

1. 복소수 $(1+i)x^2 - (1-4i)x - (2-3i)$ 가 실수일 때의 x 값과 순허수일 때의 x 값을 모두 곱한 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

준식을 전개하여 실수부와 허수부로 정리하면

$$(x^2 - x - 2) + (x^2 + 4x + 3)i$$

실수가 되기 위해서는 $x^2 + 4x + 3 = 0$

$$(x + 1)(x + 3) = 0 \therefore x = -3, -1$$

순허수가 되기 위해서는

$$x^2 - x - 2 = 0 \text{ 이고 } x^2 + 4x + 3 \neq 0$$

$$x = -1, 2 \text{ 이고 } x \neq -3, -1 \therefore x = 2$$

$$(-3) \times (-1) \times 2 = 6$$

2. 임의의 복소수 a, b 에 대하여 연산 $\square$ 를 $a\square b = (a+b) - ab$ 로 정의할 때, $z\square i = 3 + 2i$ 를 만족하는 복소수 z 는?

① $-1 + 2i$

② $1 + 2i$

③ $3 + 2i$

④ $5 + 2i$

⑤ $7 + 2i$

해설

$$z\square i = z + i - zi = (1-i)z + i \text{ 에서}$$

$$(1-i)z + i = 3 + 2i$$

$$(1-i)z = 3 + i$$

$$\therefore z = \frac{3+i}{1-i} = \frac{(3+i)(1+i)}{(1-i)(1+i)}$$

$$= \frac{2+4i}{2} = 1 + 2i$$

3. 방정식 $|x| + |x - 1| = 9$ 의 모든 근의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -20

해설

$|x| + |x - 1| = 9$ 에서

i) $x < 0$ 일 때,

$$-x - x + 1 = 9$$

$$\therefore x = -4$$

ii) $0 \leq x < 1$ 일 때,

$$x - x + 1 = 9 \text{ (성립하지 않음)}$$

iii) $x \geq 1$ 일 때,

$$x + x - 1 = 9$$

$$\therefore x = 5$$

따라서 모든 근의 곱은

$$(-4) \times 5 = -20$$

4. $x^2 + ax + b = 0$, $x^2 + 2bx + 3a = 0$ 를 동시에 만족하는 x 는 -1 밖에 없을 때, 상수 ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$x = -1$ 은 두 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$,

$x^2 + 2bx + 3a = 0$ 의 공통근이므로

$1 - a + b = 0$, $1 - 2b + 3a = 0$

두 식을 연립하여 풀면

$a = -3$, $b = -4$

$\therefore ab = 12$

5. 이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두 근의 합이 2, 곱이 3일 때, 이차방정식 $f(2x+1) = 0$ 의 두 근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$f(x) = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면

$f(\alpha) = 0, f(\beta) = 0$ 이고 조건에서

$\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = 3$

$f(2x+1) = 0$ 에서

$2x+1 = \alpha$ 또는 $2x+1 = \beta$

$\therefore x = \frac{\alpha-1}{2}$ 또는 $x = \frac{\beta-1}{2}$

따라서 $f(2x+1) = 0$ 의 근은 $\frac{\alpha-1}{2}, \frac{\beta-1}{2}$

이때 두 근의 합 $\frac{\alpha-1}{2} + \frac{\beta-1}{2}$

$= \frac{\alpha+\beta-2}{2} = \frac{2-2}{2} = 0$

6. 이차방정식 $x^2 + x + 4(k - 2) = 0$ 의 두 근이 모두 음수일 때, 실수 k 의 값의 범위는?

- ① $-2 < k \leq -1$ ② $-1 < k \leq \frac{33}{16}$ ③ $2 < k \leq \frac{33}{16}$
④ $k \leq \frac{16}{33}$ ⑤ $k < \frac{21}{16}$

해설

두 근을 α, β 라고 할 때,

모두 음수일 조건은

$$\alpha + \beta < 0, \alpha\beta > 0, D \geq 0$$

$$(i) \alpha + \beta = -1 < 0$$

$$(ii) \alpha\beta = 4(k - 2) > 0 \quad \therefore k > 2$$

$$(iii) D = 1^2 - 4 \cdot 4(k - 2) = 33 - 16k \geq 0$$

$$\therefore k \leq \frac{33}{16}$$

$$(ii) \text{과 } (iii) \text{의 공통 범위는 } 2 < k \leq \frac{33}{16}$$

7. 이차함수 $y = \frac{2}{3}x^2 - 4ax - 6a$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 7 만큼,
 y 축의 방향으로 -3 만큼 평행 이동하였더니 최솟값이 -3 이 되었다.
이 때, 상수 a 의 값은? (단, $a < 0$)

