

1. 직선 $x + y = 2$ 위에 있고, 두 점 A(2, 3), B(3, 2)에 이르는 거리가 같은 점 P의 좌표는?

① (0, 2)

② (1, 1)

③ (2, 0)

④ (3, -1)

⑤ (4, -2)

해설

점 P의 좌표를 $P(a, 2-a)$ 로 놓으면

$$\begin{aligned}\overline{PA} &= \sqrt{(a-2)^2 + (2-a-3)^2} \\ &= \sqrt{2a^2 - 2a + 5}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\overline{PB} &= \sqrt{(a-3)^2 + (2-a-2)^2} \\ &= \sqrt{2a^2 - 6a + 9}\end{aligned}$$

그런데 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로 $\overline{PA}^2 = \overline{PB}^2$ 에서

$$2a^2 - 2a + 5 = 2a^2 - 6a + 9$$

$$4a = 4 \text{에서 } a = 1$$

$$\therefore P(1, 1)$$

2. 사차방정식 $x^4 + 3x^2 - 10 = 0$ 의 모든 실근의 곱은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$x^4 + 3x^2 - 10 = 0 \text{에서}$$

$x^2 = t$ 로 치환하면

$$t^2 + 3t - 10 = 0, (t + 5)(t - 2) = 0$$

$$\therefore t = -5 \text{ 또는 } t = 2$$

$$\therefore x = \pm \sqrt{5}i \text{ 또는 } x = \pm \sqrt{2}$$

따라서 모든 실근의 곱은

$$\sqrt{2} \times (-\sqrt{2}) = -2$$

3. 두 점 A (-5, 1), B (3, 5)에서 같은 거리에 있는 y 축 위의 점의 좌표는?

① (0, 0)

② (0, 1)

③ (0, 3)

④ (0, 4)

⑤ (0, -1)

해설

y 축 위의 점을 Q (0, a) 라 하면 $\overline{AQ} = \overline{QB}$

$$\therefore (0 + 5)^2 + (a - 1)^2 = (0 - 3)^2 + (a - 5)^2$$

정리하면 $a = 1 \quad \therefore Q (0, 1)$

4. 직선 $5x + 2y + 1 = 0$, $2x - y + 4 = 0$ 의 교점을 지나고, 직선 $x + y + 1 = 0$ 에 수직인 직선의 방정식은?

- ① $x + y + 3 = 0$ ② $x - y + 3 = 0$ ③ $x + y - 3 = 0$
④ $x - y - 3 = 0$ ⑤ $2x + y + 3 = 0$

해설

두 직선 $5x + 2y + 1 = 0$, $2x - y + 4 = 0$ 의
교점을 지나는 직선의 방정식은

$$(5x + 2y + 1) + k(2x - y + 4) = 0$$

$$\therefore (5 + 2k)x + (2 - k)y + (1 + 4k) = 0 \cdots ⑦$$

이 직선이 $x + y + 1 = 0$ 에 수직이므로

$$(-1) \times \frac{2k + 5}{k - 2} = -1$$

$$\therefore k = -7 \cdots ⑧$$

⑧을 ⑦에 대입하면 구하는

직선의 방정식은 $x - y + 3 = 0$

(보충)

두 직선 $ax + by + c = 0$, $a'x + b'y + c' = 0$ 의

교점을 지나는 직선은

$$ax + by + c + k(a'x + b'y + c') = 0$$

5. 두 원 $x^2 + y^2 = 4$, $x^2 + y^2 - 4x - 4y = 0$ 의 교점과 점 $(-1, 1)$ 을 지나는 원의 넓이는?

- ① π ② 2π ③ 4π ④ 8π ⑤ 16π

해설

두 원의 교점을 지나는 원의 방정식은

$$(x^2 + y^2 - 4) + k(x^2 + y^2 - 4x - 4y) = 0 \cdots ⑦$$

⑦이 점 $(-1, 1)$ 을 지나므로

⑦에 대입하여 정리하면 $k = 1$

$$\therefore x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0 \text{ 이므로}$$

$$(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 4$$

따라서, 반지름의 길이가 2이므로 원의 넓이는 4π 이다.