

1. 연립부등식 $\begin{cases} 2x+7 \geq 3x \\ x \geq a \end{cases}$ 을 만족하는 정수가 3개일 때, a 의 값의 범위는?

▶ 답 :

▷ 정답 : $4 < a \leq 5$

해설

$2x+7 \geq 3x$ 를 풀면 $x \leq 7$ 이다.

$a \leq x \leq 7$ 을 만족하는 정수 3 개가 존재하려면 $4 < a \leq 5$ 이다.

2. 연립부등식 $\begin{cases} 4x - 1 < 3x + 5 \\ 6x + a \leq 7x + 1 \end{cases}$ 을 동시에 만족하는 정수의 개수가

2개 일 때, 상수 a 의 값의 범위는?

▶ 답 :

▷ 정답 : $4 < a \leq 5$

해설

$4x - 1 < 3x + 5$ 를 풀면 $x < 6$ 이고, $6x + a \leq 7x + 1$ 을 풀면 $a - 1 \leq x$ 이다.
따라서 $a - 1 \leq x < 6$ 을 만족하는 정수의 개수가 2개이기 위해서 $3 < a - 1 \leq 4$, 따라서 $4 < a \leq 5$ 이다.

3. 연립부등식 $\begin{cases} x+a \geq 3+2x \\ 3(x-1) \geq 2x-5 \end{cases}$ 를 만족하는 정수 x 의 개수가 5개 일 때, 상수 a 의 값의 범위는?

- ① $5 \leq a < 6$ ② $5 < a \leq 6$ ③ $5 \leq a \leq 6$
④ $6 \leq a < 7$ ⑤ $6 < a \leq 7$

해설

1. $x+a \geq 3+2x$
 $x \leq a-3$
2. $3(x-1) \geq 2x-5$
 $x \geq -2$
 $\therefore -2 \leq x \leq a-3$ 만족하는 정수 x 의 개수가 5 개이므로
 $2 \leq a-3 < 3$
 $\therefore 5 \leq a < 6$

4. 연립부등식 $\begin{cases} x+8 \leq -2(x-1) \\ x+1 > a \end{cases}$ 을 만족하는 정수가 3개일 때, 상수 a 의 값의 범위는?

- ① $-3 \leq a < -2$ ② $-3 < a \leq -2$ ③ $-4 \leq a < -3$
④ $-5 < a \leq -4$ ⑤ $-6 < a < -7$

해설

i) $x+8 \leq -2x+2$
 $x \leq -2$

ii) $x+1 > a$
 $x > a-1$

$\therefore a-1 < x \leq -2$

부등식을 만족하는 정수가 3개

즉, $-4, -3, -2$ 이어야 하므로

$-5 \leq a-1 < -4$

$\therefore -4 \leq a < -3$

5. 연립부등식 $\begin{cases} 3x - 12 \geq x - 6 \\ 5x - a \leq 4x + 2 \end{cases}$ 을 만족하는 정수 x 의 개수가 2 개일 때, 정수 a 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$3x - 12 \geq x - 6$ 을 풀면 $2x \geq 6, x \geq 3$

$5x - a \leq 4x + 2$ 를 풀면 $x \leq a + 2$

따라서 $3 \leq x \leq a + 2$ 이고, 만족하는 정수의 개수가 2 개가 되려면

$4 \leq a + 2 < 5$ 이므로 $2 \leq a < 3$, 따라서 정수 a 의 값은 2 이다.

6. 연립부등식 $\begin{cases} -2(3-x) > 10 \\ \frac{3}{4}x + \frac{5}{6} \leq \frac{2}{3}x + 1 \end{cases}$ 의 해는?

① $x \leq 2$

② $-4 \leq x < 8$

③ 해가 없다.

④ $2 \leq x < 8$

⑤ $x > 8$

해설

(i) $-(6-2x) > 10, x > 8$

(ii) $\frac{3}{4}x + \frac{5}{6} \leq \frac{2}{3}x + 1$ 에서 양변에 12를 곱하면 $9x+10 \leq 8x+12$,
 $x \leq 2$

따라서 해가 없다.

7. 다음 연립부등식 중 해가 없는 것을 모두 고르면?

- ① $\begin{cases} 3x - 2 > -2x + 3 \\ 2(x + 1) \geq 8 \end{cases}$
- ② $\begin{cases} -\frac{x}{2} \leq \frac{1}{4} - x \\ -0.2x - 1 \geq -1.2x - 3 \end{cases}$
- ③ $\begin{cases} 7x - 1 > 4x + 11 \\ 3x - 3 \leq 1 - 2x \end{cases}$
- ④ $\begin{cases} 2x > 6 \\ -x \geq -3 \end{cases}$
- ⑤ $\begin{cases} 2x - 3x \leq 7 \\ x + 1 > 5 \end{cases}$

해설

- ① $x \geq 3$
- ② $-2 \geq x \leq \frac{1}{2}$
- ③ $x \geq 4$ 또는 $x \leq \frac{4}{5}$ 이므로 해가 없다.
- ④ $x > 3$ 또는 $x \leq 3$ 이므로 해가 없다.
- ⑤ $x > 4$

8. 다음 연립부등식 중 해가 없는 것을 모두 고르면?

