

1. 방정식  $(x-1)(x^2-x-2)=0$ 의 모든 근의 합을 구하면?

① 5

② 4

③ 3

④ 2

⑤ 1

해설

$$(x-1)(x-2)(x+1)=0$$

$$\therefore x=-1, 1, 2$$

$$\therefore -1+1+2=2$$

2. 연립방정식  $ax + by = 8$ ,  $2ax - by = -2$ 의 근이  $x = 1$ ,  $y = 2$  일 때,  $a$ ,  $b$ 의 값은?

①  $a = -2$ ,  $b = -3$

②  $a = 3$ ,  $b = 2$

③  $a = 2$ ,  $b = -3$

④  $a = 2$ ,  $b = 3$

⑤  $a = -3$ ,  $b = -2$

해설

$$ax + by = 8, 2ax - by = -2$$

근이  $x = 1, y = 2$  이므로

$$\begin{cases} a + 2b = 8 \\ 2a - 2b = -2 \end{cases}$$

$$\therefore a = 2, b = 3$$

3. 다음 연립방정식의 해를  $x = \alpha$ ,  $y = \beta$ ,  $z = \gamma$ 라 할 때,  $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2$ 의 값을 구하여라.

$$\begin{cases} 2x - 3y + 3z = 10 & \cdots \cdots \textcircled{㉠} \\ 3x + y - 2z = 3 & \cdots \cdots \textcircled{㉡} \\ x - 2y + z = 5 & \cdots \cdots \textcircled{㉢} \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$\textcircled{㉠} - \textcircled{㉢} \times 3$  을 하면  $-x + 3y = -5 \cdots \cdots \textcircled{㉣}$   
 $\textcircled{㉡} + \textcircled{㉢} \times 2$  를 하면  $5x - 3y = 13 \cdots \cdots \textcircled{㉤}$   
 $\textcircled{㉣} + \textcircled{㉤}$  을 하면  $4x = 8 \therefore x = 2$   
 $x = 2$  를  $\textcircled{㉣}$  에 대입하면  $-2 + 3y = -5 \therefore y = -1$   
또,  $x = 2$ ,  $y = -1$  을  $\textcircled{㉢}$  에 대입하면  
 $2 - 2 \cdot (-1) + z = 5$   
 $\therefore z = 1$   
 $\therefore x = 2, y = -1, z = 1$   
 $\therefore \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 4 + 1 + 1 = 6$

4. 연립방정식  $\begin{cases} px+y=1 \\ x+py=1 \end{cases}$  의 해가 없을 때의

$p$  값으로 알맞은 것은?

- ①  $-1$       ②  $1$       ③  $2$       ④  $\frac{1}{2}$       ⑤  $-2$

해설

$ax+by=c, dx+ey=f$  일때,

$\frac{a}{d} = \frac{b}{e} \neq \frac{c}{f}$  이면 해가 없음,

$\frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f}$  이면 해가 무수히 많다.

$p = \frac{1}{p} \neq 1$

$\therefore p = -1$

5. 세 실수  $a, b, c$ 에 대하여 다음 중 항상 옳은 것은?

- ①  $a > b$  이면  $a^2 > b^2$
- ②  $a > b$  이면  $a - c < b - c$
- ③  $a < b < 0$  이면  $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$
- ④  $ac > bc$  이면  $a > b, c > 0$
- ⑤  $a^2 + b^2 + c^2 \leq ab + bc + ca$

해설

- ①  $a > 0 > b$ 인 경우에서  $|b| > |a|$ 라면 제곱 값에 대해서는  $b^2 > a^2$ 의 결과가 나온다.
- ② 부등식의 기본 성질로 양변에 같은 수를 빼서는 부호가 바뀌지 않는다.
- ④  $a > b, c > 0$ 이면  $ac > bc$ 일 수는 있으나 보기 ④번 같은 경우에는  $ac > bc$ 이면  $a < b, c < 0$ 인 경우도 있기 때문에 성립하지 않는다.
- ⑤ 주어진 식의 양변에 2를 곱하고 좌변으로 몰아 정리하면
$$2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ca \geq 0$$
$$(a^2 - 2ab + b^2) + (b^2 - 2bc + c^2) + (c^2 - 2ca + a^2) \geq 0$$
$$(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 \geq 0$$
위와 같이 되므로 세 실수 사이의 관계가
$$a - b = 0, b - c = 0, c - a = 0$$
을 성립하지 않으면 성립하지 않는 보기이다.

