

1. 다음 연립부등식의 해를 구하여라.

$$\begin{cases} 2x - 4 > 0 \\ 2x^2 - 3x + 1 > 0 \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $x > 2$

해설

부등식 $2x - 4 > 0$ 에서

$$x > 2 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

부등식 $2x^2 - 3x + 1 > 0$ 에서

$$(2x - 1)(x - 1) > 0$$

$$\therefore x > 1 \quad \text{또는} \quad x < \frac{1}{2} \cdots \cdots \textcircled{2}$$

따라서, 구하는 해는 ①과 ②를

동시에 만족하는 x 의 값이므로

$$\therefore x > 2$$

2. 두 점 A $(-2, 2)$, B $(5, 5)$ 에서 같은 거리에 있는 x 축 위의 점 P 의 좌표는?

① $(1, 0)$

② $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$

③ $(2, 0)$

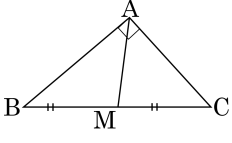
④ $(3, 0)$

⑤ $(4, 0)$

해설

x 축 위의 점을 P $(x, 0)$ 이라 하면, $\overline{AP}^2 = \overline{BP}^2$ 이므로
 $(x + 2)^2 + 2^2 = (x - 5)^2 + 5^2 \Rightarrow 14x = 42 \Rightarrow x = 3$
 $\therefore$ P $(3, 0)$

3. 다음은 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \overline{BC}^2$ 을 증명한 것이다. 다음 그림과 같이 변 BC의 중점을 M이라 하면



$$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \boxed{\text{㉠}} \left(\overline{BM}^2 + \boxed{\text{㉡}}^2 \right)$$

이 때, $\overline{BM} = \frac{1}{2}\overline{BC}$ 이고,

$$\boxed{\text{㉡}} = \boxed{\text{㉢}} \overline{BC} \text{ 이므로}$$

$$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \boxed{\text{㉣}} \left(\boxed{\text{㉤}} \overline{BC}^2 \right) = \overline{BC}^2$$

위의 증명에서 ㉠, ㉡, ㉢, ㉣에 알맞은 것을 순서대로 적은 것은?

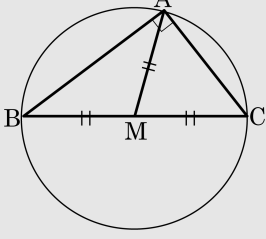
- ① $3, 2\overline{AM}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}$ ② $4, 2\overline{AM}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}$
 ③ $2, \overline{AM}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}$ ④ $2, \overline{AM}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}$
 ⑤ $\frac{16}{5}, \overline{AM}, \frac{1}{4}, \frac{5}{16}$

해설

파푸스의 중선정리에 의해

$$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \boxed{2} \left(\overline{BM}^2 + \boxed{\overline{AM}}^2 \right)$$

이 때, $\triangle ABC$ 는 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형이므로 점 A는 점 M을 중심으로 하고, 변 BC를 지름으로 하는 원 위의 점이다.



$$\overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CM} \text{ 이므로 } \boxed{\overline{AM}} = \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 &= 2 \left(\frac{\overline{BC}^2}{4} + \frac{\overline{BC}^2}{4} \right) \\ &= \boxed{2} \left(\boxed{\frac{1}{2}} \overline{BC}^2 \right) = \overline{BC}^2 \end{aligned}$$

4. 다음 두 점 $(-3, 2), (-3, -3)$ 을 지나는 직선의 방정식은?

① $y = 1$

② $y = 2$

③ $y = -3$

④ $x = 2$

⑤ $x = -3$

해설

$x = -3$ 인 직선이 된다.