①
$$\begin{cases} \frac{2}{3}x + 2 > \frac{3}{2}x - 3 \\ 0.2x - 4.7 \geq 2.5 - 0.7x \end{cases}$$

② $x + 5 \leq 2x + 3 < -2$

③
$$\begin{cases} 5x - 3 < 3x + 1 \\ 0.03(x - 2) \geq 0.02x - 0.01 \end{cases}$$

④
$$\begin{cases} 3x - 4 \leq -2(x - 3) \\ x + 1 \geq -(x + 5) \end{cases}$$

⑤ $3x - 6 < 2x + 3 < 10x + \frac{13}{3}$

해설

② $\neg x + 5 \leq 2x + 3, x \geq 2$

④ $2x + 3 < -2, x < -\frac{5}{2}$

공통된 부분이 없으므로 해가 없다.

③ $\neg 5x - 3 < 3x + 1, x < 2$

⑤ $0.03(x - 2) \geq 0.02x - 0.01, x \geq 5$

공통된 부분이 없으므로 해가 없다.

9. 다음 연립부등식 중 해가 없는 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ $\begin{cases} 3x - 2 \leq -2(x - 4) \\ -(x - 5) \leq x + 1 \end{cases}$
- ㉡ $\begin{cases} x - 3 \geq 2x + 1 \\ 6x - 1 > 2x + 11 \end{cases}$
- ㉢ $\begin{cases} -x - 5 < 3x + 7 \\ \frac{1}{2}x + 3 > \frac{2x - 2}{3} \end{cases}$
- ㉣ $\begin{cases} 2(x + 1) < x - 6 \\ 2x - 4 < 5(x - 2) \end{cases}$
- ㉤ $2x - 3 \leq 3x + 1 < x + 9$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉣

해설

- ㉡ $\begin{cases} x - 3 \geq 2x + 1 & \therefore x \leq -4 \\ 6x - 1 > 2x + 11 & \therefore x > 3 \end{cases}$
 $\therefore x \leq -4, x > 3$ (해가 없다.)
- ㉣ $\begin{cases} 2(x + 1) < x - 6 \text{에서 } 2x + 2 < x - 6 \\ \therefore x < -8 \\ 2x - 4 < 5(x - 2) \text{에서 } 2x - 4 < 5x - 10 \\ \therefore 2 < x \end{cases}$
 $\therefore x < -8, x > 2$ (해가 없다.)
- ㉠ $\begin{cases} 3x - 2 \leq -2(x - 4) \text{에서 } 5x \leq 10 & \therefore x \leq 2 \\ -(x - 5) \leq x + 1 \text{에서 } 4 \leq 2x & \therefore 2 \leq x \end{cases}$
 $\therefore x = 2$
- ㉢ $\begin{cases} -x - 5 < 3x + 7 & \therefore x > -3 \\ \frac{1}{2}x + 3 > \frac{2x - 2}{3} \text{에서 } 3x + 18 > 2(2x - 2) \\ \therefore x < 22 \end{cases}$
 $\therefore -3 < x < 22$
- ㉤ $\begin{cases} 2x - 3 \leq 3x + 1 & \therefore x \geq -4 \\ 3x + 1 < x + 9 & \therefore x < 4 \end{cases}$
 $\therefore -4 \leq x < 4$

10. 연립부등식 $\begin{cases} x+5 \leq 2x-3 \\ -\frac{x-a}{4} \geq 2x \end{cases}$ 의 해가 $x = m$ 일 때, am 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 576

해설

$$x+5 \leq 2x-3$$

$$-x \leq -8$$

$$x \geq 8 \cdots \textcircled{1}$$

$$-\frac{x-a}{4} \geq 2x$$

$$-x+a \geq 8x$$

$$9x \leq a$$

$$x \leq \frac{a}{9} \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 에서 $x = m$ 이 되려면

$$\frac{a}{9} = 8$$

$$\therefore a = 72, m = 8$$

따라서 $am = 72 \times 8 = 576$ 이다.

12. $x + \frac{5}{2} \leq \frac{3}{2}x + 1$, $\frac{x}{9} - \frac{1}{3} \leq -\frac{1}{3}(x - 1)$ 을 만족하는 x 의 값은?

- ① 없다. ② 2 ③ 3, 4 ④ $x < 2$ ⑤ $x \geq 3$

해설

$$x + \frac{5}{2} \leq \frac{3}{2}x + 1, x \geq 3$$

$$\frac{x}{9} - \frac{1}{3} \leq -\frac{1}{3}(x - 1), x \leq \frac{3}{2}$$

$\therefore$ 만족하는 x 는 없다.