6.  $-1 < x \leq 2$ ,  $1 < y \leq 3$  일 때,  $a < x - y < b$ 를 계산하여  $b - a$ 의 값을 구하면?

① -14      ② 1      ③ 3      ④ 5      ⑤ -5

해설

$-1 < x \leq 2$ ,  $1 < y \leq 3$ 에서  
 $x - y$ 의 가장 작은 값은  $-1 - 3 = -4$   
가장 큰 값은  $2 - 1 = 1$   
 $\therefore -4 < x - y < 1$ 이므로  $a = -4$ ,  $b = 1$   
 $b - a = 1 + 4 = 5$

7. 부등식  $ax + 1 \geq 2x + 5$ 의 해가  $x \geq 2$ 일 때, 상수  $a$ 의 값은?

① -3

② -1

③ 1

④ 4

⑤ 7

해설

$ax + 1 \geq 2x + 5$ 에서  $(a - 2)x \geq 4$ 의 부등식의 해가  $x \geq 2$ 이므로

$a - 2 > 0$

$x \geq \frac{4}{a - 2}$ 이므로  $\frac{4}{a - 2} = 2, a - 2 = 2$

$\therefore a = 4$

8. 이차부등식  $x^2 + 2x - 35 < 0$ 을 풀면?

- ①  $-15 < x < 12$       ②  $-15 < x < 5$       ③  $-7 < x < 5$   
④  $-7 < x < 2$       ⑤  $-5 < x < 7$

해설

$$x^2 + 2x - 35 < 0 \text{ 에서 } (x + 7)(x - 5) < 0 \\ \therefore -7 < x < 5$$

9. 연립부등식  $\begin{cases} x^2 - 4x - 5 \leq 0 \\ 2x^2 - 5x < 3 \end{cases}$  의 해 중에서

정수인 것의 개수는?

- ① 0 개      ② 1 개      ③ 2 개      ④ 3 개      ⑤ 4 개

해설

$$x^2 - 4x - 5 \leq 0 \iff (x+1)(x-5) \leq 0$$

$$\therefore -1 \leq x \leq 5 \dots\dots \textcircled{\text{㉠}}$$

$$2x^2 - 5x < 3 \iff 2x^2 - 5x - 3 < 0$$

$$\iff (2x+1)(x-3) < 0$$

$$\therefore -\frac{1}{2} < x < 3 \dots\dots \textcircled{\text{㉡}}$$

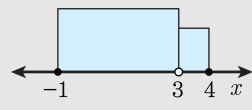
$$\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}} \text{의 공통 범위는 } -\frac{1}{2} < x < 3$$

따라서, 정수인 것은 0, 1, 2로 3 개다.

10. 연립이차부등식  $\begin{cases} x^2 - 6x + 9 > 0 \\ x^2 - 3x - 4 \leq 0 \end{cases}$  의 해를 바르게 구한 것을 고르면?
- ①  $-1 \leq x < 4$                       ②  $3 < x \leq 4$
- ③  $-1 \leq x < 3$                       ④  $-1 \leq x < 3$  또는  $3 < x \leq 4$
- ⑤ 해가 없다

해설

$$\begin{cases} (x-3)^2 > 0 & : x \neq 3 \text{인 모든 실수} \\ (x-4)(x+1) \leq 0 & : -1 \leq x \leq 4 \end{cases}$$



$\therefore -1 \leq x < 3$  또는  $3 < x \leq 4$

11. 연립방정식  $\begin{cases} x^2 - y^2 = 2 \\ x - y = 1 \end{cases}$  의 해를 순서쌍  $(x, y)$  으로 나타내면?

