1. 6 명의 친구들 중에서 4 명을 뽑아서 일렬로 세우려고 한다. 경우의 수를 구하여라.

▶ 답: ______ 가지

▷ 정답: 360 가지

해설

6 개의 숫자에서 네 개를 뽑아 네 자리수를 만드는 것과 같다.

$\therefore 6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360$(가지)

2. 1 에서 5 까지의 숫자가 적힌 5 장의 카드에서 3 장을 뽑아 세 자리의 정수를 만들려고 한다. 이 때, 일의 자리에 4 가 오는 경우의 수는?

① 3 가지 ② 6 가지 ③ 12 가지
④ 24 가지 ⑤ 60 가지

해설

백의 자리에 올 수 있는 수는 1, 2, 3, 5 중의 하나이므로 4 가지, 십의 자리에 올 수 있는 수는 백의 자리의 수와 4를 제외한 3 가지이다. 그리고 일의 자리에는 4 가 와야 하므로 구하는 경우의 수는 $4 \times 3 = 12$ (가지) 이다.

3. 동전 1개와 주사위 1개를 동시에 던질 때, 동전은 앞면이 나오고, 주사위는 2의 배수가 나올 확률은?

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

해설

모든 경우의 수는 $2 \times 6 = 12$(가지)

동전은 앞면, 주사위는 2의 배수가 나오는 경우는 (앞, 2), (앞, 4), (앞, 6) 의 3가지

$\therefore$ (확률) $= \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

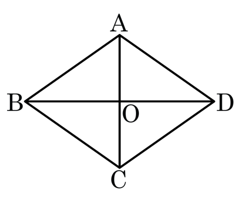
4. 타율이 2할인 야구 선수가 있다. 이 선수가 두 타석에서 한 번의 안타를 칠 확률은?

① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{3}{5}$ ③ $\frac{8}{25}$ ④ $\frac{11}{50}$ ⑤ $\frac{22}{75}$

해설

두 번의 타석 중에서 한 번만 안타를 칠 경우는
(안타○, 안타×), (안타×, 안타○) 의 2가지이다.
따라서 구하는 확률은
$\left(\frac{8}{10} \times \frac{2}{10}\right) \times 2 = \frac{32}{100} = \frac{8}{25}$

5. 다음 그림의 □ABCD 는 마름모이고, 점 O 는 두 대각선의 교점일 때, 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{AB} = \overline{BC}$

② $\overline{OB} = \overline{OD}$

③ $\overline{CO} = \overline{DO}$

④ $\angle AOD = 90°$

⑤ $\angle AOB = \angle COD$

해설

마름모의 두 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분하지만 두 대각선의 길이는 같지 않다. 따라서 $\overline{CO} \neq \overline{DO}$ 이다.

6. 지름이 12cm 인 구 모양의 쇠구슬 1 개를 녹여 지름이 4cm 인 쇠구슬을 만들 때, 몇 개를 만들 수 있겠는가?

① 9 개 ② 12 개 ③ 18 개 ④ 27 개 ⑤ 36 개

해설

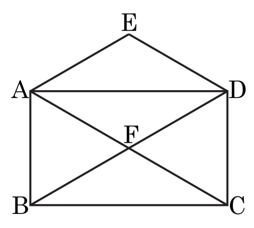
쇠구슬의 닮음비는 $12 : 4 = 3 : 1$ 이므로 부피의 비는 $3^3 : 1^3 = 27 : 1$ 이다.
$\therefore$ 27 개

7. 예지네 반에 남학생은 7명, 여학생은 5명이 있다. 이 반에서 반장 1명, 남녀 부반장 1명씩을 뽑는 경우의 수를 찾으세요.

① 210가지 ② 270가지 ③ 280가지
④ 320가지 ⑤ 350가지

해설
남녀 부반장 1명씩을 뽑는 경우를 구하고 나머지 10명 중 반장 1명을 뽑는 경우의 수를 구한다.
$7 \times 5 \times 10 = 350$ (가지)

8. 다음 그림에서 사각형 ABCD 는 직사각형이고, 사각형 AFDE 는 평행사변형이다. $\overline{DE} = 5x$cm, $\overline{AE} = (3x+2y)$cm, $\overline{CF} = (18-x)$cm 일 때, $x+y$는?



