$ ③ $\frac{10}{4} < x \leq \frac{16}{3}$
④ $\frac{10}{3} \leq x \leq 4$ ⑤ $3 \leq x \leq \frac{16}{3}$

해설

밑변의 길이를 x 라고 하면 윗변의 길이는 $2x - 4$ 이다.

이를 이용하여 사다리꼴의 넓이를 식으로 나타내면 $\frac{5}{2}(3x - 4)$ 이다.

사다리꼴의 넓이가 15 이상 30 이하이므로,

$$15 \leq \frac{5}{2}(3x - 4) \leq 30 \text{ 이다.}$$

이를 연립부등식으로 나타내면

$$\begin{cases} 15 \leq \frac{5}{2}(3x - 4) \\ \frac{5}{2}(3x - 4) \leq 30 \end{cases} \quad \text{이고,}$$

$$\text{간단히 하면 } \begin{cases} x \geq \frac{10}{3} \\ x \leq \frac{16}{3} \end{cases} \text{ 이다.}$$

따라서 밑변의 길이는 $\frac{10}{3} \leq x \leq \frac{16}{3}$ 이다.

16. $64 \leq 16x - x^2$ 의 해를 구하면?

① $4 \leq x \leq 8$

② $x = 8$

③ 해는 없다.

④ 모든 실수

⑤ $x \leq 8$

해설

$$\begin{aligned} 64 &\leq 16x - x^2 \\ x^2 - 16x + 64 &\leq 0 \\ \Rightarrow (x - 8)^2 &\leq 0 \\ \Rightarrow x &= 8 \end{aligned}$$

17. 임의의 실수 x 에 대하여 $x^2 + 2ax + 2a + 3 \geq 0$ 이 성립하기 위한 상수 a 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$x^2 + 2ax + 2a + 3 \geq 0$ 이 항상 성립할 조건은

$$D/4 = a^2 - 2a - 3 = (a + 1)(a - 3) \leq 0$$

$$\therefore -1 \leq a \leq 3$$

a 의 최솟값은 -1

18. 이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두 근의 합이 6일 때, 이차방정식 $f(4x-1) = 0$ 의 두 근의 합은?

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 6

해설

$f(x) = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면
 $f(x) = k(x - \alpha)(x - \beta)$
 $f(4x - 1)$ 는 $f(x)$ 의 x 대신 $4x - 1$ 를 대입한 것과 같으므로
 $f(4x - 1) = k(4x - 1 - \alpha)(4x - 1 - \beta) = 0$ 의 근은
 $x = \frac{\alpha + 1}{4}, \frac{\beta + 1}{4}$
 $\therefore$ 두 근의 합은 $\frac{\alpha + 1 + \beta + 1}{4} = \frac{6 + 2}{4} = 2$

해설

$f(x) = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면
 $f(\alpha) = 0, f(\beta) = 0$
 $f(4x - 1) = 0$ 에서
 $4x - 1 = \alpha, 4x - 1 = \beta$
 $\therefore x = \frac{\alpha + 1}{4}, x = \frac{\beta + 1}{4},$
 $\therefore$ 두 근의 합은 $\frac{\alpha + 1 + \beta + 1}{4} = \frac{6 + 2}{4} = 2$

19. 이차방정식 $(2+k)x^2 + 4x - (1+k) = 0$ 이 실근을 갖기 위한 실수 k 값의 범위는?

① $k \geq 1$

② $k \leq -2$

③ k 는 모든 실수

④ k 는 없다.

⑤ $k \neq -2$ 인 모든 실수

해설

이차방정식이므로 $k \neq -2$

실근을 가지려면 판별식이 0보다 크거나 같아야 하므로

$$D' = 2^2 + (k+2)(k+1) \geq 0$$

$$k^2 + 3k + 6 \geq 0$$

$$k^2 + 3k + 6 = \left(k + \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{15}{4} \geq 0 \text{ 이므로}$$

모든 실수 k 에 대해 성립.

$\therefore k \neq -2$ 인 모든 실수

20. 이차함수 $y = x^2 + x + 1$ 의 그래프가 함수 $y = kx^2 + kx - 1$ 의 그래프보다 항상 위쪽에 존재하도록 하는 실수 k 의 값의 범위를 구하면?