5. $3x + 4y - 2 = 0$ 에 수직이고, 점 (1, 2) 를 지나는 직선의 기울기와 y 절편의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

직선 $3x + 4y - 2 = 0$ 의 기울기는

$$y = -\frac{3}{4}x + \frac{1}{2} \text{ 에서 } -\frac{3}{4}$$

따라서 이 직선의 수직인 직선의 기울기는 $\frac{4}{3}$ 이다.

$$y - 2 = \frac{4}{3}(x - 1)$$

$$\therefore y = \frac{4}{3}x + \frac{2}{3}$$

$$\therefore \frac{4}{3} + \frac{2}{3} = 2$$

6. 방정식 $y = -3x + 1$ 이 나타내는 도형을 x 축의 방향으로 4 만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 도형의 방정식을 구하면?

- ① $y = -x + 4$ ② $y = -2x + 6$ ③ $y = -3x + 11$
④ $y = -4x + 9$ ⑤ $y = -5x + 13$

해설

$$y + 2 = -3(x - 4) + 1 \quad \therefore y = -3x + 11$$

7. 점 $(2, 4)$ 를 직선 $x = 3$ 에 대하여 대칭이동한 다음 x 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 점의 좌표를 구하면?

① $(1, -1)$

② $(2, 0)$

③ $(4, 3)$

④ $(6, 4)$

⑤ $(7, 5)$

해설

점 $(2, 4)$ 를 직선 $x = 3$ 에 대하여
대칭이동한 점의 좌표는 $(2 \cdot 3 - 2, 4)$
즉, $(4, 4)$
점 $(4, 4)$ 를 다시 x 축의 방향으로 2 만큼
평행이동한 점의 좌표는 $(4 + 2, 4)$
즉, $(6, 4)$

8. x 의 범위가 $-2, -1, 0, 1$ 일 때, 부등식 $2x \leq 5x-3$ 의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$2x \leq 5x - 3, -3x \leq -3$$

$$\therefore x \geq 1$$

따라서 이 부등식을 만족하는 해는 1이다.

9. 연립부등식 $\begin{cases} 0.3x - 0.5 \leq 0.4 \\ x - 3 > -2(9 + x) \end{cases}$ 를 만족하는 정수 x 는 모두 몇 개인가?

① 9 개 ② 8 개 ③ 7 개 ④ 6 개 ⑤ 5 개

해설

$$\begin{cases} 0.3x - 0.5 \leq 0.4 \\ x - 3 > -2(9 + x) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x \leq 9 \\ 3x > -15 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \leq 3 \\ x > -5 \end{cases}$$

$$\therefore -5 < x \leq 3$$

위의 범위를 만족하는 정수는 $-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$ 이다.

10. 부등식 $x-1 \leq 3x-7 < 14-x$ 의 해 중에서 정수인 해는 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 3 개

해설

$x-1 \leq 3x-7 < 14-x$ 에서

(i) $x-1 \leq 3x-7$
 $x-3x \leq -7+1$
 $-2x \leq -6$
 $\therefore x \geq 3$

(ii) $3x-7 < 14-x$
 $3x+x < 14+7$
 $4x < 21$
 $\therefore x < \frac{21}{4}$

(i), (ii) 에서 $3 \leq x < \frac{21}{4}$ 따라서 정수인 해는 3, 4, 5로 3개이다.

11. 연립부등식 $\begin{cases} 3x+4 < -2x+7 \\ x \geq a \end{cases}$ 을 만족하는 정수가 2개일 때, a 의 값의 범위는?

- ① $-1 \leq a < 0$ ② $-1 < a \leq 0$ ③ $-2 \leq a < -1$
 ④ $-2 < a \leq -1$ ⑤ $-3 < a \leq -2$

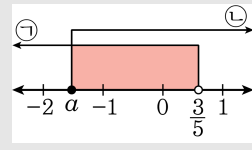
해설

$3x+4 < -2x+7$ 에서

$$x < \frac{3}{5} \quad \dots \textcircled{1}$$

$$x \geq a \quad \dots \textcircled{2}$$

①, ②의 공통부분에 정수가 2 개 존재하도록 수직선 위에 나타내면



$\therefore -2 < a \leq -1$

12. 연립부등식 $\begin{cases} 10-2x \geq 3x \\ x-a > -3 \end{cases}$ 이 해를 갖지 않도록 하는 상수 a 의 값의 범위는?