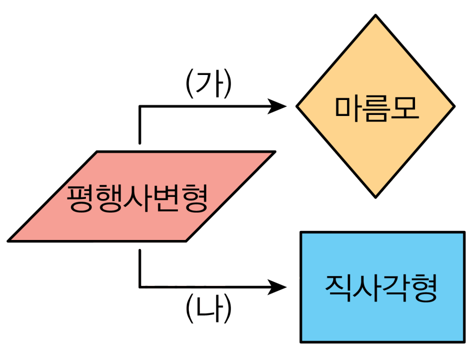
① 5cm　② 6cm　③ 7cm

④ 8cm　⑤ 9cm

해설

사각형 AFDE 는 평행사변형이고, $\overline{AF} = \overline{FD}$ 이므로 사각형 AFDE 는 마름모이다.
따라서 네 변의 길이는 모두 같다. 또, 직사각형의 두 대각선의 길이는 같고 각각 서로 다른 것을 이등분하므로 $\overline{DE} = \overline{AE} = \overline{CF}$ 이다.
따라서 $5x = 18 - x,\ x = 3\,\text{cm}$ 이다.
$5x = 3x + 2y,\ 15 = 9 + 2y,\ y = 3\,\text{cm}$ 이다.
$\therefore x + y = 6(\text{cm})$

9. 다음 그림에서 평행사변형에 조건 ㈎를 붙이면 마름모가 되고, ㈏를 붙이면 직사각형이 된다. ㈎, ㈏에 들어가는 조건으로 알맞은 것을 모두 고르면?



① ㈎ 이웃하는 대변의 길이가 같다. ㈏ 한 내각의 크기가 직각이다.

② ㈎ 두 대각선의 길이가 같다. ㈏ 이웃하는 두 변의 길이가 같다.

③ ㈎ 이웃하는 두 각의 크기가 같다. ㈏ 한 내각의 크기가 직각이다.

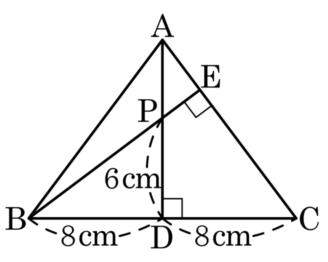
④ ㈎ 한 내각의 크기가 직각이다. ㈏ 이웃하는 두 각의 크기가 같다.

⑤ ㈎ 두 대각선이 서로 수직이다. ㈏ 두 대각선의 길이가 같다.

해설

평행사변형이 마름모가 되려면 이웃하는 대변의 길이가 같거나 두 대각선이 서로 수직 이등분한다.
평행사변형이 직사각형이 되려면 한 내각의 크기가 직각이거나 두 대각선의 길이가 같으면 된다.

10. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD}\perp\overline{BC}$, $\overline{AC}\perp\overline{BE}$ 이고, $\overline{BE}$ 와 $\overline{AD}$ 의 교점을 P 라고 한다. $\overline{BD}=\overline{DC}=8\text{cm}$, $\overline{PD}=6\text{cm}$ 일 때, $\overline{AP}$ 의 길이는?

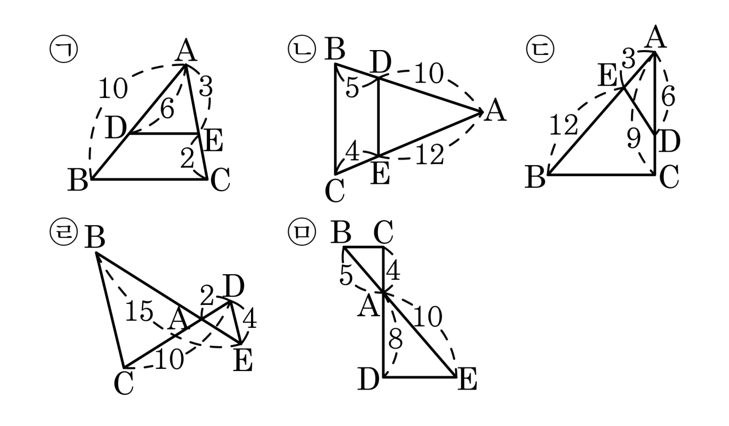


① 2cm ② 1.5cm ③ 2.5cm
④ $\frac{14}{3}$cm ⑤ $\frac{17}{3}$cm

해설

$\triangle BDP$ 와 $\triangle ADC$ 에서 $\angle PBD = \angle CAD$
$\angle PDB = \angle CDA = 90^\circ$ 이므로
$\triangle BDP \backsim \triangle ADC$ (AA 닮음)
$\overline{BD} : \overline{PD} = \overline{AD} : \overline{CD}$ 이므로 $8 : 6 = \overline{AD} : 8$
$\overline{AD} = \frac{32}{3}$
$\therefore\ \overline{AP} = \frac{32}{3} - 6 = \frac{14}{3}$ (cm)