- ① $-5 \leq k < 1$ ② $-2 < k \leq 3$ ③ $-7 < k \leq 1$
④ $1 < k \leq 5$ ⑤ $1 \leq k < 7$

해설

$x^2 + x + 1 > kx^2 + kx - 1$ 에서
 $(k - 1)x^2 + (k - 1)x - 2 < 0$
(i) $k - 1 = 0$, 즉 $k = 1$ 일 때
 $-2 < 0$ 이므로 부등식은 항상 성립한다.
(ii) $k - 1 \neq 0$, 즉 $k \neq 1$ 일 때
 주어진 부등식이 항상 성립하려면 $k - 1 < 0$
 $\therefore k < 1 \cdots \textcircled{\text{㉠}}$
한편, 이차방정식 $(k - 1)x^2 + (k - 1)x - 2 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면
 $D = (k - 1)^2 + 8(k - 1) < 0$ 에서
 $(k + 7)(k - 1) < 0$
 $\therefore -7 < k < 1 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$
 $\textcircled{\text{㉠}}$, $\textcircled{\text{㉡}}$ 의 공통범위를 구하면 $-7 < k < 1$
(i), (ii) 에서 $-7 < k \leq 1$

21. 두 부등식 $-x^2 - 3x + 4 \leq 0$,
 $x^2 + ax + b < 0$ 에 대하여
두 부등식 중 적어도 하나를 만족하는 x 의 값은 실수 전체이고, 두
부등식을 동시에 만족하는 x 의 값은 $1 \leq x < 3$ 일 때, 실수 a, b 의 합
 $a + b$ 를 구하면?

① -12 ② -11 ③ -10 ④ 11 ⑤ 12

해설

$$\begin{aligned} -x^2 - 3x + 4 \leq 0, \quad x^2 + 3x - 4 \geq 0 \\ \Rightarrow x \leq -4 \text{ 또는 } x \geq 1 \\ \therefore a = 1, b = -12 \Rightarrow a + b = -11 \end{aligned}$$

22. 세 변의 길이가 $x-1$, x , $x+1$ 인 삼각형이 둔각삼각형이 되도록 하는 x 의 값의 범위가 $a < x < b$ 라 할 때, 방정식 $ax^2 - 3x + b = 0$ 의 두 근의 곱은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x-1$, x , $x+1$ 은 삼각형의 세 변이므로
 $x-1 > 0, x > 0, x+1 > 0, x-1+x > x+1 \therefore x > 2 \dots\dots ㉠$
한편, 둔각삼각형이 되려면
 $(x-1)^2 + x^2 < (x+1)^2$
 $x^2 - 4x < 0$ 에서 $0 < x < 4 \dots\dots ㉡$
㉠, ㉡에서 $2 < x < 4$
 $\therefore a = 2, b = 4$
따라서 $ax^2 - 3x + b = 0$ 의 두 근의 곱은
 $\frac{b}{a} = \frac{4}{2} = 2$

23. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - ax + 9 = 0$ 이 $x < 1$ 에서 두 개의 실근을 갖도록 하는 실수 a 의 범위를 구하면 $a \leq k$ 이다. 이 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = -6$

해설

$f(x) = x^2 - ax + 9$ 라 놓으면

i) 축이 $x < 1$ 에 있어야 하므로 $\frac{1}{2}a < 1, a < 2$

ii) $f(1) > 0, 1 - a + 9 > 0, a < 10$

iii) 두 개의 실근을 가져야 하므로

$D = a^2 - 4 \cdot 9 \geq 0, a \geq 6, a \leq -6$

따라서 i), ii), iii)에 의해 $a \leq -6$

$\therefore k = -6$

24. $1 < x < 3$ 에서 x 에 대한 이차방정식 $x^2 - ax + 4 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 실수 a 의 값의 범위가 $\alpha < a < \beta$ 일 때, $3\alpha\beta$ 의 값을 구하여라.

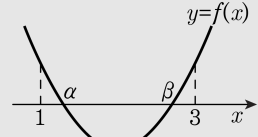
▶ 답 :

▷ 정답 : 52

해설

$f(x) = x^2 - ax + 4$ 라 하면

$1 < x < 3$ 에서 $y = f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같아야 한다.



(i) $x^2 - ax + 4 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면
 $D = a^2 - 16 > 0$ 에서 $(a + 4)(a - 4) > 0$
 $\therefore a < -4$ 또는 $a > 4$

(ii) $f(1) = 5 - a > 0$ 에서 $a < 5$
 $f(3) = 13 - 3a > 0$ 에서 $a < \frac{13}{3}$
 $\therefore a < \frac{13}{3}$

(iii) $y = f(x)$ 의 그래프의 대칭축이
 $x = \frac{a}{2}$ 이므로 $1 < \frac{a}{2} < 3$
 $\therefore 2 < a < 6$

(i), (ii), (iii) 에서 a 의 값의 범위는 $4 < a < \frac{13}{3}$

따라서, $\alpha = 4, \beta = \frac{13}{3}$ 이므로 $3\alpha\beta = 52$

