

1. 계수가 유리수인 이차방정식 $x^2 - 10x + a = 0$ 의 한 근이 $5 + \sqrt{3}$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 22$

해설

다른 한 근이 $5 - \sqrt{3}$ 이므로
 $(5 + \sqrt{3})(5 - \sqrt{3}) = a$ 에서 $a = 22$ 이다.

2. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 근이 $-1, 2$ 이고, $bx^2 + ax + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha\beta$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{1}{2}$

해설

두 근이 $-1, 2$ 이므로

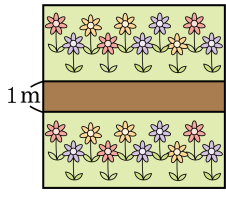
$$(x+1)(x-2) = 0$$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$\therefore a = -1, b = -2$$

$-2x^2 - x + 1 = 0$ 의 두 근이 α, β 이므로 $\alpha\beta = -\frac{1}{2}$ 이다.

3. 다음 그림과 같은 정사각형 모양의 꽃밭이 있다. 꽃밭 사이에 폭이 1m 가 되는 길을 1개 만들었더니 길을 제외한 꽃밭의 넓이가 30 m² 였다. 꽃밭의 가로 길이는?



- ① 3m ② 4m ③ 5m
 ④ 6m ⑤ 7m

해설

정사각형의 가로 길이를 x m 라고 하면

$$(\text{꽃밭의 넓이}) = x(x - 1)$$

$$x(x - 1) = 30$$

$$\therefore x = 6 (\because x > 0)$$

4. 이차방정식 $x^2 - 3x - 6 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $(\alpha^2 + 1)(\beta^2 + 1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 58

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 3x - 6 = 0 \text{ 의 두 근을 } \alpha, \beta \text{ 라고 하면} \\ \alpha + \beta = 3, \alpha\beta = -6 \\ (\alpha^2 + 1)(\beta^2 + 1) &= \alpha^2\beta^2 + \alpha^2 + \beta^2 + 1 \\ &= (\alpha\beta)^2 + (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta + 1 \\ &= (-6)^2 + 3^2 - 2 \times (-6) + 1 \\ &= 36 + 9 + 12 + 1 \\ &= 58\end{aligned}$$

5. 이차방정식 $x^2 + px + q = 0$ 의 두 근이 연속한 양의 정수이고, 두 근의 제곱의 차가 25 일 때, 상수 $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 131

해설

두 근을 $\alpha, \alpha + 1$ 이라 하면,

$$(\alpha + 1)^2 - \alpha^2 = 25$$

$$2\alpha - 24 = 2(\alpha - 12) = 0$$

$$\therefore \alpha = 12$$

$$\alpha + (\alpha + 1) = 2\alpha + 1 = -p$$

$$p = -(24 + 1) = -25$$

$$\alpha(\alpha + 1) = \alpha^2 + \alpha = q$$

$$q = 144 + 12 = 156$$

$$\therefore p + q = 131$$

6. x^2 의 계수가 3인 이차방정식이 있다. x 의 계수를 바꾸었더니 두 근이 1과 2가 되었고, 상수항을 바꾸었더니 두 근이 4와 $-\frac{1}{3}$ 이 되었다. 처음 주어진 이차방정식의 두 근 중 큰 근을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$3(x-1)(x-2)=0 \text{에서 } 3x^2-9x+6=0 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$3(x-4)(x+\frac{1}{3})=0 \text{에서 } 3x^2-11x-4=0 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠에서 x 의 계수를 바꾸었고 ㉡에서 상수항을 바꾸었으므로 원래의 이차방정식은

$$3x^2-11x+6=(x-3)(3x-2)=0$$

$$\therefore x=3 \text{ 또는 } x=\frac{2}{3}$$

따라서 큰 근은 $x=3$ 이다.

7. 이차방정식 $x^2 - 3x - 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + \beta, \alpha\beta$ 를 두 근으로 하고 이차항의 계수가 2 인 이차방정식을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2x^2 - 4x - 6 = 0$

해설

$x^2 - 3x - 1 = 0$ 에서 $\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = -1$ 이므로

$2(x - 3)(x + 1) = 0$,

$\therefore 2x^2 - 4x - 6 = 0$

8. 이차방정식 $x^2 - 4x - 5 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$ 을 두 근으로 하는 이차방정식을 구하여라. (단, x^2 의 계수는 5 이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : $5x^2 + 4x - 1 = 0$

해설

$x^2 - 4x - 5 = 0$ 에서

$\alpha + \beta = 4, \alpha\beta = -5,$

$\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$ 을 두 근으로 하는 이차방정식은 $x^2 - \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}\right)x + \frac{1}{\alpha\beta} = 0$

, $x^2 - \left(\frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta}\right)x + \frac{1}{\alpha\beta} = 0,$

$x^2 - \left(\frac{4}{-5}\right)x + \frac{1}{-5} = 0,$

$x^2 + \frac{4}{5}x - \frac{1}{5} = 0,$

x^2 의 계수가 5 이므로

$5\left(x^2 + \frac{4}{5}x - \frac{1}{5}\right) = 0,$

$\therefore 5x^2 + 4x - 1 = 0$

9. 이차방정식 $x^2 - 3ax + 2 = 0$ 의 두 근의 비가 $1 : 2$ 가 되는 a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 1$

▷ 정답 : $a = -1$

해설

$x^2 - 3ax + 2 = 0$ 의 두 근을 $t, 2t$ 라 하면,

$t \times 2t = 2, t = \pm 1$

$3t = 3a,$

$t = -1$ 일 때 $a = -1$

$t = 1$ 일 때 $a = 1$

$\therefore a = \pm 1$