11. 다음 그림에서 $\overline{BC} \,//\, \overline{DE}$ 인 것을 모두 골라라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉣

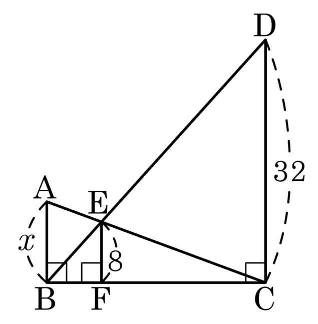
해설

$\overline{BC} \,//\, \overline{DE}$ 이므로 꼭짓점 A 를 기준으로 대응하는 변의 길이가 같아야 한다.

㉠ : $6 : 10 = 3 : 5$ 가 성립하므로 $\overline{BC} \,//\, \overline{DE}$ 이다.

㉣ : $5 : 4 = 10 : 8$ 이 성립하므로 $\overline{BC} \,//\, \overline{DE}$ 이다.

12. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{AB}}//\overline{\mathrm{EF}}//\overline{\mathrm{DC}}$일 때, x의 값은?



① $\frac{20}{3}$　　② 8　　③ $\frac{25}{3}$　　④ 9　　⑤ $\frac{32}{3}$

해설

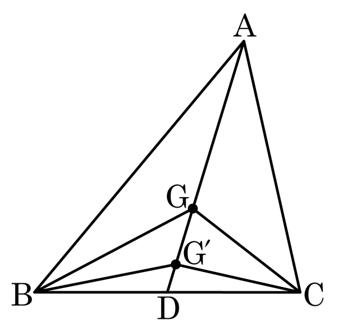
$\overline{\mathrm{BC}} : \overline{\mathrm{BF}} = 32 : 8 = 4 : 1$

$\overline{\mathrm{BC}} : \overline{\mathrm{FC}} = 4 : 3$

$\overline{\mathrm{BC}} : \overline{\mathrm{FC}} = \overline{\mathrm{AB}} : \overline{\mathrm{EF}}$이므로 $4 : 3 = x : 8$

$3x = 32$이므로 $x = \frac{32}{3}$ 이다.

13. 다음 그림에서 $\overline{AD}$는 $\triangle ABC$의 중선이고, 점 G, G'은 각각 $\triangle ABC$와 $\triangle GBC$의 무게중심이다. $\overline{GG'} = 6\text{cm}$일 때, $\overline{AD}$의 길이는?

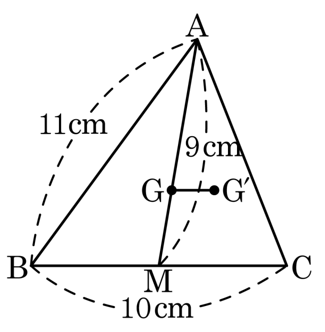


① 15cm ② 18cm ③ 21cm ④ 24cm ⑤ 27cm

해설

$\triangle GBC$에서 G'가 무게중심이므로 $\overline{GG'} : \overline{G'D} = 2 : 1$에서
$\overline{G'D} = 3(\text{cm})$, $\overline{GD} = 9(\text{cm})$
$\triangle ABC$에서 G가 무게중심이므로 $\overline{AG} : \overline{GD} = 2 : 1$
$\therefore\ \overline{AD} = 3\overline{GD} = 27(\text{cm})$

14. 다음 그림에서 점 G, G′ 가 각각 △ABC, △AMC 의 무게중심이고 $\overline{AB} = 11\text{cm}$, $\overline{BC} = 10\text{cm}$, $\overline{AM} = 9\text{cm}$ 일 때, △GMG′ 의 둘레의 길이를 구하여라.



① $\frac{24}{3}$cm　② $\frac{25}{3}$cm　③ $\frac{27}{3}$cm
④ $\frac{28}{3}$cm　⑤ $\frac{29}{3}$cm

해설

$\overline{GM} = \frac{1}{3}\overline{AM} = 3(\text{cm})$

$\overline{MC}$ 의 중점을 D라 하면

$\overline{MD} : \overline{BD} = 1 : 3$,

$\overline{MG'} = \frac{1}{3}\overline{AB} = \frac{11}{3}(\text{cm})$,

$$\begin{aligned}\overline{GG'} &= \frac{2}{3}\overline{MD} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2}\overline{MC} \\ &= \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 10 \\ &= \frac{5}{3}(\text{cm})\end{aligned}$$

$$\therefore (\triangle GMG' \text{ 의 둘레의 길이}) = 3 + \frac{11}{3} + \frac{5}{3} = \frac{25}{3}(\text{cm})$$

15. 각 면에 1 부터 8 까지 숫자가 각각 적힌 정팔면체를 바닥에 두 번 던졌을 때, 첫 번째 바닥에 닿은 숫자를 x, 두 번째 바닥에 닿은 숫자를 y 라고 할 때, $2x+3y=25$ 를 만족할 확률을 바르게 구한 것은?