① 0 ② 1 ③ -1 ④ 2 ⑤ -2

해설

$$\begin{aligned}y &= \frac{2}{3}x^2 - 4ax - 6a \\&= \frac{2}{3}(x^2 - 6ax + 9a^2 - 9a^2) - 6a \\&= \frac{2}{3}(x - 3a)^2 - 6a^2 - 6a\end{aligned}$$

$y = \frac{2}{3}(x - 3a)^2 - 6a^2 - 6a$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 7 만큼,

y 축의 방향으로 -3 만큼 평행 이동한 식은

$$y = \frac{2}{3}(x - 3a - 7)^2 - 6a^2 - 6a - 3 \text{ 이다.}$$

최솟값이 -3 이므로

$$-6a^2 - 6a - 3 = -3, 6a(a + 1) = 0$$

$$\therefore a = -1 \text{ or } 0$$

$$\therefore a = -1 (\because a < 0)$$

8. $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = 0$ 의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 1$

▷ 정답 : $x = -2$

▷ 정답 : $x = 3$

해설

$f(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$ 으로 놓으면
 $f(1) = 1 - 2 - 5 + 6 = 0$ 이므로, 조립제법에 의하면

1		1	-2	-5	6
			1	-1	-6
		1	-1	-6	0

$$x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = (x - 1)(x^2 - x - 6)$$
$$= (x - 1)(x + 2)(x - 3)$$
$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = -2 \text{ 또는 } x = 3$$

9. 삼차방정식 $x^3 + ax^2 - 8x + 4b = 0$ 이 중근 $x = 2$ 를 갖도록 상수 a, b 의 값으로 알맞게 짝지어진 것은?

- ① $a = -1, b = 1$ ② $a = 0, b = 2$ ③ $a = -1, b = 3$
④ $a = 0, b = 4$ ⑤ $a = -2, b = 5$

해설

삼차방정식이 $x = 2$ 를 근으로 가지므로 x 에 2를 대입하면
 $8 + 4a - 16 + 4b = 0, a = 2 - b$
 $\therefore x^3 + ax^2 - 8x + 4b = x^3 + (2 - b)x^2 - 8x + 4b$
 $= (x - 2) \{x^2 + (4 - b)x - 2b\}$
위의 식에서 $x = 2$ 가 중근이라고 했으므로 이차식의 하나의 근도 2가 된다.
따라서 이차식에 $x = 2$ 를 대입하면 0이 되므로
 $4 + 8 - 2b - 2b = 0$
 $\therefore a = -1, b = 3$

10. 방정식 $x^3 + 2x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 세 실근을 α, β, γ 라 할 때, $(2-\alpha)(2-\beta)(2-\gamma)$ 의 값을 구하면?

① 7 ② 11 ③ 15 ④ 19 ⑤ 21

해설

근과 계수와의 관계에 의해

$$\alpha + \beta + \gamma = -2, \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = -3, \alpha\beta\gamma = -1$$

$$x^3 + 2x^2 - 3x + 1 = 0 \text{의 세 근이 } \alpha, \beta, \gamma \text{이므로 } (x - \alpha)(x - \beta)(x - \gamma) = 0 \text{ 이다. } x = 2 \text{를 대입하면 } (2 - \alpha)(2 - \beta)(2 - \gamma) = 2^3 - 2^2(\alpha + \beta + \gamma) + 2(\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha) - \alpha\beta\gamma = 2^3 + 2 \times 2^2 - 2 \times 3 + 1 = 8 + 8 - 6 + 1 = 11$$

11. 연립부등식 $\begin{cases} 3(2x-3) < 9 \\ 2(5-x) \leq 18 \end{cases}$ 의 해 x 에 대하여 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① x 가 될 수 있는 수는 7 개이다.
② x 가 될 수 있는 수 중 자연수의 개수는 2 개이다.
③ x 가 될 수 있는 수 중 0 보다 큰 홀수의 개수는 1 개이다.
④ x 가 될 수 있는 수 중 0 보다 작은 정수의 개수는 4 개이다.
⑤ x 가 될 수 있는 수 중 0 보다 큰 짝수의 개수는 2 개이다.

