

1. 이차방정식 $x^2 - (m - 1)x + (m^2 - 7) = 0$ 의 두 근의 합과 곱이 같을 때 양수 m 의 값은?

① $\frac{3}{2}$

② 3

③ $\frac{1}{2}$

④ 2

⑤ 1

해설

근과 계수와의 관계에 의해

두 근의 합은 $m - 1$, 두 근의 곱은 $m^2 - 7$

$m - 1 = m^2 - 7$ 이므로 $m^2 - m - 6 = 0$

$$(m - 3)(m + 2) = 0$$

$\therefore m$ 이 양수이므로 $m = 3$

2. 이차방정식 $x^2 - 8x + m = 0$ 의 한 근이 다른 근의 3 배일 때, 상수 m 의 값은?

① -24

② -12

③ 12

④ 24

⑤ 48

해설

이차방정식의 근을 α , 3α 라 하면,

$$\alpha + 3\alpha = 8 \text{ 이므로 } \alpha = 2$$

$$\alpha \times 3\alpha = 3\alpha^2 = m$$

$$\therefore m = 12$$

3. 이차방정식 $x^2 + 4x - 1 = 0$ 의 두 근 중에서 양수를 a 라 할 때, $n < a < n + 1$ 을 만족하는 정수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$x^2 + 4x - 1 = 0 \text{ 의 두 근은 } x = -2 \pm \sqrt{5}$$

$$a \text{ 는 양수이므로 } a = -2 + \sqrt{5}$$

$$0 < -2 + \sqrt{5} < 1$$

$$\therefore n = 0$$

4. 이차방정식 $x^2 + ax + b + 3 = 0$ 의 한 근이 $x = 2 + \sqrt{5}$ 일 때, $a - b$ 의 값은?(단, a, b 는 유리수)

① 8

② 4

③ 0

④ -4

⑤ -8

해설

한 근이 $2 + \sqrt{5}$ 이므로 다른 한 근은 $2 - \sqrt{5}$ 이다.

근과 계수와의 관계에서

$$\text{두 근의 합은 } -a = (2 + \sqrt{5}) + (2 - \sqrt{5}) = 4$$

$$\therefore a = -4$$

$$\text{두 근의 곱은 } b + 3 = (2 + \sqrt{5})(2 - \sqrt{5}) = -1$$

$$\therefore b = -4$$

$$\therefore a - b = (-4) - (-4) = 0$$

5. 이차방정식 $x^2 + 2x - 1 = 0$ 의 두근을 α, β 라고 할 때, $\alpha^3 + \alpha^2\beta + \alpha\beta^2 + \beta^3$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -12

해설

근과 계수의 관계로부터

$$\alpha + \beta = -2, \alpha\beta = -1,$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 6$$

$$\begin{aligned}\alpha^3 + \alpha^2\beta + \alpha\beta^2 + \beta^3 &= \alpha^2(\alpha + \beta) + \beta^2(\alpha + \beta) \\ &= (\alpha^2 + \beta^2)(\alpha + \beta) \\ &= 6 \times (-2) = -12\end{aligned}$$

6. 인기 라디오 프로그램에서 추첨을 통해 문화상품권 30 장을 청취자에게 나누어 주는데 한 사람에게 돌아가는 문화상품권의 수는 청취자의 수보다 7 개가 적다고 한다. 문화상품권을 타는 청취자의 수를 구하여라.

▶ **답:** 명

▶ 정답 : 10 명

해설

문화상품권을 타는 청취자의 수를 x 명 이라 하면,

$$x(x - 7) = 30$$

$$x^2 - 7x - 30$$

$$(x - 10)(x + 3) = 0$$

$$\therefore x = 10 \text{ } (\because x \text{ 는 자연수})$$

7. x 에 대한 이차방정식 $(x+p)(x+q)-k=0$ 의 두 근이 α, β 일 때, x 에 대한 이차방정식 $(x-\alpha)(x-\beta)+k=0$ 의 두 근을 구하면?

- ① 근 없음 ② $x = p$ 또는 $x = q$
③ $x = p$ 또는 $x = -q$ ④ $x = -p$ 또는 $x = q$
⑤ $x = -p$ 또는 $x = -q$

해설

방정식 $(x+p)(x+q)-k=0$ 을 정리하면

$$x^2 + (p + q)x + (pq - k) = 0$$

이 방정식의 두 근이 α, β 이므로

$$\alpha + \beta = -(p + q), \quad \alpha\beta = pq - k$$

방정식 $(x - \alpha)(x - \beta) + k = 0$ 을 정리하면

$$x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta + k = 0$$

$$\therefore x^2 + (p + q)x + pq = 0 \quad (\because 1)$$

인수분해하면 $(x + p)(x + q) = 0$ 이므로

구하는 두 근은 $x = -p$ 또는 $x = -q$ 이다.

8. 세 변의 길이가 a, b, c 인 삼각형 ABC 에 대하여 x 에 관한 이차식 $3x^2 + 2ax + 2bx + 2cx + ab + bc + ca$ 가 완전제곱식일 때, 삼각형 ABC 는 어떤 삼각형인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 정삼각형

해설

$3x^2 + 2(a + b + c)x + ab + bc + ca$ 이 완전제곱식이므로

$$\frac{D}{4} = (a + b + c)^2 - 3(ab + bc + ca) = 0$$

$$a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = 0$$

양변에 2를 곱하면

$$2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ca = 0$$

$$(a^2 - 2ab + b^2) + (b^2 - 2bc + c^2) + (c^2 - 2ca + a^2) = 0$$

$$(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 = 0$$

$$\therefore a = b = c$$

따라서 삼각형 ABC 의 세 변의 길이가 같으므로 정삼각형이다.