① $\frac{1}{64}$ ② $\frac{3}{64}$ ③ $\frac{5}{68}$ ④ $\frac{7}{64}$ ⑤ $\frac{9}{64}$

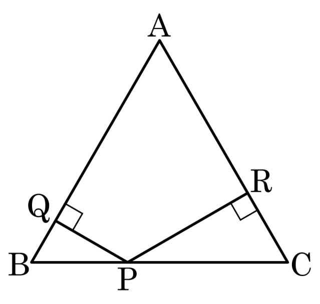
해설

정팔면체를 두 번 바닥에 던졌을 때 경우의 수는 $8\times8=64$가지

$2x+3y=25$ 를 만족하는 $(x,\ y)$ 는 $(2,\ 7)$, $(5,\ 5)$, $(8,\ 3)$ $\Rightarrow$ 3가지

따라서 확률은 $\frac{3}{64}$ 이다.

16. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 $\triangle ABC$ 에서 밑변 BC 위의 한 점 P 에서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 이라 한다. $\overline{PQ} = 3\text{cm}$, $\overline{PR} = 5\text{cm}$ 일 때, 점 B 에서 $\overline{AC}$ 에 이르는 거리를 구하여라.

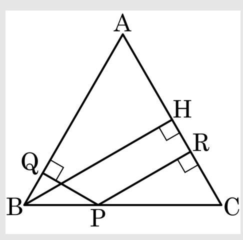


▶ 답: ＿＿＿＿＿ cm

▷ 정답: 8 cm

해설

점 B 에 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라고 하면,

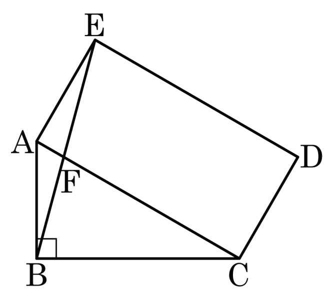


$\triangle PBA + \triangle PCA = \triangle ABC$

$\frac{1}{2} \times \overline{BA} \times 3 + \frac{1}{2} \times \overline{CA} \times 5 = \frac{1}{2} \times \overline{CA} \times \overline{BH}$

$\overline{BH} = 8\,(\text{cm})$

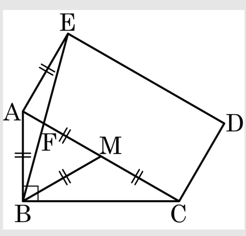
17. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle B = 90°$, $\angle C = 30°$ 인 직각삼각형이고 □ACDE 는 $\overline{AC} = 2\overline{AE}$ 인 직사각형이다. $\overline{AC}$ 와 $\overline{BE}$ 의 교점을 F 라 할 때, $\angle AEB$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad}°$

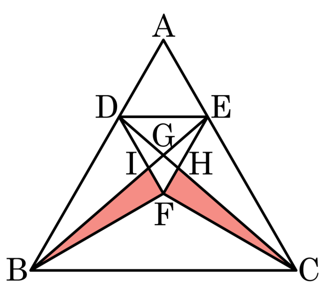
▷ 정답 : $15°$

해설



직각삼각형의 외심은 빗변의 중점에 있으므로
$\overline{AC}$ 의 중점을 M 이라 하면 $\overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CM}$
$\angle BAC = 60°$ 이므로 $\triangle ABM$ 은 정삼각형이다.
또한, $\overline{AC} = 2\overline{AE}$ 에서 $\overline{AM} = \overline{AE} = \overline{AB}$ 이므로
$\triangle ABE$ 는 이등변 삼각형이다.
$\therefore\ \angle AEB = \frac{1}{2}(180° - 60° - 90°) = 15°$

