

1. 근의 공식을 이용하여 이차방정식 $x^2 + 4x - 2 = 0$ 을 풀면?

- ① $x = 2 \pm \sqrt{6}$ ② $x = -2 \pm \sqrt{2}$ ③ $x = -2 \pm \sqrt{6}$
④ $x = 2 \pm \sqrt{2}$ ⑤ $x = 2 \pm \sqrt{3}$

해설

근의 짝수공식에 대입하면,

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 1 \times (-2)}}{1} = -2 \pm \sqrt{6} \text{이다.}$$

2. 다음 이차방정식 중 근의 개수가 다른 하나는?

① $x^2 + 12x + 36 = 0$

② $x^2 = 10x - 25$

③ $9 - x^2 = 4(x + 3)$

④ $(x + 1)(x - 1) = 2x - 2$

⑤ $x^2 = 4x - 4$

해설

이차방정식이 중근을 가지려면 $(ax + b)^2 = 0$ 의 꼴이 되어야 한다.

① $(x + 6)^2 = 0$

② $(x - 5)^2 = 0$

③ $9 - x^2 = 4(x + 3) \Leftrightarrow x^2 + 4x + 3 = 0$

④ $x^2 - 1 = 2x - 2 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)^2 = 0$

⑤ $(x - 2)^2 = 0$

3. 다음 이차방정식 $2x^2 - 4x + k = 0$ 에 대하여 다음 설명 중 알맞은 것을 모두 고른 것은?

- ㉠ $k = 2$ 이면 $x = 1$ 인 증근을 갖는다.
- ㉡ $k = 0$ 이면 두 근의 곱은 0 이다.
- ㉢ $k = -6$ 이면 두 근의 합은 2 이다.
- ㉤ $k < 2$ 이면 근이 없다.

- ① ㉢, ㉤
- ② ㉠, ㉡, ㉢
- ③ ㉠, ㉡
- ④ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤
- ⑤ ㉤

해설

㉠ $k = 2$ 일 때 $2x^2 - 4x + 2 = 0$
 $x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2 = 0 \therefore x = 1$ (증근)
㉡ $k = 0$ 일 때 $2x^2 - 4x = 0$
 $x^2 - 2x = x(x - 2) = 0 \therefore x = 0, 2$ 이므로 두 근의 곱은 0
㉢ $k = -6$ 일 때 $2x^2 - 4x - 6 = 0$
 $x^2 - 2x - 3 = (x - 3)(x + 1) = 0$
 $x = 3, -1$ 이므로 두 근의 합은 2
㉤ $D/4 = 4 - 2k$ 에서 $4 - 2k > 0$
 $k < 2$ 일 때 서로 다른 두 근을 가진다.
 $\therefore$ 옳은 것은 ㉠, ㉡, ㉢

4. 이차방정식 $x^2 - 8x + m = 0$ 의 한 근이 다른 근의 3 배일 때, 상수 m 의 값은?

① -24 ② -12 ③ 12 ④ 24 ⑤ 48

해설

이차방정식의 근을 $\alpha, 3\alpha$ 라 하면,

$$\alpha + 3\alpha = 8 \text{ 이므로 } \alpha = 2$$

$$\alpha \times 3\alpha = 3\alpha^2 = m$$

$$\therefore m = 12$$

5. $(x-y)(x-y-4)+4=0$ 일 때, $x-y$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$(x-y)(x-y-4)+4=0$$

$x-y$ 를 A 로 치환하면,

$$A(A-4)+4=0$$

$$A^2-4A+4=0, (A-2)^2=0$$

$$(x-y-2)^2=0$$

$$x-y-2=0$$

$$\therefore x-y=2$$

6. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + ax + a^2 + a - 1 = 0$ 이 서로 다른 두 근 α, β 를 가질 때, $\alpha + \beta$ 의 범위는 $m < \alpha + \beta < n$ 이다. $m + n$ 의 값은?

- ① 1 ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{5}{3}$ ④ 2 ⑤ $\frac{7}{3}$

해설

근과 계수의 관계에서
 $\alpha + \beta = -a$, $\alpha\beta = a^2 + a - 1$
서로 다른 두 근을 가지므로
 $a^2 - 4a^2 - 4a + 4 > 0$
 $(3a - 2)(a + 2) < 0$
 $-2 < a < \frac{2}{3}$
그런데 $\alpha + \beta = -a$ 이므로
 $-\frac{2}{3} < \alpha + \beta < 2$
 $\therefore m + n = \frac{4}{3}$

7. 이차방정식 $\frac{x^2+ax}{m+1} = \frac{bx+c}{m-1}$ 의 두 근이 합이 0일 때, m 의 값을 식으로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $m = \frac{a+b}{a-b}$

해설

$$\begin{aligned} \frac{x^2+ax}{m+1} &= \frac{bx+c}{m-1} \text{의 양변에 } (m+1)(m-1) \text{을 곱하면} \\ (m-1)(x^2+ax) &= (m+1)(bx+c) \\ (m-1)x^2 + a(m-1)x - b(m+1)x - c(m+1) &= 0 \\ \text{두 근의 합이 0이므로} \\ -\frac{a(m-1)-b(m+1)}{m-1} &= 0 \\ a(m-1)-b(m+1) &= 0 \\ (a-b)m-(a+b) &= 0 \\ (a-b)m &= a+b \\ \therefore m &= \frac{a+b}{a-b} \end{aligned}$$

8. 지난달 정가로 판매한 어떤 물건이 정가의 $x\%$ 의 만큼 이익이 발생했다. 이번 달에는 동일한 물건을 원가에 $x\%$ 의 이익을 붙여서 판매하였다. 지난달 정가가 이번달 정가보다 지난달 정가의 $\frac{1}{25}$ 만큼 높다고 할 때, x 의 값을 구하여라. (단, 지난달과 이번달의 원가는 변함이 없다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

지난달 정가를 P_1 , 이번달 정가를 P_2 로 놓고 원가를 A 로 놓으면
지난달에 정가(P_1) 의 $x\%$ 만큼 이익이 발생하였으므로 원가

$$A = P_1 \left(1 - \frac{x}{100}\right) \text{ 원이다.}$$

이번달에는 원가에 $x\%$ 를 이익을 붙여 판매하였으므로 이번달의
정가(P_2) 는 $A \left(1 + \frac{x}{100}\right)$ 이다.

$$\text{이때 } A = P_1 \left(1 - \frac{x}{100}\right) \text{ 이므로}$$

$$P_2 = P_1 \left(1 - \frac{x}{100}\right) \left(1 + \frac{x}{100}\right) \text{ 이다.}$$

지난달 정가가 이번달 정가보다 지난달 정가의 $\frac{1}{25}$ 만큼 높으므로

$$P_1 = P_2 + \frac{1}{25} P_1$$

$$P_2 = P_1 - \frac{1}{25} P_1$$

$$P_1 \left(1 - \frac{x}{100}\right) \left(1 + \frac{x}{100}\right) = P_1 - \frac{1}{25} P_1$$

$$P_1 \left(1 - \frac{x^2}{10000}\right) = \frac{24}{25} P_1$$

$$1 - \frac{x^2}{10000} = \frac{24}{25}$$

$$\therefore x = \pm 20$$

그런데 $x > 0$ 이므로 $x = 20$ 이다.