1. 다음의 연립방정식을 대입법을 이용하여 풀었을 때, 이를 만족하는 해 $(x,\ y)$ 가 사분면에서 다른 곳에 위치하는 것을 고르면?

① $\begin{cases} y = 2x \\ 3x + y = 15 \end{cases}$

② $\begin{cases} 3x + y = 4 \\ x = 2y - 1 \end{cases}$

③ $\begin{cases} y = 3x + 1 \\ x + y = 7 \end{cases}$

④ $\begin{cases} x = y + 3 \\ x = 2y \end{cases}$

⑤ $\begin{cases} y = 2x - 1 \\ x - y = 3 \end{cases}$

해설

① $x = 3,\ y = 6$
② $x = 1,\ y = 1$
③ $x = \dfrac{3}{2},\ y = \dfrac{11}{2}$
④ $x = 6,\ y = 3$
⑤ $x = -2,\ y = -5$

2. 다음 연립방정식의 해를 순서쌍 $(x,\ y)$로 나타낸 것은?

$$0.5x - 0.1y - 0.2 = 0.3x + 0.1 = 1$$

① $(4,\ -2)$ ② $(2,\ 1)$ ③ $(-3,\ 1)$
④ $(3,\ 3)$ ⑤ $(1,\ 5)$

해설

$5x - y - 2 = 3x + 1 = 10$
$5x - y - 2 = 10,\ 5x - y = 12$
$3x + 1 = 10,\ 3x = 9,\ x = 3$
따라서 $15 - y = 12,\ y = 3$ 이다.

3. 5000 원권 지폐와 1000 원권 지폐를 세었더니 모두 24 장이고, 68000 원이었다. 이때, 1000 원권은 몇 장인지 구하여라.

▶ 답 : 장

▷ 정답 : 13 장

해설

5000 원권 지폐 x 장, 1000 원권 지폐 y 장을 세었다고 하면

$$\begin{cases} x+y=24 \\ 5000x+1000y=68000 \end{cases}$$

연립하여 풀면 $x=11,\ y=13$ 이다.

4. x가 $-2, -1, 0, 1, 2$일 때, 부등식 $-3x+1 \le 1$의 해의 개수는?

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$-3x+1 \le 1$에서
$x=0$이면 $-3\times 0+1 \le 1$ (참)
$x=1$이면 $-3\times 1+1 \le 1$ (참)
$x=2$이면 $-3\times 2+1 \le 1$ (참)
$-3x+1 \le 1$를 만족하는 해의 개수는 3개이다.

5. 부등식 $x-3 \geq 4x+3$ 의 해는?

① $x \geq 2$　② $x \leq 2$　③ $x < 2$

④ $x \leq -2$　⑤ $x \geq -2$

해설

$x-3 \geq 4x+3$

$-3x \geq 6$

$\therefore\ x \leq -2$

6. 다음 부등식을 만족하는 가장 큰 정수를 구하여라.

$\frac{5+3x}{2} \le \frac{3-x}{4} + 1$

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$\frac{5+3x}{2} \le \frac{3-x}{4} + 1$ 의 양변에 4 를 곱하면

$2(5+3x) \le 3-x+4$

$10+6x \le -x+7$

$7x \le -3$

$x \le -\frac{3}{7}$

따라서 가장 큰 정수는 -1 이다.

7. 연립부등식 $\begin{cases} 3x+2 \le 8 \\ -2x+3 < 7 \end{cases}$ 을 만족시키는 자연수의 개수는?

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$\begin{cases} 3x+2 \le 8 \\ -2x+3 < 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \le 2 \\ x > -2 \end{cases}$

$\therefore -2 < x \le 2$

따라서 자연수인 x는 1, 2의 2개이다.

