

1. 다음 중 항상 $ab = 0$ 이 되지 않는 것은?

- ① $a \neq 0$ 또는 $b \neq 0$ ② $a \neq 0$ 이고 $b \neq 0$
③ $a \neq 0$ 이고 $b = 0$ ④ $a = 0$ 이고 $b \neq 0$
⑤ $a = 0$ 이고 $b = 0$

해설

$ab = 0$ 이면 $a = 0$ 또는 $b = 0$
즉 a, b 중에서 적어도 하나는 0 이다.
②에서 $a \neq 0$ 이고 $b \neq 0$ 이면 a, b 모두 0 이 아니므로 $ab \neq 0$ 이다.

2. 두 이차방정식 $x^2 + ax - 5 = 0$ 과 $2x^2 - 7x - 3b = 0$ 의 공통인 근이 5 일 때, $a + b$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

각 이차방정식에 $x = 5$ 를 대입하면

$$25 + 5a - 5 = 0, a = -4$$

$$2 \times 5^2 - 7 \times 5 - 3b = 0, b = 5$$

따라서 $a + b = (-4) + 5 = 1$ 이다.

3. 이차방정식 $2x^2 - ax + 2b - 4 = 0$ 이 중근 $x = -2$ 를 가질 때, $a + b$ 의 값은?

① 2 ② -2 ③ 1 ④ -1 ⑤ 4

해설

중근 -2를 가지므로
 $(x + 2)^2 = 0$ 에서
 $x^2 + 4x + 4 = 0$
양변에 2를 곱하면
 $2x^2 + 8x + 8 = 0$
 $\therefore a = -8, b = 6$
 $\therefore a + b = -2$

4. 이차방정식 $3(x+3)^2 = 8$ 의 두 근의 합을 구하면?

① 18

② 6

③ 0

④ -3

⑤ -6

해설

$$3(x+3)^2 = 8, (x+3)^2 = \frac{8}{3}$$

$$x+3 = \pm \sqrt{\frac{8}{3}}$$

$$\therefore x = -3 \pm \sqrt{\frac{8}{3}} = -3 \pm \frac{2\sqrt{6}}{3}$$

$$\therefore \left(-3 + \frac{2\sqrt{6}}{3}\right) + \left(-3 - \frac{2\sqrt{6}}{3}\right) = -6$$

5. 이차방정식 $0.1x^2 = 1 - 0.3x$ 의 해를 구하면?

① $x = 2$ 또는 $x = 5$

② $x = 2$ 또는 $x = -5$

③ $x = -1$ 또는 $x = 5$

④ $x = -1$ 또는 $x = -3$

⑤ $x = 1$ 또는 $x = -3$

해설

$$0.1x^2 = 1 - 0.3x$$

각 항에 10 을 곱하여 정리하면

$$x^2 + 3x - 10 = 0$$

$$(x - 2)(x + 5) = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ 또는 } x = -5$$

6. 이차방정식 $\frac{1}{4}x^2 + \frac{5}{6}x = \frac{5}{12}$ 의 두 근의 합을 a , 두 근의 곱을 b 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① -5 ② -3 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

해설

양 변에 12 를 곱하면 $3x^2 + 10x = 5$, $3x^2 + 10x - 5 = 0$

두 근의 합 $a = -\frac{10}{3}$

두 근의 곱 $b = -\frac{5}{3}$

$\therefore a + b = -\frac{10}{3} - \frac{5}{3} = -5$

7. 이차방정식 $(x+3)^2 = x+8$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$$\begin{aligned}(x+3)^2 &= x+8, \quad x^2+5x+1=0 \\ \text{근과 계수와의 관계에서 } \alpha+\beta &= -5, \quad \alpha\beta = 1 \\ \therefore \alpha^2-2\alpha\beta+\beta^2 &= (\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta-2\alpha\beta \\ &= (\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta \\ &= 25-4=21\end{aligned}$$

8. 길이가 24cm 인 철사로 넓이가 32cm² 인 직사각형을 만들려고 한다. 가로 길이가 세로 길이보다 길 때, 이 직사각형의 가로 길이는?

