

1. 이차방정식  $x^2 - 5x - 2 = 0$  의 두 근을  $m, n$  이라 할 때,  $m^2 + n^2$  의 값은?

① 25

② 29

③ 36

④ 47

⑤ 67

해설

두 근의 합  $m + n = 5$ , 두 근의 곱  $mn = -2$

$$m^2 + n^2 = (m + n)^2 - 2mn = 29$$

2. 이차방정식  $x^2 - 2x + a = 0$  의 한 근이  $1 - \sqrt{3}$  일 때, 유리수  $a$  의 값은?

① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

해설

한 근이  $1 - \sqrt{3}$  이므로 다른 한 근은  $1 + \sqrt{3}$   
두 근의 곱은  $a$  이므로  
 $\therefore a = (1 - \sqrt{3}) \times (1 + \sqrt{3}) = -2$

3. 이차방정식  $x^2 - 8x + m = 0$  의 한 근이 다른 근의 3 배일 때, 상수  $m$  의 값은?

① -24      ② -12      ③ 12      ④ 24      ⑤ 48

해설

이차방정식의 근을  $\alpha$ ,  $3\alpha$ 라 하면,

$$\alpha + 3\alpha = 8 \text{ 이므로 } \alpha = 2$$

$$\alpha \times 3\alpha = 3\alpha^2 = m$$

$$\therefore m = 12$$

4. 이차방정식  $2x^2 - ax + b = 0$  의 두 근을  $-2, 3$  이라고 할 때,  $ax^2 - 5x + b = 0$  의 두 근의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-6$

해설

$$-2 + 3 = \frac{a}{2} \quad \therefore a = 2$$

$$(-2) \times 3 = \frac{b}{2} \quad \therefore b = -12$$

$ax^2 - 5x + b = 0$  에  $a = 2, b = -12$  를 대입하면

$$2x^2 - 5x - 12 = 0$$

따라서 두 근의 곱은  $\frac{-12}{2} = -6$  이다.

5. 지상으로부터 50m 인 지점에서 1 초에 45m 의 빠르기로 쏘아올린 물로켓의  $t$  초 후의 높이를  $h$ m 라고 하면  $h = -5t^2 + 45t + 50$  인 관계가 성립한다. 발사 후 5 초 후의 높이는 얼마인가?

① 100m    ② 125m    ③ 150m    ④ 175m    ⑤ 200m

해설

$h = -5t^2 + 45t + 50$  에서  $t = 5$  를 대입하면

$$h = -125 + 225 + 50 = 150$$

따라서 발사 후 5초 후의 높이는 150m이다.

6. 이차방정식  $x^2 + 12x + m = 6x - 1$  이 중근을 가질 때, 상수  $m$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$x^2 + 6x + m + 1 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 9 - (m + 1) = 0$$

$$\therefore m = 8$$

7. 이차방정식  $x^2 - 6x - 16 = 0$  의 두 근을  $p, q$  라 할 때,  $p^2 + 3pq + q^2$  의 값 중 알맞은 것을 고르면?

① 10

② 15

③ 20

④ 25

⑤ 30

해설

$x^2 - 6x - 16 = 0$  의 두 근을  $p, q$  라면

$p + q = 6, pq = -16$

$$\begin{aligned} p^2 + 3pq + q^2 &= (p + q)^2 + pq \\ &= 6^2 - 16 \\ &= 36 - 16 = 20 \end{aligned}$$

8. 어떤 자연수에 4를 더하여 제곱해야 할 것을 잘못하여 2를 더하고 4를 곱했더니 29만큼 작아졌다. 어떤 수를 구하여라

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

어떤 자연수를  $x$ 라고 하면

$$(x+4)^2 = 4(x+2) + 29$$

$$x^2 + 4x - 21 = 0$$

$$(x-3)(x+7) = 0$$

$x$ 는 자연수이므로  $x = 3$  이다.