①  $(2, 1)$

②  $(\sqrt{2} + 1, \sqrt{2})$

③  $\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$

④  $(\sqrt{3}, 1)$

⑤  $\left(\frac{5}{3}, \frac{2}{3}\right)$

해설

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 2 \cdots \textcircled{1} \\ x - y = 1 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

②을  $y = x - 1$ 로 변형하여

①에 대입하면

$$x^2 - (x - 1)^2 = x^2 - x^2 + 2x - 1 = 2$$

$$2x = 3$$

$$\therefore x = \frac{3}{2}, y = \frac{1}{2}$$

12.  $\begin{cases} x-y=1 \\ x^2+y^2=5 \end{cases}$  에서  $xy$  의 값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{cases} x-y=1 & \cdots \textcircled{A} \\ x^2+y^2=5 & \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

①에서  $x=y+1$  을 ②에 대입하면,

$$(y+1)^2+y^2=5$$

$$y^2+y-2=0$$

$$(y+2)(y-1)=0$$

$$\therefore y=-2 \text{ 또는 } y=1$$

$$y=-2 \text{ 를 } \textcircled{A} \text{ 에 대입하면 } x=-1$$

$$y=1 \text{ 을 } \textcircled{A} \text{ 에 대입하면 } x=2$$

$$\therefore xy=2$$

13. 연립방정식  $\begin{cases} x-y=1 \\ x^2+y^2=5 \end{cases}$  을 풀 때,  $xy$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 4

해설

$$\begin{cases} x-y=1 \cdots \textcircled{A} \\ x^2+y^2=5 \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

②를 곱셈법칙에 의해 변형하면,

$$x^2+y^2=(x-y)^2+2xy$$

$$5=1^2+2xy$$

$$\therefore xy=2$$

14. 연립방정식  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ x^2 - xy + y^2 = 3 \end{cases}$  의 해를

$x = a, y = b$  라 할 때,  $ab$  의 값은?

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

해설

$$x^2 + y^2 = 5 \quad \cdots \text{㉠}$$

$$x^2 - xy + y^2 = 3 \quad \cdots \text{㉡}$$

㉠을 ㉡에 대입하면  $5 - xy = 3, xy = 2$

$$\therefore ab = 2$$

15. 이차부등식  $ax^2 + bx + c > 0$  의 해가  $\frac{1}{14} < x < \frac{1}{10}$  일 때, 이차부등식  $4cx^2 - 2bx + a < 0$  의 해는?

- ①  $x < -7$  또는  $x > -5$
- ②  $-7 < x < -5$
- ③  $-7 < x < 5$
- ④  $5 < x < 7$
- ⑤  $x < 5$  또는  $x > 7$

해설

$ax^2 + bx + c > 0$  의 해가  $\frac{1}{14} < x < \frac{1}{10}$  이므로  
 $(14x - 1)(10x - 1) < 0, 140x^2 - 24x + 1 < 0$   
 $-140x^2 + 24x - 1 > 0 \Leftrightarrow ax^2 + bx + c > 0$   
 $\therefore a = -140, b = 24, c = -1 \cdots \textcircled{가}$   
 $\textcircled{가}$ 를  $4cx^2 - 2bx + a < 0$  에 대입하면  
 $-4x^2 - 48x - 140 < 0$   
 $x^2 + 12x + 35 > 0, (x + 7)(x + 5) > 0$   
 $\therefore x < -7$  또는  $x > -5$

16. 부등식  $|x - 2| < k$ 를 만족하는 모든  $x$ 의 값이 부등식  $|x^2 - 8| \leq 8$ 을 만족할 때, 실수  $k$ 의 최댓값은? (단,  $k > 0$ )

① 2                      ② 3                      ③ 4                      ④ 5                      ⑤ 6

해설

부등식  $|x^2 - 8| \leq 8$ 을 풀면  
 $-8 \leq x^2 - 8 \leq 8$   
 $0 \leq x^2 \leq 16$   
 $\therefore -4 \leq x \leq 4$   
 $k > 0$ 이므로 부등식  $|x - 2| < k$ 을 풀면  
 $-k < x - 2 < k$   
 $-k + 2 < x < k + 2$   
이때, 이 부등식의 모든 해가  $|x^2 - 8| \leq 8$ 을 만족하려면  
 $-k + 2 \geq -4$ ,  $k + 2 \leq 4$ 이어야 하므로  
 $k \leq 6$ ,  $k \leq 2$   
 $\therefore 0 < k \leq 2$   
따라서 실수  $k$ 의 최댓값은 2이다.

17.  $ax^2 - 2ax + 3 < 0$ 를 만족하는  $x$ 가 없도록 하는 실수  $a$ 의 값의 범위는?

①  $a > 0$

②  $-1 < a < 3$

③  $0 \leq a \leq 3$

④  $-1 < a < 4$

⑤  $-1 \leq a \leq 4$

해설

( i )  $a = 0$ 일 때, 성립한다.