① $a > 2$

② $a \leq 2$

③ $a \geq 5$

④ $a \leq 5$

⑤ $2 < a < 5$

해설

$$\begin{cases} 10-2x \geq 3x & \rightarrow 2 \geq x \\ x-a > -3 & \rightarrow x > a-3 \end{cases}$$

$$a-3 \geq 2$$

$$\therefore a \geq 5$$

13. 이차부등식 $ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $\frac{1}{14} < x < \frac{1}{10}$ 일 때, 이차부등식 $4cx^2 - 2bx + a < 0$ 의 해는?

- ① $x < -7$ 또는 $x > -5$
- ② $-7 < x < -5$
- ③ $-7 < x < 5$
- ④ $5 < x < 7$
- ⑤ $x < 5$ 또는 $x > 7$

해설

$ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $\frac{1}{14} < x < \frac{1}{10}$ 이므로
 $(14x - 1)(10x - 1) < 0, 140x^2 - 24x + 1 < 0$
 $-140x^2 + 24x - 1 > 0 \Leftrightarrow ax^2 + bx + c > 0$
 $\therefore a = -140, b = 24, c = -1 \cdots \textcircled{가}$
 $\textcircled{가}$ 를 $4cx^2 - 2bx + a < 0$ 에 대입하면
 $-4x^2 - 48x - 140 < 0$
 $x^2 + 12x + 35 > 0, (x + 7)(x + 5) > 0$
 $\therefore x < -7$ 또는 $x > -5$

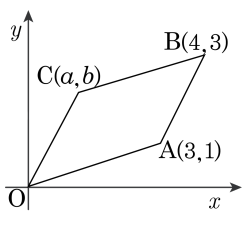
14. 다음 중 가장 큰 수는?

- ① $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2}$ ② $\frac{2\sqrt{2} + \sqrt{3}}{3}$ ③ $\frac{3\sqrt{2} + \sqrt{3}}{4}$
④ $\frac{4\sqrt{2} + \sqrt{3}}{5}$ ⑤ $\frac{5\sqrt{2} + \sqrt{3}}{6}$

해설

내분점의 성질을 이용하면 $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2}$ 이 가장 크다.

15. 다음 그림과 같이 네 점 A(3, 1), B(4, 3), C(a, b), O(0, 0)을 꼭짓점으로 하는 평행사변형 OABC에서 $a + b$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

평행사변형 OABC에서 두 대각선의 중점은 일치하므로

$$\left(2, \frac{3}{2}\right) = \left(\frac{a+3}{2}, \frac{b+1}{2}\right)$$

$$\frac{a+3}{2} = 2 \text{에서 } a = 1$$

$$\frac{b+1}{2} = \frac{3}{2} \text{에서 } b = 2$$

$$\therefore a + b = 3$$

16. 점 A(-2, 1), B(4, 4) 를 이은 선분 AB 를 2 : 1 로 내분하는 점을 지나 AB 에 수직인 직선의 방정식을 l 이라고 할 때, 점 (1, 0) 에서 직선 l 에 이르는 거리는?

- ① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ 2 ④ $\sqrt{5}$ ⑤ $\sqrt{6}$

해설

선분 AB 의 내분점의 좌표

$$M\left(\frac{2 \times 4 + 1 \times (-2)}{2 + 1}, \frac{2 \times 4 + 1 \times 1}{2 + 1}\right) = (2, 3)$$

직선 AB 의 기울기는 $\frac{4 - 1}{4 - (-2)} = \frac{1}{2}$

그러므로 직선 l 은 기울기가 -2 이고

(2, 3)을 지나므로 $l : y - 3 = -2(x - 2)$

$\therefore 2x + y - 7 = 0$

따라서 (1, 0) 으로부터 직선 l 까지의 거리는

$$\frac{|2 \cdot 1 + 0 - 7|}{\sqrt{5}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

17. 두 직선 $3x-2y-4=0$, $x+2y-4=0$ 의 교점과 점 $(1, -4)$ 를 지나는 직선의 방정식은?

