

1. 이차방정식 $5x^2 + 4\sqrt{3}x - 10 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $25\left(\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta}\right)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -74

해설

근과 계수의 관계로부터

$$\alpha + \beta = -\frac{4\sqrt{3}}{5}, \quad \alpha\beta = -2$$

$$\begin{aligned} \therefore 25\left(\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta}\right) &= 25\left(\frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta}\right) \\ &= 25\left\{\frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{\alpha\beta}\right\} \\ &= -74 \end{aligned}$$

2. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 해가 2, 3 이라고 한다. 이때, $bx^2 - ax + 6 = 0$ 의 두 근의 합과 곱은?

- ① 합 : $\frac{5}{6}$, 곱 : -1 ② 합 : $-\frac{5}{6}$, 곱 : 1
③ 합 : $-\frac{6}{5}$, 곱 : -1 ④ 합 : $\frac{6}{5}$, 곱 : -1
⑤ 합 : $-\frac{6}{5}$, 곱 : 1

해설

$x^2 + ax + b = 0$ 에서 해가 2, 3 이므로
(두 근의 합) = $-a = 5$
 $\therefore a = -5$
(두 근의 곱) = $6 = b$
 $a = -5, b = 6$ 을 $bx^2 - ax + 6 = 0$ 에 대입하면
 $6x^2 + 5x + 6 = 0$
따라서 (두 근의 합) = $-\frac{5}{6}$, (두 근의 곱) = 1

3. 한 근이 $5 - 2\sqrt{3}$ 인 이차방정식을 $4x^2 + bx + c = 0$ 의 꼴로 나타낼 때, $c - b$ 의 값을 구하여라.

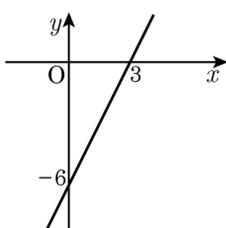
▶ 답 :

▷ 정답 : 92

해설

다른 한 근이 $5 + 2\sqrt{3}$ 이므로
(두 근의 합) = 10, (두 근의 곱) = 13
따라서 $4(x^2 - 10x + 13) = 0$ 이므로
 $4x^2 - 40x + 52 = 0$ 이다.
따라서 $b = -40, c = 52, c - b = 92$

4. $ax - y + b = 0$ 의 그래프가 다음 그래프와 같을 때, 이차방정식 $x^2 + bx + 4a = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 한다. $\alpha^2 + \beta^2$ 을 구하면?



- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

두 점 $(3, 0), (0, -6)$ 을 $ax - y + b = 0$ 에 각각 대입하면 $a = 2, b = -6$ 이므로 $x^2 - 6x + 8 = 0$ 이다.

두 근을 각각 α, β 라 할 때,

두 근의 합 $\alpha + \beta = 6$, 두 근의 곱 $\alpha\beta = 8$ 이므로

$$\begin{aligned} \alpha^2 + \beta^2 &= (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta \\ &= 6^2 - 2 \cdot 8 \\ &= 36 - 16 \\ &= 20 \end{aligned}$$

5. 이차방정식 $x^2 + 2x - a - 5 = 0$ 이 부호가 다른 두 근을 가질 때, a 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-6 < a < -5$

해설

서로 다른 두 근을 가지므로 $\frac{D}{4} > 0 \dots \text{㉠}$

두 근의 부호가 같으므로 $-a - 5 > 0 \dots \text{㉡}$

$$\text{㉠: } \frac{D}{4} = 1 - (-a - 5) > 0$$

$$1 + a + 5 > 0$$

$$a > -6$$

$$\text{㉡: } -a - 5 > 0, a + 5 < 0, a < -5$$

$$\text{㉠, ㉡에서 } -6 < a < -5$$