해설

$$3(2x-3) < 9 \Rightarrow x < 3$$

$$2(5-x) \leq 18 \Rightarrow x \geq -4 \quad x \text{가 될 수 있는 수는}$$

$$-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2$$

12. 연립부등식
$$\begin{cases} 4(2-x) \leq 5 \\ \frac{1}{3}x + \frac{2}{3} > 1 \\ 2x-3 \leq 5 \end{cases}$$
 를 풀어라.

- ① $\frac{3}{4} < x \leq 4$ ② $1 < x \leq 4$ ③ $\frac{3}{4} \leq x < 1$
 ④ $\frac{3}{4} \leq x < 4$ ⑤ $1 \leq x < 4$

해설

$$\begin{cases} 4(2-x) \leq 5 \\ \frac{1}{3}x + \frac{2}{3} > 1 \\ 2x-3 \leq 5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \geq \frac{3}{4} \\ x > 1 \\ x \leq 4 \end{cases}$$

$$\therefore 1 < x \leq 4$$

13. 다음 그림은 연립부등식 $\begin{cases} 5-3x < a \\ 2x+3 \leq 7 \end{cases}$ 의 해를 수직선 위에 나타낸 것이다. 이때, 상수 a 의 값은?



- ① 5 ② 6 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

(i) $5-3x < a, x > \frac{5-a}{3}$

(ii) $2x+3 \leq 7, x \leq 2$

$\frac{5-a}{3} < x \leq 2$ 와 $-1 < x \leq 2$ 가 같으므로

$\frac{5-a}{3} = -1, 5-a = -3$

$\therefore a = 8$

14. 연립부등식 $\begin{cases} 3x - 9 < 6x \\ 4x + 12 > 8x + 12a \end{cases}$ 의 해가 존재하도록 하는 상수 a 의 값의 범위는?

- ① $a < -2$ ② $a > -2$ ③ $a \leq -2$
④ $a < 2$ ⑤ $a > 2$

해설

- ① $3x - 9 < 6x, x > -3$
② $4x + 12 > 8x + 12a, x < -3a + 3$
해가 존재하려면 $-3a + 3 > -3, a < 2$

15. 300 원짜리 사과와 200 원짜리 귤을 합하여 15 개를 사는데 금액을 3950 원 이하로 꿀보다 사과를 많이 사려고 한다. 이 조건을 만족하여 살 수 있는 사과의 개수는 최대 몇 개인가?

▶ 답: 개

▶ 정답 : 9개

해설

사과의 개수 : x 개, 귤의 개수 : $(15 - x)$ 개

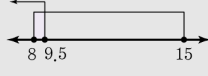
$$\begin{cases} 300x + 200(15 - x) \leq 3950 \cdots \textcircled{7} \\ 8 \leq x \leq 15 \end{cases}$$

$$\textcircled{7} : 300x + 3000 - 200x \leq 3950$$

$$100x \leq 3950 - 3000$$

$$100x \leq 950$$

$$\therefore x < 9.5$$



따라서 살 수 있는 사과 최대 개수는 9 개이다.

16. 어떤 삼각형의 세변의 길이가 a , $a+4$, $a+6$ 이라고 할 때, 가능한 a 의 범위로 옳은 것은?

① $a < 2$

② $a > 2$

③ $0 < a < 2$

④ $0 \leq a < 2$

⑤ $0 < a \leq 2$

해설

삼각형은 가장 긴 변의 길이가 나머지 두 변의 길이의 합보다 작아야 하므로, $a+6 < a+(a+4)$ 이고 정리하면 $a > 2$ 이다.

17. 부등식 $|x + 1| < 1 + |2 - x|$ 을 풀어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x < 1$

해설

$|x + 1| < 1 + |2 - x|$ 에서

i) $x < -1$ 일 때,

$$-(x + 1) < 1 + (2 - x)$$

$\therefore -1 < 3$ 이므로 성립

$\therefore x < -1$

ii) $-1 \leq x < 2$ 일 때,

$$x + 1 < 1 + 2 - x$$

$\therefore 2x < 2$

$\therefore x < 1$

조건과 공통 범위를 구하면 $-1 \leq x < 1$

iii) $x \geq 2$ 일 때,

$$x + 1 < 1 - (2 - x)$$

$\therefore 1 < -1$ 이므로 모순

i), ii), iii)에서 구하는 부등식의 해는 $x < 1$

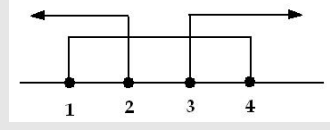
18. 부등식 $|x^2 - 5x + 5| \leq 1$ 을 만족하는 정수 x 의 개수는?