8. 부등식 $6(x-3) < 4x+17 \le 6(x-2)$ 를 만족시키는 x 의 값 중 가장 큰 정수와 가장 작은 정수의 차를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$6(x-3) < 4x+17 \le 6(x-2)$ 를 정리하면

$\begin{cases} 6(x-3) < 4x+17 \\ 4x+17 \le 6(x-2) \end{cases}$ →

$\begin{cases} 6x-4x < 17+18 \\ 4x-6x \le -12-17 \end{cases}$ →

$\begin{cases} x < \frac{35}{2} \\ x \ge \frac{29}{2} \end{cases}$

$\frac{29}{2} \le x < \frac{35}{2}$ 이므로

가장 큰 정수는 17

가장 작은 정수는 15

따라서 두 수의 차는 $17-15=2$ 이다.

9. 자연수 x, y에 대하여 연립방정식 $x+y=6$, $3x-y=2$ 의 해는 순서쌍 $(p,\ q)$ 이다. 이때, $2p+q^2$ 의 값은?

① 15 ② 16 ③ 18 ④ 20 ⑤ 21

해설

$x+y=6$ 을 만족하는 자연수 x, y 의 순서쌍은
$(1,\ 5)$, $(2,\ 4)$, $(3,\ 3)$, $(4,\ 2)$, $(5,\ 1)$
$3x-y=2$ 를 만족하는 자연수 x, y 의 순서쌍은
$(1,\ 1)$, $(2,\ 4)$, $(3,\ 7)$, $(4,\ 10)\cdots$
$(2,\ 4)$
$\therefore\ 2p+q^2=4+16=20$

10. A가 $x+2y=9$, B가 $2x+ay=5$이고, A와 B의 공통해 (x,y)가 존재하지 않을 때, a의 값은?

① 3 ② 4 ③ $\frac{5}{2}$ ④ $\frac{5}{6}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

해설

공통해가 존재하지 않으르면 직선의 기울기가 같아야 한다.

A의 기울기 : $-\frac{1}{2}$

B의 기울기 : $-\frac{2}{a}$

$-\frac{1}{2}=-\frac{2}{a}$

$\therefore\ a=4$

11. 두 자리의 자연수가 있다. 십의 자리의 숫자와 일의 자리의 숫자의 합은 6 이고, 십의 자리의 숫자와 일의 자리의 숫자를 바꾼 수는 처음 수보다 18 이 만큼 커진다고 한다. 처음 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

십의 자리의 숫자를 x, 일의 자리의 숫자를 y 라고 하면

$$\begin{cases} x+y=6 \\ 10y+x=(10x+y)+18 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+y=6 & \cdots ㉠ \\ 9x-9y=-18 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=2,\ y=4$ 이다.
처음 수는 24 이다.

12. 산악회 모임의 전체 회원 수는 48 명이다. 이번 등산에 남자 회원의 $\frac{3}{8}$ 과 여자 회원의 $\frac{1}{2}$ 이 참가하여 모두 20 명이 모였다. 이 산악회의 여자 회원 수를 구하여라.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 16 명

해설

남자 회원 수를 x명 , 여자 회원 수를 y명이라 하면

$\begin{cases} x+y=48 \\ \frac{3}{8}x+\frac{1}{2}y=20 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} x+y=48 \\ 3x+4y=160 \end{cases}$

$\therefore\ x=32,\ y=16$

13. 가람이가 집에서 10km 떨어진 예은이네 집까지 자전거를 타고 가려고 출발하였다. 자전거를 타고 시속 12km 로 달리다가 도중에 자전거가 고장나서 시속 4km 로 걸어갔더니 모두 2 시간이 걸렸다. 자전거를 타고 간 거리는 몇 km 인가?

① 3km ② 4km ③ 6km ④ 7km ⑤ 8km

해설

자전거를 타고 간 거리를 $x$km , 걸어간 거리를 $y$km 라 하면
가람이 집에서 예은이의 집까지의 거리가 총 10km 이므로 $x+y=10$ 이고 총 2 시간이 소요되었기 때문에

$$\begin{cases} x+y=10 & \cdots(1) \\ \dfrac{x}{12}+\dfrac{y}{4}=2 & \cdots(2) \end{cases}$$

(2) 의 양변에 12 를 곱하면 $x+3y=24$ $\cdots(3)$
(3) – (1) 하면
$2y=14$
$y=7$
$y=7$ 을 (1) 에 대입하면 $x=3$ 이다.
따라서 자전거를 타고간 거리는 3km 이다.

