

1. 이차방정식 $2(x-4)^2 = a$ 가 하나의 근을 갖도록 하는 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a = 0$

해설

(완전제곱식) = 0 일 때, 중근을 가지므로 $a = 0$

2. 이차방정식 $0.3x^2 - x = 0.1$ 을 풀면?

① $x = \pm \frac{2}{3}$

② $x = \frac{2 \pm \sqrt{3}}{3}$

③ $x = \frac{5 \pm 2\sqrt{7}}{3}$

④ $x = \frac{5 \pm 3\sqrt{7}}{3}$

⑤ $x = \frac{7 \pm 2\sqrt{7}}{3}$

해설

양변에 10을 곱하면

$$3x^2 - 10x - 1 = 0$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25+3}}{3}$$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{28}}{3}$$

$$= \frac{5 \pm 2\sqrt{7}}{3}$$

3. 이차방정식 $ax^2 + x + 2a = 0$ 의 한 근이 2 이다. 다른 한 근을 b 라 할 때, ab 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{1}{3}$

해설

$ax^2 + x + 2a = 0$ 에 $x = 2$ 대입

$$4a + 2 + 2a = 0, a = -\frac{1}{3}$$

$$-\frac{1}{3}x^2 + x - \frac{2}{3} = 0$$

각 항에 -3 을 곱하면

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$(x-2)(x-1) = 0$$

$x = 2$ 또는 $x = 1$ (다른 한 근)

$$b = 1, ab = -\frac{1}{3} \times 1 = -\frac{1}{3}$$

4. 두 이차방정식 $x^2 + 9x + a = 0$, $x^2 + bx + 10 = 0$ 의 공통인 근이 -2 일 때, $\frac{a}{b}$ 를 구하면?

- ① 1 ② -2 ③ 2 ④ -3 ⑤ 3

해설

두 이차방정식의 공통인 근이 -2 이므로 각각의 방정식에 $x = -2$ 를 대입하면

$$4 - 18 + a = 0, 4 - 2b + 10 = 0$$

$$\therefore a = 14, b = 7$$

$$\therefore \frac{a}{b} = 2$$

5. 다음에 주어진 이차방정식 중에서 증근을 갖는 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ $x^2 - 4 = 0$
- ㉡ $x^2 = 8x - 16$
- ㉢ $(3x + 1)^2 = 1$
- ㉣ $x^2 = 0$
- ㉤ $(4x - 1)(x + 2) = 3x - 3$

- ① ㉠, ㉡, ㉣
- ② ㉡, ㉣
- ③ ㉠, ㉡, ㉣
- ④ ㉡, ㉣
- ⑤ ㉡, ㉣, ㉣, ㉣

해설

증근을 갖는 이차방정식은 $(ax + b)^2 = 0$ 의 꼴이다.
㉡ $x^2 = 8x - 16 \Leftrightarrow x^2 - 8x + 16 = 0 \Leftrightarrow (x - 4)^2 = 0$
 $\therefore x = 4$ (증근)
㉣ $x^2 = 0$
 $\therefore x = 0$ (증근)
㉤ $(4x - 1)(x + 2) = 3x - 3 \Leftrightarrow 4x^2 + 4x + 1 = 0$
 $(2x + 1)^2 = 0$
 $\therefore x = -\frac{1}{2}$ (증근)

7. 이차방정식 $6x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 1, -2 일 때, $a - b$ 의 값은?

- ① -18 ② -6 ③ 6 ④ 18 ⑤ 24

해설

근과 계수의 관계로부터

$$1 + (-2) = -\frac{a}{6}, a = 6$$

$$1 \times (-2) = \frac{b}{6}, b = -12$$

$$\therefore a - b = 18$$

8. 이차방정식 $2x^2 - ax + b = 0$ 의 두 근을 $-2, 3$ 이라고 할 때, $ax^2 - 5x + b = 0$ 의 두 근의 곱을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -6

해설

$$-2 + 3 = \frac{a}{2} \quad \therefore a = 2$$

$$(-2) \times 3 = \frac{b}{2} \quad \therefore b = -12$$

$ax^2 - 5x + b = 0$ 에 $a = 2, b = -12$ 를 대입하면

$$2x^2 - 5x - 12 = 0$$

따라서 두 근의 곱은 $\frac{-12}{2} = -6$ 이다.

9. $(x-y)(x-y-3)-18=0$ 일 때, $x-y$ 의 값을 구하여라. (단, $x > y$)

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$(x-y)(x-y-3)-18=0$,
 $x-y=A$ 로 치환하면
 $A(A-3)-18=0$,
 $A^2-3A-18=0$,
 $(A-6)(A+3)=0$,
 $A=6$ 또는 $A=-3$ 이다.
 $x > y$ 이므로 $x-y=6$ 이다.