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$$\begin{aligned} &|x^2 - 5x + 5| \leq 1 \\ \Rightarrow &x^2 - 5x + 5 \geq -1, \quad x^2 - 5x + 5 \leq 1 \\ \text{i) } &x^2 - 5x + 5 \geq -1 \\ &x^2 - 5x + 6 \geq 0 \\ \Rightarrow &(x-2)(x-3) \geq 0 \\ \Rightarrow &x \leq 2 \text{ 또는 } x \geq 3 \\ \text{ii) } &x^2 - 5x + 5 \leq 1 \\ &x^2 - 5x + 4 \leq 0 \\ \Rightarrow &(x-1)(x-4) \leq 0 \\ \Rightarrow &1 \leq x \leq 4 \end{aligned}$$

공통부분을 구하면,



$$\Rightarrow 1 \leq x \leq 2 \text{ 또는 } 3 \leq x \leq 4$$

$$\therefore x = 1, 2, 3, 4$$

19. 모든 실수 x 에 대하여 $(a^2 - 1)x^2 - (a - 1)x + 1 > 0$ 이 성립할 때 a 의 범위를 구하면?

① $a < -\frac{2}{3}, a \geq 1$ ② $-1 < a < 1$ ③ $a < -1, a > 1$

④ $a < -\frac{5}{3}, a \geq 1$ ⑤ $-\frac{5}{3} < a < 1$

해설

(1) $a = 1$ 일 때
(좌변) $= 1 > 0$ 이므로 항상 성립한다.
(2) $a \neq 1$ 일 때
주어진 식이 성립하려면
 $a^2 - 1 > 0$, $D < 0$ 이어야 한다.
따라서 $a^2 - 1 > 0$ 에서 $(a - 1)(a + 1) > 0$
 $\therefore a < -1, a > 1$
또 $D = (a - 1)^2 - 4(a^2 - 1) < 0$ 에서
 $3a^2 + 2a - 5 > 0, (3a + 5)(a - 1) > 0$
 $\therefore a < -\frac{5}{3}, a > 1$
(1), (2)에서 $a < -\frac{5}{3}, a \geq 1$

20. 부등식 $0 \leq x \leq 2$ 의 영역이 부등식 $x^2 - ax + a^2 - 4 \leq 0$ 의 영역에 포함되도록 하는 실수 a 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

부등식 $0 \leq x \leq 2$ 의 영역이 부등식 $x^2 - ax + a^2 - 4 \leq 0$ 의 영역에 포함되어야하므로

$0 \leq x \leq 2$ 에서

$x^2 - ax + a^2 - 4 \leq 0$ 이어야 한다.

$f(x) = x^2 - ax + a^2 - 4$ 라 하면

$0 \leq x \leq 2$ 에서

$f(x) \leq 0$ 이어야 하므로

$y = f(x)$ 의 그래프는 아래 그림과 같아야 한다.

$f(0) = a^2 - 4 \leq 0$ 에서

$-2 \leq a \leq 2 \cdots \textcircled{1}$

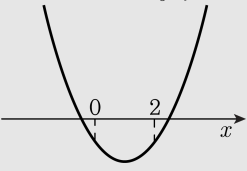
$f(2) = a^2 - 2a \leq 0$ 에서

$0 \leq a \leq 2 \cdots \textcircled{2}$

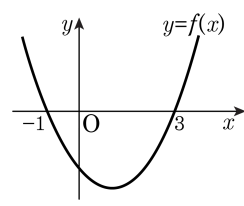
①, ②의 공통 범위를 구하면 $0 \leq a \leq 2$

따라서, 최댓값은 $M = 2$, 최솟값은 $m = 0$ 이므로

$M - m = 2$



21. 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차방정식 $f(2x - 1) = 0$ 의 두 근의 합은?



- ① -1 ② 0 ③ 1
 ④ 2 ⑤ 3

해설

$y = f(x)$ 의 그래프와 x 축의 교점의 x 좌표가 $-1, 3$ 이므로
 $f(x) = a(x + 1)(x - 3)$ ($a > 0$)으로 놓을 수 있다.
 이때, $f(2x - 1) = a(2x - 1 + 1)(2x - 1 - 3) = 4ax(x - 2)$ 이므로
 $f(2x - 1) = 0$ 에서
 $4ax(x - 2) = 0$
 $\therefore x = 0$ 또는 $x = 2$
 따라서 두 근의 합은 2이다.