( ii )  $a \neq 0$ 일 때, 함수  $y = ax^2 - 2ax + 3$ 에서  $D \leq 0$ 이므로  
 $a^2 - 3a \leq 0$

$\therefore 0 < a \leq 3 (\because a \neq 0)$

18. 다음 연립방정식 
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 3 \cdots \cdots \textcircled{㉠} \\ \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 2 \cdots \cdots \textcircled{㉡} \\ \frac{1}{z} + \frac{1}{x} = 3 \cdots \cdots \textcircled{㉢} \end{cases}$$
 의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 :  $x = \frac{1}{2}$  또는 0.5

▷ 정답 :  $y = 1$

▷ 정답 :  $z = 1$

해설

$\textcircled{㉠} + \textcircled{㉡} + \textcircled{㉢}$ 에서  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 4 \cdots \cdots \textcircled{㉣}$

$\textcircled{㉣} - \textcircled{㉠}$ 에서  $\frac{1}{z} = 1, \therefore z = 1$

$\textcircled{㉣} - \textcircled{㉡}$ 에서  $\frac{1}{x} = 2, \therefore x = \frac{1}{2}$

$\textcircled{㉣} - \textcircled{㉢}$ 에서  $\frac{1}{y} = 1 \therefore y = 1$

19.  $x$ 에 대한 두 이차방정식  $x^2 - ax + 10 = 0$ ,  $x^2 + x + b = 0$ 이 공통근 2를 가질 때, 두 이차방정식의 공통근이 아닌 나머지 두 근의 합은?

① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$x^2 - ax + 10 = 0$ ,  $x^2 + x + b = 0$ 의 공통근이 2이므로  $x = 2$ 를 두 이차방정식에 각각 대입하면 성립한다.

$$2^2 - 2a + 10 = 0, \quad 2^2 + 2 + b = 0$$

$$\therefore a = 7, \quad b = -6$$

이 때,  $x^2 - 7x + 10 = 0$ 에서

$$(x - 2)(x - 5) = 0 \text{이므로 } x = 2, 5$$

또,  $x^2 + x - 6 = 0$ 에서

$$(x - 2)(x + 3) = 0 \text{이므로 } x = 2, -3$$

따라서 공통근이 아닌 나머지 두 근은

5,  $-3$ 이므로 두 근의 합은 2이다.

20. 0이 아닌 실수  $x, y$  가  $(x^2 + 1)(y^2 + 4a^2) - 8axy = 0$  을 만족할 때,  $x$  에 관한 이 방정식은 실수  $a$ 에 관계없이 일정한 근을 갖는다. 그 근을 모두 구하여라. ( $a \neq 0$  )

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : -1

해설

$(x^2 + 1)(y^2 + 4a^2) - 8axy = 0$  에서  
 $x^2y^2 + 4a^2x^2 + y^2 + 4a^2 - 8axy = 0$   
 $(x^2y^2 - 4axy + 4a^2) + (y^2 - 4axy + 4a^2x^2) = 0$   
 $(xy - 2a)^2 + (y - 2ax)^2 = 0$   
 $xy - 2a, y - 2ax$  는 실수이므로  
 $xy - 2a = 0, y - 2ax = 0$   
 $\therefore xy = 2a, y = 2ax$   
두 식을 연립하면,  $2ax^2 = 2a$   
( $a \neq 0$ ) 이므로  $x^2 = 1, x = \pm 1$

21. 이차방정식  $2x^2 - 5x + k = 0$  의 근이 유리수가 되는  $k$ 의 최대 정수값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

근이 유리수이므로, 판별식  $D \geq 0$  이어야 한다.

$D = 25 - 8k \geq 0$  곧,  $k \leq \frac{25}{8}$  이어야 한다.

$k$ 는 정수이므로  $k = 3, 2, 1, \dots$  이고,  
이 중  $D \geq 0$  조건을 만족하는 최대 정수는  $k = 3$  이다.