10. 이차방정식 $x^2 - 6x - 4 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$ 을 두 근으로 하는 이차방정식은? (단, x^2 의 계수는 4이다.)

① $6x^2 + 4x - 1 = 0$

② $3x^2 + 6x + 1 = 0$

③ $2x^2 + 6x + 1 = 0$

④ $4x^2 + 6x + 1 = 0$

⑤ $4x^2 + 6x - 1 = 0$

해설

이차방정식 $x^2 - 6x - 4 = 0$ 의 두 근이 α, β 일때, $\alpha + \beta = 6$,
 $\alpha\beta = -4$

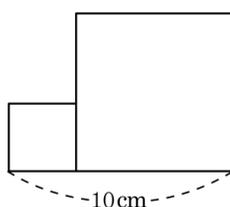
$$\therefore \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{6}{-4} = -\frac{3}{2}$$

$$\frac{1}{\alpha} \times \frac{1}{\beta} = \frac{1}{\alpha\beta} = \frac{1}{-4} = -\frac{1}{4}$$

$$\therefore x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{1}{4} = 0$$

양변에 4를 곱하면 $4x^2 + 6x - 1 = 0$

11. 다음 그림과 같은 두 정사각형의 넓이의 합이 58cm^2 일 때, 작은 사각형의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답: cm

▷ 정답: 12 cm

해설

작은 정사각형의 한 변의 길이를 $x\text{cm}$ 라고 하면 큰 정사각형의 한 변의 길이는 $(10-x)\text{cm}$ 이다.

$$x^2 + (10-x)^2 = 58$$

$$2x^2 - 20x + 100 = 58$$

$$x^2 - 10x + 21 = 0$$

$$(x-3)(x-7) = 0$$

$$\therefore x = 3 \text{ 또는 } x = 7$$

작은 정사각형의 한 변의 길이는 3cm, 큰 정사각형의 한 변의 길이는 7cm 이다.

따라서 작은 정사각형의 둘레의 길이는 $4 \times 3 = 12(\text{cm})$ 이다.

12. 다음 그림과 같이 가로가 3, 세로가 7 인 직사각형 모양의 사진이 있다. 이 사진의 둘레에 폭이 일정하게 종이를 붙일 때, 종이의 넓이가 24 라고 하면, 종이의 폭은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5



해설

종이의 폭을 x 라 하면, 종이와 액자의 넓이의 합은

$$(3 + 2x)(7 + 2x) = 21 + 24$$

$$4(x^2 + 5x - 6) = 0$$

$$(x + 6)(x - 1) = 0$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } x = 1$$

13. 방정식 $(2-x-y)^2 - (x^2+y^2) = 4$ 를 만족하는 자연수의 순서쌍 (x, y) 에 대하여 x^2+y^2 의 값을 구하여라. (단 $x \neq y$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 45

해설

$$(2-x-y)^2 - (x^2+y^2) = 4,$$

$$xy - 2(x+y) = 0, \quad (x-2)(y-2) = 4$$

$x-2$	1	2	4	-1	-2	-4
$y-2$	4	2	1	-4	-2	-1

이 중에서 x, y 가 자연수인 경우는 (단, $x \neq y$)

x	3	6
y	6	3

따라서 $x^2+y^2 = 3^2+6^2 = 45$ 이다.

14. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + ax + a^2 + a - 1 = 0$ 이 서로 다른 두 근 α, β 를 가질 때, $\alpha + \beta$ 의 범위는 $m < \alpha + \beta < n$ 이다. $m + n$ 의 값은?

- ① 1 ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{5}{3}$ ④ 2 ⑤ $\frac{7}{3}$

해설

근과 계수의 관계에서
 $\alpha + \beta = -a$, $\alpha\beta = a^2 + a - 1$
서로 다른 두 근을 가지므로
 $a^2 - 4a^2 - 4a + 4 > 0$
 $(3a - 2)(a + 2) < 0$
 $-2 < a < \frac{2}{3}$
그런데 $\alpha + \beta = -a$ 이므로
 $-\frac{2}{3} < \alpha + \beta < 2$
 $\therefore m + n = \frac{4}{3}$

15. 이차방정식 $x^2 + mx + n = 0$ 의 두 근은 연속하는 홀수이다. 두 근의 제곱의 차가 24일 때, $n - m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 47

해설

$x^2 + mx + n = 0$ 의 두 근을 $a, a + 2$ (단, a 는 홀수)로 놓으면

$$m = -2a - 2, n = a^2 + 2a$$

$$(a + 2)^2 - a^2 = 24$$

$$4a + 4 = 24, 4a = 20, a = 5$$

$$m = -2 \times 5 - 2 = -12$$

$$\therefore n = 25 + 10 = 35$$

$$\therefore n - m = 35 + 12 = 47$$