

1. 근의 공식을 이용하여 이차방정식 $x^2 + 4x - 2 = 0$ 을 풀면?

① $x = 2 \pm \sqrt{6}$

② $x = -2 \pm \sqrt{2}$

③ $x = -2 \pm \sqrt{6}$

④ $x = 2 \pm \sqrt{2}$

⑤ $x = 2 \pm \sqrt{3}$

해설

근의 짝수공식에 대입하면,

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 1 \times (-2)}}{1} = -2 \pm \sqrt{6} \text{이다.}$$

2. 다음 이차방정식 중 근의 개수가 다른 하나는?

① $x^2 + 12x + 36 = 0$

② $x^2 = 10x - 25$

③ $9 - x^2 = 4(x + 3)$

④ $(x + 1)(x - 1) = 2x - 2$

⑤ $x^2 = 4x - 4$

해설

이차방정식이 중근을 가지려면 $(ax + b)^2 = 0$ 의 꼴이 되어야 한다.

① $(x + 6)^2 = 0$

② $(x - 5)^2 = 0$

③ $9 - x^2 = 4(x + 3) \leftrightarrow x^2 + 4x + 3 = 0$

④ $x^2 - 1 = 2x - 2 \leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \leftrightarrow (x - 1)^2 = 0$

⑤ $(x - 2)^2 = 0$

3. 다음 이차방정식 $2x^2 - 4x + k = 0$ 에 대하여 다음 설명 중 알맞은 것을 모두 고른 것은?

㉠ $k = 2$ 이면 $x = 1$ 인 중근을 갖는다.

㉡ $k = 0$ 이면 두 근의 곱은 0 이다.

㉢ $k = -6$ 이면 두 근의 합은 2 이다.

㉤ $k < 2$ 이면 근이 없다.

① ㉡, ㉤

② ㉠, ㉡, ㉢

③ ㉠, ㉡

④ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

⑤ ㉤

해설

㉠ $k = 2$ 일 때 $2x^2 - 4x + 2 = 0$

$x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2 = 0 \therefore x = 1$ (중근)

㉡ $k = 0$ 일 때 $2x^2 - 4x = 0$

$x^2 - 2x = x(x - 2) = 0 \therefore x = 0, 2$ 이므로 두 근의 곱은 0

㉢ $k = -6$ 일 때 $2x^2 - 4x - 6 = 0$

$x^2 - 2x - 3 = (x - 3)(x + 1) = 0$

$x = 3, -1$ 이므로 두 근의 합은 2

㉤ $D/4 = 4 - 2k$ 에서 $4 - 2k > 0$

$k < 2$ 일 때 서로 다른 두 근을 가진다.

$\therefore$ 옳은 것은 ㉠, ㉡, ㉢

4. 이차방정식 $x^2 - 8x + m = 0$ 의 한 근이 다른 근의 3 배일 때, 상수 m 의 값은?

① -24

② -12

③ 12

④ 24

⑤ 48

해설

이차방정식의 근을 α , 3α 라 하면,

$$\alpha + 3\alpha = 8 \text{ 이므로 } \alpha = 2$$

$$\alpha \times 3\alpha = 3\alpha^2 = m$$

$$\therefore m = 12$$

5. $(x-y)(x-y-4)+4=0$ 일 때, $x-y$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$(x-y)(x-y-4)+4=0$$

$x-y$ 를 A 로 치환하면,

$$A(A-4)+4=0$$

$$A^2-4A+4=0, (A-2)^2=0$$

$$(x-y-2)^2=0$$

$$x-y-2=0$$

$$\therefore x-y=2$$

6. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + ax + a^2 + a - 1 = 0$ 이 서로 다른 두 근 α, β 를 가질 때, $\alpha + \beta$ 의 범위는 $m < \alpha + \beta < n$ 이다.
 $m + n$ 의 값은?

① 1

② $\frac{4}{3}$

③ $\frac{5}{3}$

④ 2

⑤ $\frac{7}{3}$

해설

근과 계수의 관계에서

$$\alpha + \beta = -a, \alpha\beta = a^2 + a - 1$$

서로 다른 두 근을 가지므로

$$a^2 - 4a^2 - 4a + 4 > 0$$

$$(3a - 2)(a + 2) < 0$$

$$-2 < a < \frac{2}{3}$$

그런데 $\alpha + \beta = -a$ 이므로

$$-\frac{2}{3} < \alpha + \beta < 2$$

$$\therefore m + n = \frac{4}{3}$$

7. 이차방정식 $\frac{x^2 + ax}{m + 1} = \frac{bx + c}{m - 1}$ 의 두 근이 합이 0일 때, m 의 값을 식으로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $m = \frac{a + b}{a - b}$

해설

$$\frac{x^2 + ax}{m + 1} = \frac{bx + c}{m - 1} \text{의 양변에 } (m+1)(m-1) \text{을 곱하면}$$

$$(m - 1) (x^2 + ax) = (m + 1) (bx + c)$$

$$(m - 1) x^2 + a (m - 1) x - b (m + 1) x - c (m + 1) = 0$$

두 근의 합이 0이므로

$$-\frac{a (m - 1) - b (m + 1)}{m - 1} = 0$$

$$a (m - 1) - b (m + 1) = 0$$

$$(a - b) m - (a + b) = 0$$

$$(a - b) m = a + b$$

$$\therefore m = \frac{a + b}{a - b}$$

8. 지난달 정가로 판매한 어떤 물건이 정가의 $x\%$ 의 만큼 이익이 발생했다. 이번 달에는 동일한 물건을 원가에 $x\%$ 의 이익을 붙여서 판매하였다. 지난달 정가가 이번달 정가보다 지난달 정가의 $\frac{1}{25}$ 만큼 높다고 할 때, x 의 값을 구하여라. (단, 지난달과 이번달의 원가는 변함이 없다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

지난달 정가를 P_1 , 이번달 정가를 P_2 로 놓고 원가를 A 로 놓으면
 지난달에 정가(P_1) 의 $x\%$ 만큼 이익이 발생하였으므로 원가
 $A = P_1 \left(1 - \frac{x}{100}\right)$ 원이다.

이번달에는 원가에 $x\%$ 를 이익을 붙여 판매하였으므로 이번달의
 정가(P_2) 는 $A \left(1 + \frac{x}{100}\right)$ 이다.

이때 $A = P_1 \left(1 - \frac{x}{100}\right)$ 이므로

$P_2 = P_1 \left(1 - \frac{x}{100}\right) \left(1 + \frac{x}{100}\right)$ 이다.

지난달 정가가 이번달 정가보다 지난달 정가의 $\frac{1}{25}$ 만큼 높으므로

$$P_1 = P_2 + \frac{1}{25}P_1$$

$$P_2 = P_1 - \frac{1}{25}P_1$$

$$P_1 \left(1 - \frac{x}{100}\right) \left(1 + \frac{x}{100}\right) = P_1 - \frac{1}{25}P_1$$

$$P_1 \left(1 - \frac{x^2}{10000}\right) = \frac{24}{25}P_1$$

$$1 - \frac{x^2}{10000} = \frac{24}{25}$$

$$\therefore x = \pm 20$$

그런데 $x > 0$ 이므로 $x = 20$ 이다.