9. 이차방정식  $x^2 + 5x + 2 = 0$  의 두 근을  $\alpha, \beta$  라 할 때,  $\alpha + \beta, \alpha\beta$  를 각각 두 근으로 하고 이차항의 계수가 1 인 이차방정식은?

①  $x^2 + 7x + 10 = 0$

②  $x^2 - 7x + 10 = 0$

③  $x^2 - 3x + 10 = 0$

④  $x^2 - 3x - 10 = 0$

⑤  $x^2 + 3x - 10 = 0$

해설

근과 계수와의 관계에 의해

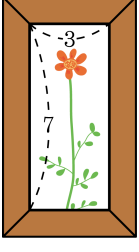
$\alpha + \beta = -5, \alpha\beta = 2$  이므로 구하는 방정식은  $-5, 2$  를 두 근으로 한다.

두 근의 합은  $-3$ , 두 근의 곱은  $-10$

$\therefore x^2 + 3x - 10 = 0$

10. 다음 그림과 같이 가로가 3, 세로가 7 인 직사각형 모양의 사진이 있다. 이 사진의 둘레에 폭이 일정하게 종이를 붙일 때, 종이의 넓이가 24 라고 하면, 종이의 폭은?

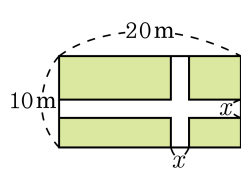
① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5



해설

종이의 폭을  $x$  라 하면, 종이와 액자의 넓이의 합은  
 $(3 + 2x)(7 + 2x) = 21 + 24$   
 $4(x^2 + 5x - 6) = 0$   
 $(x + 6)(x - 1) = 0$   
 $x > 0$  이므로  $x = 1$

11. 가로 길이가 20 m, 세로 길이가 10 m 인 직사각형 모양의 화단에 다음 그림과 같이 폭이  $x$  m 로 일정한 길을 만들었더니 길을 제외한 화단의 넓이가  $144\text{ m}^2$  가 되었다. 이 길의 폭을 구하여라.



▶ 답: m

▶ 정답 : 2m

해설

도로의 폭을  $x$  m 라 하면 도로를 제외한 나머지 부분의 넓이는  
 가로 길이가  $(20 - x)$  m, 세로 길이가  $(10 - x)$  m 인 직사각  
 형의 넓이와 같으므로

$$(20 - x)(10 - x) = 144$$

$$x^2 - 30x + 56 = 0$$

$$(x - 2)(x - 28) = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ (단, } 0 < x < 10 \text{ )}$$

12. 직선  $y = ax + b$  의 그래프가 2, 3, 4 분면을 지날 때,  $x$  에 대한 이차 방정식  $ax^2 + bx + 1 = 0$  근의 개수에 대한 설명으로 옳은 것은?

- ① 서로 다른 두 실근을 갖는다.  
② 하나의 중근을 갖는다.  
③ 근은 존재하지 않는다.  
④ 근의 개수는 무한하다.  
⑤ 알 수 없다.

해설

직선  $y = ax + b$  의 기울기와  $y$  절편이 모두 음수이므로  $a < 0$ ,  $b < 0$ ,  
 $ax^2 + bx + 1 = 0$  에서  $D = b^2 - 4a > 0$  이므로 서로 다른 두 실근을 갖는다.

13. 이차방정식  $x^2 - ax + 2b = 0$  의 두 근을  $\alpha, \beta$  라 하면,  $x^2 - 2x - 4 = 0$  의 두 근은  $\alpha - 1, \beta - 1$  이다.  
이 때, 상수  $a, b$  의 곱  $ab$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

