

1. 두 수 $2^4 \times 5^4$, $2^3 \times 5^m \times 7$ 의 최대공약수가 $2^3 \times 5^3$ 일 때, m 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

최대공약수가 $2^3 \times 5^3$ 이고
 $2^4 \times 5^4$ 에서 5 의 지수가 4 이므로
 $2^3 \times 5^m \times 7$ 에서 5 의 지수가 3 이어야 한다.
따라서 $m = 3$

2. 유리수 $-\frac{27}{10}$ 과 $\frac{7}{3}$ 사이에 있는 모든 정수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

▷ 정답 : -1

▷ 정답 : 0

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 2

해설

$-\frac{27}{10} = -2\frac{7}{10}$, $\frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$ 이므로 두 수 사이의 정수는
-2, -1, 0, 1, 2
∴ -2, -1, 0, 1, 2

3. 방정식 $3(2x - 1) = x + 12$ 을 풀면?

- ① 3 ② -3 ③ 0 ④ -1 ⑤ 2

해설

$$6x - 3 = x + 12$$

$$5x = 15$$

$$\therefore x = 3$$

4. 십의 자리의 숫자가 일의 자리 숫자의 2배인 두 자리의 자연수가 있다. 이 수의 일의 자리 숫자와 십의 자리 숫자를 바꾸면 처음보다 18이 작다. 일의 자리 숫자를 x 라 할 때, 처음 수를 구하기 위한 식으로 옳은 것은?
- ① $20x + x = 10x + x - 18$
- ② $2x + x = 10x + 2x + 18$
- ③ $20x + x = 10x + 2x + 18$
- ④ $10x + x + 18 = x + 10$
- ⑤ $10 + x + 2x = x + 18 + 2x$

해설

일의 자리 숫자가 x 이므로 십의 자리 숫자는 $2x$ 이고 이 자연수는 $10 \times 2x + x = 20x + x$ 이다.

일의 자리 숫자와 십의 자리 숫자를 바꾼 것은 $10x + 2x$ 이다.

5. 수직선 위에서 $-\frac{19}{5}$ 에 가장 가까운 정수를 a , $\frac{19}{7}$ 에 가장 가까운 정수를 b 라고 할 때, $b - a$ 의 값은?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$a = -4, \quad b = 3$$

$$b - a = 3 + 4 = 7$$

6. 어떤 일을 하는 데 근면이가 하면 28 일, 성실이가 하면 20 일 걸린다고 한다. 근면이와 성실이가 10 일 동안 함께 일하고, 나머지는 근면이가 혼자 맡아서 하였다. 일을 완성하는 데 모두 며칠이 걸리는지 구하여라.

▶ 답 : 일

▶ 정답 : 14 일

해설

근면이가 하루에 하는 양 : $\frac{1}{28}$
성실이가 하루에 하는 양 : $\frac{1}{20}$
근면이 혼자 일한 날 수 : x
$$\left(\frac{1}{28} + \frac{1}{20}\right) \times 10 + \frac{1}{28} \times x = 1$$
$$\left(\frac{5}{140} + \frac{7}{140}\right) \times 10 + \frac{1}{28}x = 1$$
$$\frac{12}{140} \times 10 + \frac{1}{28}x = 1$$
$$\frac{6}{7} + \frac{1}{28}x = 1$$
$$\frac{1}{28}x = \frac{1}{7}$$
$$\therefore x = 4$$

따라서 일을 완성하는 데 모두 $10 + 4 = 14$ 일 걸린다.

7. 신이는 집에서 도서관까지 시속 2km로 걸어가 책을 2시간 30분 동안 본 뒤, 다시 집까지 시속 3km로 걸어 왔다. 집을 나간 지 5시간 만에 집에 들어왔다. 집에서 도서관까지의 거리는?

① 2km ② 3km ③ 4km ④ 5km ⑤ 7km

해설

왕복하는데 걸린 시간은 $5 - 2.5 = 2.5$ (시간) 이므로
집에서 도서관까지의 거리를 x (km) 라 하면

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{3} = 2.5$$

$$5x = 15$$

$$x = 3$$

따라서 집에서 도서관까지의 거리는 3km 이다.

8. 5%의 소금물과 15%의 소금물을 섞어서 10%의 소금물 500g을 만들었다. 15%의 소금물 몇 g을 섞었는가?