① $5x-y-9=0$

② $5x+y-9=0$

③ $x-2y-1=0$

④ $2x-3y-1=0$

⑤ $2x-y+3=0$

해설

$$\begin{cases} 3x-2y-4=0 \cdots \textcircled{1} \\ x+2y-4=0 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2} : x=2, y=1$$

$$\therefore \text{교점} : (2, 1)$$

$$\therefore \text{구하는 직선은 } y-1 = \frac{-4-1}{1-2}(x-2) = 5(x-2)$$

$$\therefore 5x-y-9=0$$

18. 서로 수직인 두 직선 $y = -\frac{1}{2}x + 2$ 와 $y = 2x$ 의 교점을 H 라 할 때,
H 의 좌표는 ()이다. 따라서, 원점에서 직선 $y = -\frac{1}{2}x + 2$ 까지의
거리는 ()이다. 위의 ()안에 알맞은 것을 차례대로 나열하면?

- ① $\left(\frac{2}{5}, \frac{4}{5}\right), \frac{2\sqrt{5}}{5}$

② $\left(\frac{2}{5}, \frac{4}{5}\right), \frac{4\sqrt{5}}{5}$
- ③ $\left(\frac{4}{5}, \frac{8}{5}\right), \frac{3\sqrt{5}}{5}$

④ $\left(\frac{4}{5}, \frac{8}{5}\right), \frac{4\sqrt{5}}{5}$
- ⑤ $(1, 2), \sqrt{5}$

해설

두 직선 $y = -\frac{1}{2}x + 2$ 와 $y = 2x$ 의 교점

H 의 좌표는 $-\frac{1}{2}x + 2 = 2x, -x + 4 = 4x$

이고 $x = \frac{4}{5}, y = \frac{8}{5}$ 이다. 즉, H $\left(\frac{4}{5}, \frac{8}{5}\right)$ 이므로

따라서 $\overline{OH} = \sqrt{\left(\frac{4}{5}\right)^2 + \left(\frac{8}{5}\right)^2} = \frac{4\sqrt{5}}{5}$ 이다.

19. 원 $x^2 + y^2 + 4x - 2y + 2 = 0$ 과 중심이 같고 점 $(2, 3)$ 을 지나는 원의 넓이는?

① 12π ② 14π ③ 16π ④ 18π ⑤ 20π

해설

$x^2 + y^2 + 4x - 2y + 2 = 0$ 을 변형하면

$(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 3$ 이므로

원의 중심의 좌표는 $(-2, 1)$

따라서, 중심이 $(-2, 1)$ 이고

반지름의 길이가 r 인 원의 방정식은

$(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = r^2$ 이고,

이 원이 점 $(2, 3)$ 을 지나므로

$r = \sqrt{(2 + 2)^2 + (3 - 1)^2} = 2\sqrt{5}$

따라서, 이 원의 넓이는 $\pi r^2 = 20\pi$

20. 방정식 $x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0$ 으로 나타내어지는 원이 y 축에 접할 조건은?

- ① $b^2 = c$
- ② $c^2 = b$
- ③ $a^2 = c$
- ④ $c^2 = a$
- ⑤ $b = 2c$

해설

y 축과의 공유점을 구하는 식은 $x = 0$ 으로부터
 $y^2 + 2by + c = 0$
y 축에 접할 조건은 $D/4 = b^2 - c = 0$

21. 점 P를 x 축의 방향으로 3만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 점의 좌표를 $(3, -5)$ 라 할 때, 점 P의 좌표는?