18. 다음 그림과 같은 정삼각형 ABC 에서 $\overline{BD} = 2\overline{AD}$, $\overline{CE} = 2\overline{AE}$ 가 되도록 점 D, E 를 잡고, 점 D 에서 $\overline{AC}$ 에 평행하게 그은 직선과 점 E 에서 $\overline{AB}$ 에 평행하게 그은 직선의 교점을 F 라 하였다. $\overline{BE}$ 와 $\overline{CD}$ 의 교점을 G 라 하고, $\triangle DGI = \triangle EGH = 2$, $\triangle DEG = 4$ 일 때, $\triangle BFI + \triangle CFH$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$\square ADFE$ 는 평행사변형이므로 $\triangle ADE = \triangle DEF$

$\overline{EF} \,//\, \overline{AB}$ 이므로 $\triangle BEF = \triangle DEF = \triangle ADE$

$\overline{DF} \,//\, \overline{AC}$ 이므로 $\triangle DCF = \triangle DEF = \triangle ADE$

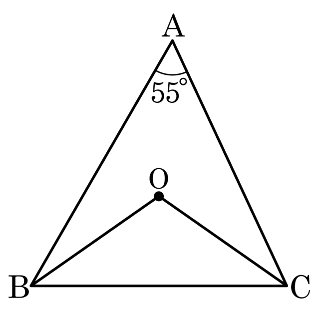
$\triangle DFH + \triangle CFH = \triangle DFH + \triangle DEH$

$\therefore\ \triangle CFH = \triangle DEH$

$$\begin{aligned}\triangle BIF &= \triangle BEF - (\triangle EGH + \square FIGH) \\ &= \triangle DCF - (\triangle DGI + \square FIGH) \\ &= \triangle CFH\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore\ \triangle BFI + \triangle CFH &= 2\triangle CFH = 2\triangle DEH \\ &= 2(\triangle DEF - \triangle DGI - \triangle DEG) \\ &= 2(2+4) = 12\end{aligned}$$

19. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\angle ABO + \angle ACO$ 의 크기는?

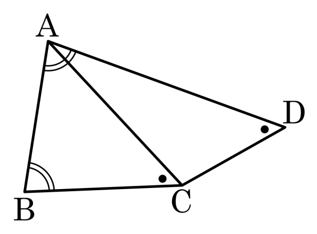


① 40° ② 45° ③ 50° ④ 55° ⑤ 60°

해설

보조선 $\overline{OA}$ 를 그으면
$\angle OAB = \angle OBA$
$\angle OAC = \angle OCA$ 이므로
$\angle ABO + \angle ACO = \angle OAB + \angle OAC = \angle BAC = 55°$ 이다.

20. 다음 그림과 같은 $\square ABCD$ 에서 $\overline{AC} = 5$, $\overline{BC} = 4$, $\overline{CD} = 3$ 이고, $\angle A = \angle B$, $\angle ACB = \angle ADC$ 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.

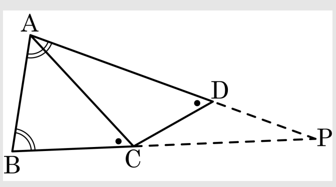


▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{32}{5}$

해설

다음 그림과 같이 $\overline{AD}$ 의 연장선과 $\overline{BC}$ 의 연장선이 만나는 점을 P 라 하면 $\angle A = \angle B$ 이므로 $\overline{PA} = \overline{PB}$



$\triangle PDC$ 와 $\triangle PCA$ 에서 $\angle P$ 는 공통
$\angle PDC = 180° - \angle ADC = 180° - \angle BCA = \angle PCA$
따라서 $\triangle PDC \backsim \triangle PCA$ (AA 닮음)
$\overline{PD} : \overline{PC} = \overline{DC} : \overline{CA} = \overline{PC} : \overline{PA}$
$\overline{PA} = \overline{PB} = (\overline{PC} + 4)$
$\overline{DC} : \overline{CA} = \overline{PC} : \overline{PA}$ 에 대입하여 계산하면
$3 : 5 = \overline{PC} : (\overline{PC} + 4)$
$5\overline{PC} = 3\overline{PC} + 12$
$2\overline{PC} = 12$
$\overline{PC} = 6$
$\overline{PA} = \overline{PB} = \overline{PC} + \overline{CB} = 6 + 4 = 10$
$\overline{PD} : \overline{PC} = \overline{DC} : \overline{CA}$
$\overline{PD} : 6 = 3 : 5$
$\overline{PD} = \frac{18}{5}$
$\therefore\ \overline{AD} = \overline{PA} - \overline{PD} = 10 - \frac{18}{5} = \frac{32}{5}$