14. 둘레의 길이가 800m 인 호수가 있다. 요섭이와 승현이가 호수의 둘레를 동시에 같은 방향으로 돌면 10 분 후에 만나고, 반대 방향으로 돌면 2 분 후에 만난다고 한다. 요섭이의 속력이 승현이의 속력보다 빠르다고 할 때, 요섭이의 속력은?

① 100m/ 분 ② 200m/ 분 ③ 240m/ 분
④ 260m/ 분 ⑤ 300m/ 분

해설

요섭이의 속력을 xm/분 , 승현이의 속력을 ym/분
$10(x-y)=800$, $2x+2y=800$ 을 연립하여 풀면
$\therefore\ x=240,\ y=160$
요섭이의 속력 240m/분

15. $3(x+2) > 7(x-1)+1$ 을 만족하는 정수 중 가장 큰 정수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$3(x+2) > 7(x-1)+1$
$-4x > -12$
$x < 3$
따라서 가장 큰 정수 x 는 2 이다.

16. 다음 그림은 연립부등식 $\begin{cases} 2-x<a \\ 3x-1 \le 11 \end{cases}$ 의 해를 수직선 위에 나타낸 것이다. 이때, 상수 a의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

(i) $2-x<a$, $x>2-a$

(ii) $3x-1 \le 11$, $x \le 4$

$2-a<x \le 4$ 와 $3<x \le 4$와 같으므로

$2-a=3$

$\therefore\ a=-1$

17. 관희는 3% 의 설탕물 500g 을 이용하여 10% 이상의 설탕물을 만들려고 한다. 증발시켜야 하는 물의 양을 구하여라.

▶ 답 : g이상

▷ 정답 : 350 g이상

해설

3% 의 설탕물 500g 에 들어있는 설탕의 양은 $\frac{3}{100} \times 500 = 15(\text{g})$ 이다. 물을 증발시켜도 설탕의 양은 변화가 없다. 증발시켜야 할 물의 양을 xg 이라고 하면 설탕물의 농도는 $\frac{(\text{설탕의 양})}{(\text{설탕물의 양})} \times 100 = \frac{15}{500-x} \times 100(\%)$ 가 된다.

$\frac{15}{500-x} \times 100 \geq 10$

$\frac{1500}{10} \geq 500 - x$

$150 \geq 500 - x$

$x \geq 350$

물을 350g 이상을 증발시켜야 한다.

18. 두 개의 미지수 x, y 를 갖는 연립방정식 $\begin{cases} 3x-2y=7 \\ -6x+4y=k \end{cases}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?(정답 2개)

① $k=-14$ 일 때, 무수히 많은 해를 가진다.

② $k=-14$ 일 때, 해는 없다.

③ $k=-7$ 일 때, 무수히 많은 해를 가진다.

④ $k=-7$ 일 때, 해는 없다.

⑤ k 의 값에 관계없이 $x=0$, $y=0$ 을 해로 갖는다.

해설

$k=-14$ 이면 두 식은 일치하므로 해가 무수히 많다.

19. $a < 0$이고 다음 보기의 두 부등식이 해가 같을 때, 구한 상수 a의 값이 $\frac{17c}{d}$이다. $2c+d$의 값을 구하여라. (단, $c > d$)

보기

$$\frac{-5x+6}{2a} < \frac{2x}{3},\ \frac{2}{5}\left(\frac{1}{2}x-1\right) < 0.7(3x+2)$$

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$\frac{2}{5}\left(\frac{1}{2}x-1\right) < 0.7(3x+2)$의 양변에 10을 곱하면

$2x-4 < 21x+14$

$\therefore\ x > -\frac{18}{19}$

$\frac{-5x+6}{2a} < \frac{2x}{3}$의 양변에 $6a$를 곱하면

$-15x+18 > 4ax$

$18 > (4a+15)x$

두 부등식의 해가 같으므로 $4a+15 < 0$이고

$x > \frac{18}{4a+15}$

$\frac{18}{4a+15} = -\frac{18}{19}$

$4a+15 = -19$

$a = -\frac{17}{2}$

$-\frac{17}{2} = \frac{17c}{d}$

$c = 1,\ d = -2 (c > d)$

$\therefore\ 2c+d = 2-2 = 0$

20. 연립부등식 $\begin{cases} -3x \le 2(1-x) \\ 4+x < -2x+a \end{cases}$ 를 만족하는 정수가 3개만 존재하도록 하는 상수 a의 값의 범위는?