13. 연립부등식 $\begin{cases} 4x - a < 5 \\ 2(3 - x) \leq 7 \end{cases}$ 의 해가 없을 때, a 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a \leq -7$

해설

$$2(3 - x) \leq 7$$

$$6 - 2x \leq 7$$

$$-2x \leq 1$$

$$\therefore x \geq -\frac{1}{2}$$

$$4x - a < 5$$

$$\therefore x < \frac{a + 5}{4}$$

해가 없으려면 $\frac{a + 5}{4} \leq -\frac{1}{2}$ 이다.

따라서 $a + 5 \leq -2$ 이므로 $a \leq -7$ 이다.

14. 부등식 $\begin{cases} x-11 \geq 2x-4 \\ a-x < 1 \end{cases}$ 의 해가 없을 때, a 가 될 수 있는 가장 작은 수를 구하여라.

① -3 ② -4 ③ -5 ④ -6 ⑤ -7

해설

$$\begin{cases} x-11 \geq 2x-4 \\ a-x < 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq -7 \\ x > a-1 \end{cases}$$

의 해가 없으므로 $a-1 \geq -7$

$$\therefore a \geq -6$$

따라서 a 의 가장 작은 수는 -6 이다.

15. 연립부등식 $\begin{cases} 3x-1 \geq x+3 \\ x+3 < a \end{cases}$ 의 해집합이 공집합일 때, a 의 값이 될 수 있는 가장 큰 수는?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$\begin{cases} 3x-1 \geq x+3 \\ x+3 < a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x < a-3 \end{cases}$$

해가 없으므로 $a-3 \leq 2 \quad \therefore a \leq 5$
 a 의 최댓값은 5 이다.

16. 두 부등식 $2(5 - 2x) \geq x + 5$, $2x + 1 > x + a$ 의 공통해가 존재하지 않을 때, a 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a \geq 2$

해설

$$2(5 - 2x) \geq x + 5, 5 \geq 5x \quad \therefore x \leq 1$$

$$2x + 1 > x + a \quad \therefore x > a - 1$$

따라서 해가 존재하지 않기 위해서는 $a - 1 \geq 1$ 이어야 한다.

$$\therefore a \geq 2$$

17. 연립부등식 $\begin{cases} -3x \leq 2(1-x) \\ 4+x < -2x+a \end{cases}$ 를 만족하는 정수가 3개만 존재하도록 하는 상수 a 의 값의 범위는?

① $a < 4$

② $4 < a < 7$

③ $a \leq 7$

④ $4 < a \leq 7$

⑤ $4 \leq a \leq 7$

해설

$$\begin{cases} -3x \leq 2(1-x) \\ 4+x < -2x+a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x < \frac{a-4}{3} \end{cases}$$

정수 x 는 $-2, -1, 0$ 이므로 $0 < \frac{a-4}{3} \leq 1$

$$\therefore 4 < a \leq 7$$

18. 부등식 $1 \leq |x - 1| < 6$ 을 만족하는 정수 x 중 최댓값과 최솟값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$1 \leq |x - 1| < 6$ 에서

1) $x \geq 1$ 일 때

$$1 \leq x - 1 < 6, 2 \leq x < 7$$

$$\therefore x = 2, 3, 4, 5, 6$$

2) $x < 1$ 일 때

$$1 \leq -x + 1 < 6, -5 < x \leq 0$$

$$\therefore x = -4, -3, -2, -1, 0$$

1), 2)에 의해서 부등식을 만족하는 정수 x 의 최댓값은 6, 최솟

값은 -4

최댓값과 최솟값의 합은 $6 - 4 = 2$

19. 부등식 $|x - 3| + |x - 6| \leq 9$ 를 만족하는 최댓값과 최솟값의 차를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

- 1) $x < 3$ 일 때
 $-(x - 3) - (x - 6) \leq 9, x \geq 0 \quad \therefore 0 \leq x < 3$
- 2) $3 \leq x < 6$ 일 때
 $x - 3 - (x - 6) \leq 9, 3 \leq 9$ 따라서 모든 조건이 성립하고 조건이
 $3 \leq x < 6$ 이므로
 $\therefore 3 \leq x < 6$
- 3) $x \geq 6$ 일 때
 $x - 3 + x - 6 \leq 9, x \leq 9 \quad \therefore 6 \leq x \leq 9$
- 1), 2), 3)에 의해서 주어진 부등식의 해는 $0 \leq x \leq 9$ 이므로
최댓값과 최솟값의 차는
 $\therefore 9 - 0 = 9$

20. 두 부등식 $-30 \geq 7x - 2$ 와 $-a - 2 \leq x - 5 \leq a - 3$ 를 동시에 만족하는 x 의 값이 존재하지 않도록 하는 a 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a < 7$

해설

$$-30 \geq 7x - 2 \cdots \textcircled{1}$$

$$-a - 2 \leq x - 5 \leq a - 3 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} \text{에서 } x \leq -4$$

$$\textcircled{2} \text{에서 } -a + 3 \leq x \leq a + 2$$

공통 부분이 없어야 하므로 $-a + 3 > -4$

$$\therefore a < 7$$