22. 방정식  $xy + 2x = 3y + 10$ 을 만족하는 양의 정수가  $x = \alpha$ ,  $y = \beta$ 일 때,  $\alpha\beta$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

주어진 식을 변형하면

$$xy + 2x - 3y = 10, xy + 2x - 3y - 6 = 4,$$

$$(x - 3)(y + 2) = 4$$

$y + 2 \geq 3$ 이므로 두 자연수의 곱이 4가 되는 경우는

$$x - 3 = 1, y + 2 = 4$$

$$\therefore x = 4, y = 2$$

23. 부등식  $|x|+|x-2|\leq 3$ 을 풀면  $m\leq x\leq n$ 이다.  $m+n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

i)  $x < 0$ 일 때

$$-x-x+2-3\leq 0$$

$$-2x\leq 1$$

$$\therefore -\frac{1}{2}\leq x < 0$$

ii)  $0\leq x < 2$ 일 때

$$x-x+2\leq 3$$

$$\therefore 0\leq x < 2$$

iii)  $x\geq 2$ 일 때

$$2x-2\leq 3$$

$$2x\leq 5$$

$$\therefore 2\leq x\leq \frac{5}{2}$$

i), ii), iii)에서  $-\frac{1}{2}\leq x\leq \frac{5}{2}$

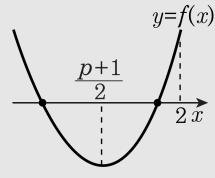
$$\therefore m=-\frac{1}{2}, n=\frac{5}{2}, m+n=2$$

24.  $x$ 에 대한 이차방정식  $x^2 - (p+1)x + 2 - p = 0$ 의 서로 다른 두 근이 모두 2보다 작을 때, 양수  $p$ 의 값의 범위는?

- ①  $0 < p < 1$                       ②  $\frac{1}{2} < p < 1$                       ③  $1 \leq p < 2$   
 ④  $1 < p < \frac{4}{3}$                       ⑤  $p > 1$

해설

$f(x) = x^2 - (p+1)x + 2 - p$  라 하면  $y = f(x)$  의 그래프는 다음 그림과 같아야 한다.



( i ) 이차방정식  $f(x) = 0$  의 판별식을 D 라 하면

$$D = (p+1)^2 - 4(2-p) > 0$$

$$p^2 + 6p - 7 > 0, (p+7)(p-1) > 0$$

$$\therefore p < -7 \text{ 또는 } p > 1$$

( ii )  $f(2) > 0$  에서  $2^2 - (p+1) \cdot 2 + 2 - p > 0$

$$3p < 4$$

$$\therefore p < \frac{4}{3}$$

(iii)  $y = f(x)$  의 그래프의 축의 방정식이  $x = \frac{p+1}{2}$  이므로

$$\frac{p+1}{2} < 2$$

$$\therefore p < 3$$

( i ), ( ii ), (iii) 에서  $p < -7$  또는  $1 < p < \frac{4}{3}$

그런데  $p > 0$  이므로  $1 < p < \frac{4}{3}$

25.  $1 < x < 3$  에서  $x$  에 대한 이차방정식  $x^2 - ax + 4 = 0$  이 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 실수  $a$  의 값의 범위가  $\alpha < a < \beta$  일 때,  $3\alpha\beta$  의 값을 구하여라.

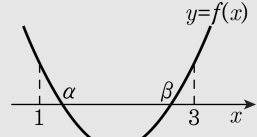
▶ 답 :

▷ 정답 : 52

해설

$f(x) = x^2 - ax + 4$  라 하면

$1 < x < 3$  에서  $y = f(x)$  의 그래프는 다음 그림과 같아야 한다.



( i )  $x^2 - ax + 4 = 0$  의 판별식을  $D$  라 하면  
 $D = a^2 - 16 > 0$  에서  $(a + 4)(a - 4) > 0$   
 $\therefore a < -4$  또는  $a > 4$

( ii )  $f(1) = 5 - a > 0$  에서  $a < 5$   
 $f(3) = 13 - 3a > 0$  에서  $a < \frac{13}{3}$   
 $\therefore a < \frac{13}{3}$

(iii)  $y = f(x)$  의 그래프의 대칭축이  
 $x = \frac{a}{2}$  이므로  $1 < \frac{a}{2} < 3$   
 $\therefore 2 < a < 6$

( i ), ( ii ), (iii) 에서  $a$  의 값의 범위는  $4 < a < \frac{13}{3}$

따라서,  $\alpha = 4, \beta = \frac{13}{3}$  이므로  $3\alpha\beta = 52$