① 200g ② 250g ③ 300g ④ 350g ⑤ 400g

해설

$$\begin{aligned} &15\% \text{ 소금물} : x, 5\% \text{ 소금물} : 500 - x \\ &\frac{5}{100} \times (500 - x) + \frac{15}{100} \times x = \frac{10}{100} \times 500 \\ &5(500 - x) + 15x = 5000 \\ &2500 - 5x + 15x = 5000 \\ &10x = 2500, x = 250 \end{aligned}$$

9. 다음 중 y 가 x 에 정비례하는 것은?

- ① 한권에 x 원 하는 공책 y 권의 값이 2000원이다.
- ② 시속 x km인 자동차로 y 시간 동안 달린 거리가 60km이다.
- ③ 밑변의 길이가 x cm이고 높이가 y cm인 삼각형의 넓이가 20 cm^2 이다.
- ④ 반지름의 길이가 x cm인 원의 넓이가 $y\text{ cm}^2$ 이다. (단, 원주율은 3.14로 계산)
- ⑤ 밑변의 길이가 x cm이고, 높이가 5cm인 평행사변형의 넓이가 $y\text{ cm}^2$ 이다.

해설

- ① $xy = 2000$ (반비례)
- ② $xy = 60$ (반비례)
- ③ $\frac{1}{2} \times x \times y = 20, xy = 40$ (반비례)
- ④ $y = 3.14x^2$
- ⑤ $y = 5x$ (정비례)

10. $y = \frac{18}{x}$ 의 그래프가 두 점 $(2, a)$, $(b, -6)$ 을 지날 때, $a-b$ 의 값은?

① -12

② 12

③ 3

④ 6

⑤ -3

해설

$$a = \frac{18}{2} = 9$$

$$-6 = \frac{18}{b}, b = -3$$

$$\therefore a - b = 9 - (-3) = 12$$

11. $y = \frac{a}{x} (a \neq 0)$ 의 그래프가 점 $(3, 1), (-2, b)$ 를 지날 때, $a+b$ 의 값은?

① $-\frac{3}{2}$

② -3

③ $\frac{9}{2}$

④ 3

⑤ $\frac{3}{2}$

해설

$x = 3, y = 1$ 을 $y = \frac{a}{x} (a \neq 0)$ 에 대입하면

$$1 = \frac{a}{3}$$

$$a = 3$$

$y = \frac{3}{x}$ 에 $(-2, b)$ 를 대입하면

$$b = \frac{3}{-2} = -\frac{3}{2}$$

$$\therefore a + b = 3 - \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$$

12. $7^x = 343$ 을 만족하는 x 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$7^3 = 343$ 이다. 따라서 $x = 3$ 이다.

13. $a \times b < 0$ 이고, a 의 절댓값은 $\frac{2}{3}$, b 의 절댓값은 $\frac{16}{15}$ 일 때, $a \div b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{5}{8}$

해설

$a \times b < 0$ 이므로 a, b 의 부호는 서로 반대이다.

따라서 $a = -\frac{2}{3}$ 일 때 $b = \frac{16}{15}$ 이면

$$a \div b = \left(-\frac{2}{3}\right) \div \frac{16}{15} = \left(-\frac{2}{3}\right) \times \frac{15}{16} = -\frac{5}{8} \text{ 이다.}$$

그리고 $a = \frac{2}{3}$ 일 때 $b = -\frac{16}{15}$ 이면

$$a \div b = \frac{2}{3} \div \left(-\frac{16}{15}\right) = \frac{2}{3} \times \left(-\frac{15}{16}\right) = -\frac{5}{8} \text{ 이다.}$$

14. $x < y < 0$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $|x| > y$

② $|x| > |y|$

③ $|y| > 0$

④ $|y| > x$

⑤ $|x| < |y|$

해설

수직선 위에서 음수에 대응하는 점들은 원점에서 멀어질수록 크기가 작아진다.

즉 두 음수에서는 절댓값이 큰 수가 작다.

따라서 $|x| > 0$, $|y| > 0$, $|x| > |y|$, $|y| > x$ 는 모두 성립한다.

15. 두 수 a, b 에 대하여 $a \circ b = 3ab - (a + b) + 1$ 이라고 약속할 때,
 $2\{x \circ (-2) + (5 \circ 2x)\} = 0$ 을 만족하는 x 의 값은?