22. 이차함수 $y = (x - 5)^2 + 1$ 의 그래프와 직선 $y = a$ 가 만나는 두 점을 각각 P, Q 라 하자. $PQ = 10$ 일 때, 상수 a 의 값은?

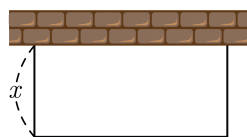
① 16 ② 20 ③ 22 ④ 26 ⑤ 30

해설

이차함수 $y = (x - 5)^2 + 1$ 의 그래프는
직선 $x = 5$ 에 대하여 대칭이고
 $PQ = 10$ 이므로 두 점 P, Q 의 x 좌표는
각각 0, 10 이다.
따라서 점 P (또는 Q) 의 y 좌표를 구하면
 $(0 - 5)^2 + 1 = 26$ 이므로
 $\therefore a = 26$

23. 다음 그림과 같이 20m 인 철망으로 직사각형의 모양의 닭장을 만들려고 한다. 넓이가 최대가 되도록 하는 x 의 값은?

- ① 3 m ② 4 m ③ 5 m
④ 6 m ⑤ 7 m



해설

직사각형의 세로의 길이를 x , 가로 길이를 $20 - 2x$ 라고 하면,
 $y = x(20 - 2x)$
 $= -2x^2 + 20x$
 $= -2(x - 5)^2 + 50$
 $x = 5$ 일 때, 최댓값은 50 이다.

24. 삼차방정식 $x^3 = 1$ 의 한 허근을 ω 라 할 때, 다음<보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $\bar{\omega}$ 는 ω 의 켤레복소수이다.)

보기

$\textcircled{\tiny \Gamma} \quad \omega + \frac{1}{\omega} = -1$ $\textcircled{\tiny \Delta} \quad \omega^2 + \bar{\omega}^2 = 1$
 $\textcircled{\tiny \Xi} \quad (\omega + 1)(\bar{\omega} + 1) = 1$

- ① $\textcircled{\tiny \Gamma}$ ② $\textcircled{\tiny \Gamma}, \textcircled{\tiny \Delta}$ ③ $\textcircled{\tiny \Delta}, \textcircled{\tiny \Xi}$
④ $\textcircled{\tiny \Gamma}, \textcircled{\tiny \Xi}$ ⑤ $\textcircled{\tiny \Gamma}, \textcircled{\tiny \Delta}, \textcircled{\tiny \Xi}$

해설

$x^3 = 1,$
 $x^3 - 1 = 0,$
 $(x - 1)(x^2 + x + 1) = 0$
 $w^2 + w + 1 = 0 \cdots \textcircled{\tiny 1}$
 $\bar{w}^2 + \bar{w} + 1 = 0 \cdots \textcircled{\tiny 2}$
 $\textcircled{\tiny \Gamma}$ ①식을 w 로 나누면 $w + \frac{1}{w} = -1$
 $\textcircled{\tiny \Delta}$ $x^2 + x + 1 = 0$ 의 두 근 $w, \bar{w}$
 $w + \bar{w} = -1, w\bar{w} = 1$
 $w^2 + \bar{w}^2 = (w + \bar{w})^2 - 2w\bar{w} = 1 - 2 = -1$
 $\textcircled{\tiny \Xi}$ $(w + 1)(\bar{w} + 1)$
 $= w\bar{w} + w + \bar{w} + 1 = 1 - 1 + 1 = 1$
 $\therefore \textcircled{\tiny \Gamma}, \textcircled{\tiny \Xi}$ 맞음

25. 이차부등식 $x^2 + ax + b < 0$ 을 풀 때, 근우는 b 를 잘못보고 풀어서 $1 < x < 3$ 이라는 해를 얻었고, 기원이는 a 를 잘못보고 풀어서 $-2 < x < 4$ 이라는 해를 얻었다. 이 부등식의 옳은 해는?

① $-1 < x < 2$

② $-2 < x < 3$

③ $2 - 2\sqrt{5} < x < 2 + 2\sqrt{5}$

④ $1 - \sqrt{3} < x < 1 + \sqrt{3}$

⑤ $2 - 2\sqrt{3} < x < 2 + 2\sqrt{3}$

해설

$$1 < x < 3 \Leftrightarrow (x-1)(x-3) < 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 < 0$$

$$\therefore a = -4$$

$$-2 < x < 4 \Leftrightarrow (x+2)(x-4) < 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 8 < 0$$

$$\therefore b = -8$$

$$x^2 - 4x - 8 < 0$$

$$\therefore 2 - 2\sqrt{3} < x < 2 + 2\sqrt{3}$$