㉠ $(0, -3)$

㉡ $(-3, 0)$

㉢ $(6, -7)$

㉣ $(-7, 6)$

㉤ $(-6, 7)$

해설

$P(a, b)$ 를 조건에 의하여 이동하면 $(a + 3, b - 2) = (3, -5)$
따라서 $a = 0, b = -3$

22. 부등식 $(a - b)x + (b - 2a) > 0$ 의 해가 $x > \frac{3}{2}$ 일 때, 부등식 $ax^2 + (a + 2b)x + (a + 3b) < 0$ 의 해를 구하면?

- ① $3 < x < 7$
- ② $-3 < x < 1$
- ③ $x < 2, x > 3$
- ④ $-1 < x < 2$
- ⑤ $x < -2, x > 4$

해설

$(a - b)x > 2a - b$ 의 해가 $x > \frac{3}{2}$ 이라면
 $a - b > 0, \frac{2a - b}{a - b} = \frac{3}{2}$ 이어야 한다.
 $\therefore a = -b, b < 0$
준 부등식 $-bx^2 + bx + 2b < 0$ 에서
 $x^2 - x - 2 < 0, (x - 2)(x + 1) < 0$
 $\therefore -1 < x < 2$

23. 임의의 실수 x 에 대하여 $x^2 + 2ax + 2a + 3 \geq 0$ 이 성립하기 위한 상수 a 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$x^2 + 2ax + 2a + 3 \geq 0$ 이 항상 성립할 조건은

$$D/4 = a^2 - 2a - 3 = (a + 1)(a - 3) \leq 0$$

$$\therefore -1 \leq a \leq 3$$

a 의 최솟값은 -1

24. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - ax + 9 = 0$ 이 $x < 1$ 에서 두 개의 실근을 갖도록 하는 실수 a 의 범위를 구하면 $a \leq k$ 이다. 이 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = -6$

해설

$f(x) = x^2 - ax + 9$ 라 놓으면

i) 축이 $x < 1$ 에 있어야 하므로 $\frac{1}{2}a < 1, a < 2$

ii) $f(1) > 0, 1 - a + 9 > 0, a < 10$

iii) 두 개의 실근을 가져야 하므로

$D = a^2 - 4 \cdot 9 \geq 0, a \geq 6, a \leq -6$

따라서 i), ii), iii)에 의해 $a \leq -6$

$\therefore k = -6$

25. 직선 $(k + 1)x - (k - 2)y - 3 = 0$ 에 대하여 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, k 는 실수)

< 보 기 >

- ㉠ $k = -1$ 이면 점 $(1, 0)$ 을 지난다.
- ㉡ $k = 2$ 이면 y 축에 평행이다.
- ㉢ k 의 값에 관계없이 점 $(1, 1)$ 을 지난다.

- ① ㉢
- ② ㉠, ㉡
- ③ ㉠, ㉢
- ④ ㉡, ㉢
- ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

- ㉠ $k = -1$ 이면 $y = 1$ 이므로 점 $(0, 1)$ 을 지난다.
- ㉡ $k = 2$ 이면 $x = 1$ 이므로 y 축에 평행이다.
- ㉢ $(x - y)k + (x + 2y - 3) = 0$ 이므로 k 의 값에 관계없이 점 $(1, 1)$ 을 지난다.

26. 두 원 $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 9$, $x^2 + y^2 = r^2$ 의 위치 관계가 내접하도록 하는 상수 r 의 값을 구하여라. (단, $r > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

두 원을

$$C_1 : (x-3)^2 + (y-4)^2 = 9 \leftarrow \text{중심 } (3, 4)$$

$$C_2 : x^2 + y^2 = r^2 (r > 0) \leftarrow \text{중심 } (0, 0)$$

두 원 C_1, C_2 의 반지름의 길이는 각각 $3, r$ 이고, 중심거리는 $\sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ 이다.