- ① $\frac{1}{18}$ ② $\frac{1}{19}$ ③ $\frac{1}{20}$ ④ $\frac{1}{21}$ ⑤ $\frac{1}{22}$

해설

$$2\{x \circ (-2) + (5 \circ 2x)\} = 0 \text{ 을 기호의 약속대로 정리하면}$$

$$2\{-6x - (x - 2) + 1 + 30x - (5 + 2x) + 1\} = 0$$

$$2(-6x - x + 30x - 2x + 2 + 1 - 5 + 1) = 0$$

$$2(21x - 1) = 0$$

$$\therefore x = \frac{1}{21}$$

16. 수조에 물을 받는데, A 수도꼭지로 30 분 동안 물을 받으면 수조가 가득 차고 물을 뺄 때는 40 분이 걸린다. 수조에 물을 받으면서 동시에 물을 빼면 몇 분 만에 수조가 가득 차겠는지 구하여라.

▶ 답: 분

▶ 정답 : 120분

해설

꼭 채워진 물의 양을 1이라 할 때,

1 분 동안 A 수도꼭지에서 나오는 물의 양 : $\frac{1}{30}$

1 분 동안 빠지는 물의 양 : $\frac{1}{40}$

수조를 가득 채우는 데 걸리는 시간을 x 분이라 하면

$$\frac{1}{30}x - \frac{1}{40}x = 1$$

$$4x - 3x = 120$$

$$\therefore x = 120 \text{분}$$

17. 다음 중 옳은 것을 고르면?

- ① 1 은 소수이다.
- ② 모든 소수는 홀수이다.
- ③ 두 소수의 곱은 합성수이다.
- ④ 20 이하의 소수는 9 개이다.
- ⑤ 소수의 제곱은 항상 네 개의 약수를 갖는다.

해설

- ① 1 은 소수도 합성수도 아니다.
- ② 2 는 소수이지만 짝수이다.
- ④ 20 이하의 소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 이므로 총 8 개이다.
- ⑤ 소수 a 의 제곱은 항상 세 개의 약수 $(1, a, a^2)$ 를 갖는다.

소수의 제곱	약수
$2^2=4$	1, 2, 4
$3^2=9$	1, 3, 9
$5^2=25$	1, 5, 25
$\vdots$	$\vdots$

18. 자연수 n 에 대하여 $n!$ 은 n 이하의 모든 자연수의 곱이고, $S(n)$ 은 n 의 약수의 개수라고 정의한다. 이 때, $\frac{S(16!)}{S(15!)}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{4}{3}$

해설

$16! = 15! \times 16 = 15 \times 2^4$,
 $S(16!)$ 는 $S(15!)$ 보다 2 의 인수가 4 크다.
 $S(15!)$ 의 2 의 인수 $\rightarrow 2^{11}$,
 $S(16!)$ 의 2 의 인수 $\rightarrow 2^{15}$
 $\therefore \frac{S(16!)}{S(15!)} = \frac{16}{12} = \frac{4}{3}$

19. 유리수 x 에 대하여 $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수일 때,
$$\left[\frac{1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5097 + 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5094}{1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5096 + 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5095} \right]$$
 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5096

해설

$$\begin{aligned} & 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5096 + 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5095 \\ &= (1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5095) \times (5096 + 1) \\ &= (1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5095) \times 5097 \\ & \frac{1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5097 + 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5094}{1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5096 + 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5095} \\ &= \frac{(1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5095) \times 5097}{(1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5095) \times 5097} \\ &+ \frac{1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5094}{(1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5095) \times 5097} \\ &\text{이므로} \\ &\frac{1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5097}{(1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5095) \times 5097} = 5096, \\ &\frac{1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5094}{(1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5095) \times 5097} = 0. \times \times \times \times \text{이다.} \\ &\left[\frac{1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5097 + 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5094}{1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5096 + 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5095} \right] = \\ &[5096. \times \times \times \times] = 5096 \end{aligned}$$

20. 점 $\left(4, \frac{7}{2}\right)$ 을 지나고 y 축에 평행한 직선이 두 정비례 관계 $y = \frac{7}{4}x$, $y = -\frac{3}{4}x$ 의 그래프와 만나는 점을 각각 P, Q 라고 할 때, $\triangle PQO$ 의 넓이를 구하여라.(단,O는 원점)

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

점 $\left(4, \frac{7}{2}\right)$ 을 지나고 y 축에 평행한 직선의 방정식은 $x = 4$

$x = 4$ 이 두 직선 $y = \frac{7}{4}x$, $y = -\frac{3}{4}x$ 가 만나는 점 $\rightarrow$ 각 식에

$x = 4$ 대입한다.

$y = \frac{7}{4} \times 4 \therefore y = 7$, P(4, 7)

$y = -\frac{3}{4} \times 4 \therefore y = -3$, Q(4, -3)

$\triangle PQO$ 의 점의 좌표는 (4, 7), (4, -3), (0, 0)

$\triangle PQO$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \{7 - (-3)\} \times 4 = 20$