근과 계수와의 관계에서  $\alpha + \beta = a, \alpha\beta = 2b$

$x^2 - 2x - 4 = 0$  의 두 근이  $\alpha - 1, \beta - 1$  이므로

$$\alpha - 1 + \beta - 1 = 2, \alpha + \beta = 4$$

$$\therefore a = 4$$

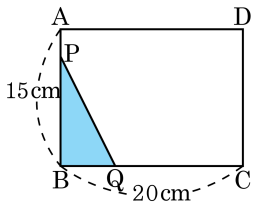
$$(\alpha - 1)(\beta - 1) = \alpha\beta - (\alpha + \beta) + 1 = -4$$

$$2b - 4 + 1 = -4, 2b = -1$$

$$\therefore b = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore a \times b = 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -2$$

14. 다음 그림과 같이  $\overline{AB} = 15\text{ cm}$ ,  $\overline{BC} = 20\text{ cm}$ 인 직사각형 ABCD가 있다. 점 P는 변 AB위를 점 A로부터 B까지 매초 1 cm의 속력으로 움직이고, 점 Q는 변 BC위를 점 B로부터 C까지 매초 2 cm의 속력으로 움직이고 있다. 두 점 P, Q가 동시에 출발하였다면 몇 초 후에  $\triangle BPQ$ 의 넓이가  $36\text{ cm}^2$ 가 되는지 구하여라.



▶ 답 :                      초

▷ 정답 : 3 초

#### 해설

$x$ 초 후에  $\overline{PB} = (15 - x)\text{ cm}$ ,  $\overline{BQ} = 2x\text{ cm}$   $\triangle BPQ$ 의 넓이는

$\frac{1}{2}\overline{PB} \times \overline{BQ}$  이므로

$$\frac{1}{2}(15 - x)2x = 36$$

$$2x^2 - 30x + 72 = 0$$

$$x^2 - 15x + 36 = 0$$

$$(x - 3)(x - 12) = 0$$

$$\therefore x = 3 \text{ (초)} (\text{단, } 0 < x < 10)$$

15. 이차방정식  $ax^2 + bx + c = 0$  을 만족시키는 실근을  $p, q$  라 할 때  $(p-q)^2 \neq 0$  이 성립한다. 실수  $x$ 에 대하여 이차방정식  $bx^2 + 2(a-2c)x - b = 0$ 의 해의 개수와 이차방정식  $x^2 + 2(a+c)x + 6(ac-a^2) + b^2 = 0$ 의 해의 개수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$(p-q)^2 \neq 0$  에서  $p-q \neq 0, p \neq q$  이므로  $ax^2 + bx + c = 0$  은 서로 다른 두 실근을 가지므로

$$D = b^2 - 4ac > 0 \cdots \textcircled{1}$$

$bx^2 + 2(a-2c)x - b = 0$  에서

$$\begin{aligned} \frac{D}{4} &= (a-2c)^2 + b^2 \\ &= a^2 - 4ac + 4c^2 + b^2 \\ &= a^2 + 4c^2 + b^2 - 4ac \end{aligned}$$

그런데  $\textcircled{1}$ 에서  $b^2 - 4ac > 0$  이고  $a^2 + 4c^2 \geq 0$  이므로  $a^2 + 4c^2 + b^2 - 4ac > 0$

따라서  $bx^2 + 2(a-2c)x - b = 0$  은  $D > 0$  이므로 서로 다른 두 근을 가진다.

$x^2 + 2(b+c)x + 6(bc-a^2) = 0$  에서

$$\begin{aligned} \frac{D}{4} &= (a+c)^2 - 6(ac-a^2) + b^2 \\ &= a^2 + 2ac + c^2 - 6ac + 6a^2 + b^2 \\ &= b^2 - 4ac + c^2 + 7a^2 \end{aligned}$$

그런데  $\textcircled{1}$ 에서  $b^2 - 4ac > 0$  이고  $c^2 + 7a^2 \geq 0$  이므로

$$b^2 - 4ac + c^2 + 7a^2 > 0$$

따라서  $x^2 + 2(a+c)x + 6(ac-a^2) + b^2 = 0$  은  $D > 0$  이므로 서로 다른 두 근을 가진다.

따라서 두 이차방정식의 근의 개수의 합은 4