이 때, $|r-3| = 5$ 이어야 하므로 $r-3 = \pm 5$

$$\therefore r = 8 (\because r > 0)$$

27. 두 원
A : $x^2 + y^2 + 2x - 4 = 0$,
B : $x^2 + y^2 - 2ax + 2y - 6 = 0$
에서 원 A 가 원 B 의 둘레를 이등분하면서 지날 때, a 의 값은?
- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

원 B 가 원 A 의 둘레를 이등분하므로
두 원의 공통현이
원 A 의 중심을 지나야 한다.
공통현의 방정식은
 $(1 + a)x - y + 1 = 0 \cdots \cdots \textcircled{1}$
한편, $x^2 + y^2 + 2x - 4 = 0$
 $(x + 1)^2 + y^2 = 5$ 이므로
 $\textcircled{1}$ 이 점 $(-1, 0)$ 을 지나야한다.
 $-1 - a + 1 = 0$
 $\therefore a = 0$

28. 원 $x^2 + y^2 = 5$ 와 직선 $y = 2x + k$ 가 만나지 않도록 k 의 값의 범위를 구하면?

- ① $-5 < k < 5$ ② $k > 5, k < -5$ ③ $-5 \leq k \leq 5$
④ $k \geq 5, k \geq -5$ ⑤ $0 < k \leq 5$

해설

원과 직선이 만나지 않으려면, 원 중심과 직선사이 거리가 원 반지름보다 커야 한다.

$$\therefore \frac{|k|}{\sqrt{2^2 + 1}} > \sqrt{5}$$

$$\Rightarrow k > 5 \text{ 또는 } k < -5$$

29. 원 $x^2 + y^2 = 2$ 와 직선 $y = -x + k$ 이 한점에서 만나도록 하는 k 값은?(단, $k < 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = -2$

해설

원이 직선과 한 점에서 만나려면,
즉 겹치려면 원의 중심과 직선사이 거리가
반지름과 같아야 한다.
 $\Rightarrow$ 중심 : $(0, 0)$ 직선 : $x + y - k = 0$
 $\frac{|1 \times 0 + 1 \times 0 - k|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \sqrt{2}$
 $\Rightarrow k = \pm 2$
 $\therefore k = -2$ ($\because k < 0$)

30. 점 $(0, 4)$ 를 지나고 원 $x^2 + y^2 = 1$ 에 접하는 직선의 방정식은?

① $y = \pm \sqrt{11}x + 4$

② $y = \pm \sqrt{13}x + 4$

③ $y = \pm \sqrt{14}x + 4$

④ $y = \pm \sqrt{15}x + 4$

⑤ $y = \pm \sqrt{17}x + 4$

해설

접선의 기울기를 m 이라고 하면 점 $(0, 4)$ 를 지나는 접선의 방정식은 $y - 4 = mx$ 즉, $mx - y + 4 = 0$
원의 중심 $(0, 0)$ 로부터 이 직선까지의 거리가 반지름 1과 같아야 하므로

$$\frac{4}{\sqrt{m^2 + 1}} = 1, 4 = \sqrt{m^2 + 1}$$

양변을 제곱하여 풀면 $m^2 = 15$

$$\therefore m = \pm \sqrt{15}$$

$$\text{따라서 } y = \pm \sqrt{15}x + 4$$

31. 점 A(0, a)에서 원 $x^2 + (y - 3)^2 = 8$ 에 그은 두 접선이 서로 수직 일 때, 양수 a의 값은 ?