① $a < 4$ ② $4 < a < 7$ ③ $a \le 7$

④ $4 < a \le 7$ ⑤ $4 \le a \le 7$

해설

$\begin{cases} -3x \le 2(1-x) \\ 4+x < -2x+a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \ge -2 \\ x < \dfrac{a-4}{3} \end{cases}$

정수 x는 $-2, -1, 0$이므로 $0 < \dfrac{a-4}{3} \le 1$

$\therefore\ 4 < a \le 7$

21. 버스요금은 1 인당 900 원 씩이고, 택시는 기본 2 km 까지는 요금이 1900 원이고, 이 후로는 200 m 당 100 원씩 올라간다고 한다. 버스와 택시가 같은 길을 따라간다고 할 때, 네 명이 함께 이동할 때, 버스를 타는 것보다 택시를 타는 것이 유리한 것은 몇 km 떨어진 지점까지인가?

① 5 km 미만 ② 5.4 km 미만 ③ 4.2 km 이하
④ 4.2 km 미만 ⑤ 5.2 km 미만

해설

택시 요금이 100 원 씩 올라가는 횟수를 x 회 라 하면
$900 \times 4 > 1900 + 100x$
$1700 > 100x$
$x < 17$
$\therefore\ 2 + 0.2 \times 17 = 2 + 3.4 = 5.4$
따라서 택시를 타는 것이 유리한 것은 5.4 km 미만까지 이다.

22. 4% 의 설탕물과 12% 의 설탕물 200g 을 섞어서 농도가 9% 이상인 설탕물을 만들려고 한다. 이때, 4% 의 설탕물을 섞은 양의 범위는?

① 100g 이하 ② 110g 이하 ③ 120g 이하
④ 130g 이하 ⑤ 140g 이하

해설

구하려는 설탕물을 x라 하면

$$\frac{4}{100} \times x + \frac{12}{100} \times 200 \geq \frac{9}{100} \times (200 + x)$$

$\therefore\ x \leq 120\ (\mathrm{g})$

23. $3x-2(x+y)=2x-y=6$ 일 때, x^2-y^2 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$3x-2(x+y)=2x-y=6$ 을
연립하여 풀면 $x=2,\ y=-2$
$\therefore\ x^2-y^2=4-4=0$

24. 어떤 도시가 A 구와 B 구로 나뉘어져 있다. 만약 A 구의 인구의 $\frac{1}{4}$을 B 구로 이동시키면, A 구의 인구는 B 구의 인구의 절반이 되고, B 구의 인구 중 10 만 명이 다른 도시로 빠져나간다면, 두 구의 인구수는 같아진다고 할 때, 도시 전체의 인구수를 구하여라.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 90만 명

해설

현재 A 구의 인구를 x만 명, B 구의 인구를 y만 명이라 하면,

$2(x-\frac{1}{4}x)=y+\frac{1}{4}x$ 에서 $5x=4y$

$y-10=x$ 에서 $y=x+10$

두 식을 연립하여 풀면

$x=40$ 만, $y=50$ 만

따라서 도시 전체의 인구수는 A 구와 B 구의 인구수의 합과 같으므로 90 만 명이다.

25. 부등식 $k-1>\left|\frac{1}{2}x-1\right|$ 의 해가 존재하기 위한 상수 k 의 범위를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $k>1$

해설

$k-1>\left|\frac{1}{2}x-1\right|$ 에서

$-k+1<\frac{1}{2}x-1<k-1$

$-k+2<\frac{1}{2}x<k$

$-2k+4<x<2k$

이 때, 부등식의 해가 존재하기 위해서는

$-2k+4<2k$

$\therefore\ k>1$