1. 이차방정식 $x^2-(m-1)x+(m^2-7)=0$ 의 두 근의 합과 곱이 같을 때 양수 m 의 값은?

① $\frac{3}{2}$ ② 3 ③ $\frac{1}{2}$ ④ 2 ⑤ 1

해설

근과 계수와의 관계에 의해
두 근의 합은 $m-1$, 두 근의 곱은 m^2-7
$m-1=m^2-7$이므로$m^2-m-6=0$
$(m-3)(m+2)=0$
$\therefore$ m 이 양수이므로 $m=3$

2. 이차방정식 $x^2 - 8x + m = 0$ 의 한 근이 다른 근의 3 배일 때, 상수 m 의 값은?

① -24 ② -12 ③ 12 ④ 24 ⑤ 48

해설

이차방정식의 근을 α, 3α 라 하면,
$\alpha + 3\alpha = 8$ 이므로 $\alpha = 2$
$\alpha \times 3\alpha = 3\alpha^2 = m$
$\therefore\ m = 12$

3. 이차방정식 $x^2 + 4x - 1 = 0$ 의 두 근 중에서 양수를 a 라 할 때, $n < a < n + 1$ 을 만족하는 정수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$x^2 + 4x - 1 = 0$ 의 두 근은 $x = -2 \pm \sqrt{5}$
a 는 양수이므로 $a = -2 + \sqrt{5}$
$0 < -2 + \sqrt{5} < 1$
$\therefore n = 0$

4. 이차방정식 $x^2 + ax + b + 3 = 0$ 의 한 근이 $x = 2 + \sqrt{5}$일 때, $a - b$ 의 값은?(단, a, b 는 유리수)

① 8 ② 4 ③ 0 ④ −4 ⑤ −8

해설

한 근이 $2 + \sqrt{5}$이므로 다른 한 근은 $2 - \sqrt{5}$이다.
근과 계수와의 관계에서
두 근의 합은 $-a = (2 + \sqrt{5}) + (2 - \sqrt{5}) = 4$
$\therefore\ a = -4$
두 근의 곱은 $b + 3 = (2 + \sqrt{5})(2 - \sqrt{5}) = -1$
$\therefore\ b = -4$
$\therefore\ a - b = (-4) - (-4) = 0$

5. 이차방정식 $x^2+2x-1=0$ 의 두근을 α, β 라고 할 때, $\alpha^3+\alpha^2\beta+\alpha\beta^2+\beta^3$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -12

해설

근과 계수의 관계로부터

$\alpha+\beta=-2,\ \alpha\beta=-1,$

$\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=6$

$\alpha^3+\alpha^2\beta+\alpha\beta^2+\beta^3=\alpha^2(\alpha+\beta)+\beta^2(\alpha+\beta)$

$=\left(\alpha^2+\beta^2\right)(\alpha+\beta)$

$=6\times(-2)=-12$

6. 인기 라디오 프로그램에서 추첨을 통해 문화상품권 30 장을 청취자에게 나누어 주는데 한 사람에게 돌아가는 문화상품권의 수는 청취자의 수보다 7 개가 적다고 한다. 문화상품권을 타는 청취자의 수를 구하여라.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 10 명

해설

문화상품권을 타는 청취자의 수를 x 명 이라 하면,
$x(x-7)=30$
$x^2-7x-30$
$(x-10)(x+3)=0$
$\therefore x=10$ ($\because x$ 는 자연수)

7. x에 대한 이차방정식 $(x+p)(x+q)-k=0$의 두 근이 α, β일 때, x에 대한 이차방정식 $(x-\alpha)(x-\beta)+k=0$의 두 근을 구하면?

① 근 없음 ② $x=p$ 또는 $x=q$

③ $x=p$ 또는 $x=-q$ ④ $x=-p$ 또는 $x=q$

⑤ $x=-p$ 또는 $x=-q$

해설

방정식 $(x+p)(x+q)-k=0$을 정리하면
$x^2+(p+q)x+(pq-k)=0$
이 방정식의 두 근이 α, β이므로
$\alpha+\beta=-(p+q)$, $\alpha\beta=pq-k$
방정식 $(x-\alpha)(x-\beta)+k=0$을 정리하면
$x^2-(\alpha+\beta)x+\alpha\beta+k=0$
$\therefore x^2+(p+q)x+pq=0$ ($\because$ 1)
인수분해하면 $(x+p)(x+q)=0$이므로
구하는 두 근은 $x=-p$ 또는 $x=-q$이다.

8. 세 변의 길이가 a, b, c 인 삼각형 ABC 에 대하여 x 에 관한 이차식 $3x^2 + 2ax + 2bx + 2cx + ab + bc + ca$ 가 완전제곱식일 때, 삼각형 ABC 는 어떤 삼각형인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 정삼각형

해설

$3x^2 + 2(a+b+c)x + ab + bc + ca$ 이 완전제곱식이므로

$\frac{D}{4} = (a+b+c)^2 - 3(ab+bc+ca) = 0$

$a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = 0$

양변에 2를 곱하면

$2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ca = 0$

$(a^2 - 2ab + b^2) + (b^2 - 2bc + c^2) + (c^2 - 2ca + a^2) = 0$

$(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 = 0$

$\therefore\ a = b = c$

따라서 삼각형 ABC 의 세 변의 길이가 같으므로 정삼각형이다.