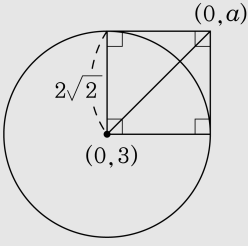
- ① 3
- ② 5
- ③ 7
- ④ 9
- ⑤ 10

해설

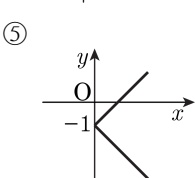
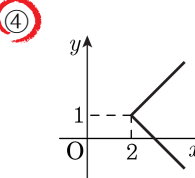
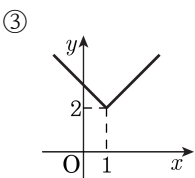
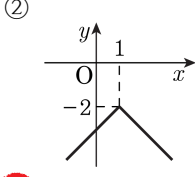
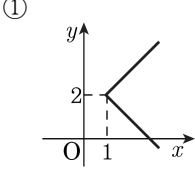
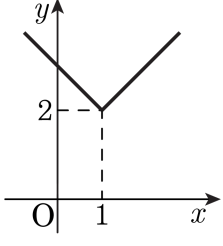
점 A(0, a)을 지나고 기울기가 m인 접선을 $y = mx + a$ 로 놓으면 원의 중심 (0, 3)에서 접선 $mx - y + a = 0$ 까지의 거리는 $\frac{|a - 3|}{\sqrt{m^2 + (-1)^2}} = 2\sqrt{2}$
← 반지름 이 식의 양변을 제곱하면,
 $(a - 3)^2 = 8(m^2 + 1)$
 $8m^2 - a^2 + 6a - 1 = 0$
m에 관한 이차방정식의 두 근을 α, β 라 하면,
두 접선이 직교하기 위해서는 $\alpha\beta = -1$ 이어야 하므로
 $\frac{-a^2 + 6a - 1}{8} = -1$
 $a^2 - 6a - 7 = 0, (a - 7)(a + 1) = 0$
 $\therefore a = 7 (\because a > 0)$

해설

원의 중심 (0, 3)에서 A(0, a)까지의 거리는
반지름을 한 변으로 하는 정사각형의 대각선의 길이와 같다. $\sqrt{0 + (a - 3)^2} = 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}$
 $a - 3 = \pm 4$
 $\therefore a = 7$ 또는 $a = -1$
그런데 $a > 0$ 에서 $a = 7$



32. 방정식 $f(x,y) = 0$ 이 나타내는 도형이 아래 그림과 같을 때, 다음 중 방정식 $f(y,x) = 0$ 이 나타내는 도형은?



해설

도형 $f(x,y) = 0$ 을 $y = x$ 에 대해 대칭이동하면 $f(y,x) = 0$ 이 된다.
따라서 (1, 2) 는 (2, 1) 로 이동되며,
도형 전부를 대칭이동하면 4 번의 그림이 된다.

33. 다음 두 직선 $2x + y - 2 = 0, mx - y - 3m + 5 = 0$ 이 제 1 사분면에서 만나도록 m 의 값의 범위는?

- ㉠ $1 < m < \frac{5}{2}$
 ㉡ $1 \leq m < \frac{5}{2}$
 ㉢ $1 < m \leq \frac{5}{2}$
- ㉣ $2 < m < \frac{5}{2}$
 ㉤ $2 \leq m < \frac{5}{2}$

해설

두 직선의 방정식을 연립하여 교점을 찾으면

$$\Rightarrow \left(\frac{3m-3}{m+2}, \frac{-4m+10}{m+2} \right)$$

교점이 1 사분면 위에 있으므로

$$\text{i) } \frac{3(m-1)}{m+2} > 0$$

$$\Rightarrow m < -2 \text{ 또는 } m > 1$$

$$\text{ii) } \frac{2(2m-5)}{m+2} < 0$$

$$\Rightarrow -2 < m < \frac{5}{2}$$

i), ii) 의 공통영역을 구하면 $1 < m < \frac{5}{2}$

해설

$2x + y - 2 = 0$ 의 x, y 절편의 좌표를

각각 구하면 $(1, 0), (0, 2)$ 이고

$y = m(x-3) + 5$ 는 다음 그림과 같이 m 값에 관계없이 $(3, 5)$ 를 지나는 직선이다. $(0, 2)$ 를 대입하면 $m = 1, (1, 0)$

을 대입하면 $m = \frac{5}{2}$

$$\therefore 1 < m < \frac{5}{2}$$