① 8 cm ② 7 cm ③ 6 cm ④ 5 cm ⑤ 4 cm

해설

가로의 길이를 x cm 라 하면 세로의 길이는 $(12 - x)$ cm
또, (가로의 길이) > (세로의 길이) 이므로 $x > 12 - x$, 즉 $x > 6$ 이다.

$$x(12 - x) = 32$$

$$(x - 4)(x - 8) = 0$$

$$x = 4 \text{ 또는 } x = 8$$

$$\therefore x > 6 \text{ 이므로 } x = 8 \text{ 이다.}$$

따라서 가로의 길이는 8 cm 이다.

9. 이차방정식 $x^2 - 2x + a = 0$ 가 $x = 4$ 를 해로 가질 때, 다른 해를 구하면?

① -8

② -6

③ -4

④ -2

⑤ 0

해설

$x = 4$ 가 $x^2 - 2x + a = 0$ 의 한 근이므로 대입하면 $16 - 8 + a =$

$0 \quad \therefore a = -8$

$x^2 - 2x - 8 = 0$ 을 인수분해하면 $(x - 4)(x + 2) = 0$

$x = 4, -2$ 이므로 다른 해는 $x = -2$

10. 다음 이차방정식 중에서 근의 개수가 1개인 것은?

① $x^2 + 10x = -24$

② $x^2 - 5x - 14 = 0$

③ $2x^2 - 8x + 8 = 0$

④ $x^2 + 15 = -8x$

⑤ $3x^2 + 18x - 48 = 0$

해설

근의 개수가 1개이라면 중근을 가져야 하고,
중근을 가지려면 (완전제곱식)=0의 꼴이어야 한다.

③ $2x^2 - 8x + 8 = 0$

$2(x - 4x + 4) = 0$

$2(x - 2)^2 = 0$

$\therefore x = 2$ (중근)

11. 이차방정식 $(x+7)^2 = \frac{3m-9}{8}$ 이 근을 갖지 않을 때, 다음 중 m 의 값이 아닌 것은?

① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

이차방정식 $(x+7)^2 = \frac{3m-9}{8}$ 이 근을 갖지 않으려면 $\frac{3m-9}{8} < 0$ 이어야 하므로 $3m-9 < 0, m < 3$ 이다. 따라서 3 은 m 의 값이 아니다.

12. $\frac{(x-1)(y+3)}{4(x-1)^2+(y+3)^2} = -\frac{1}{4}$ 일 때, $2x+y$ 의 값은?

① -7

② -1

③ 0

④ 2

⑤ 5

해설

$x-1=X$, $y+3=Y$ 로 치환하면 $4X^2+Y^2=-4XY$

$(2X+Y)^2=0$, $Y=-2X$

$\therefore y+3=-2(x-1)$

$\therefore 2x+y=2-3=-1$

13. 이차방정식 $x^2 - (k + 2)x + 1 = 0$ 이 중근을 가질 때의 상수 k 의 값 중 큰 값이 이차방정식 $x^2 - ax + a^2 - 1 = 0$ 의 한 근일 때, 양수 a 의 값을 구하여라.

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$x^2 - (k + 2)x + 1 = 0 \text{ 에서}$$

$$(k + 2)^2 - 4 = 0, k^2 + 4k = 0$$

$$k(k - 4) = 0$$

$$k = 0, -4$$

$$x^2 - ax + a^2 - 1 = 0 \text{ 에 } x = 0 \text{ 을 대입하면}$$

$$a^2 - 1 = 0$$

$$a = \pm 1$$

$$\therefore a = 1 (\because a > 0)$$

14. 두 근이 $1 + \sqrt{3}$, $1 - \sqrt{3}$ 이고 x^2 의 계수가 1인 이차방정식은?

① $x^2 + 2x - 2 = 0$

② $x^2 - 2x - 2 = 0$

③ $x^2 + 2\sqrt{3}x - 2 = 0$

④ $x^2 - 2x + 2 = 0$

⑤ $x^2 - 2x - 4 = 0$

해설

두 근의 합은 2, 두 근의 곱은 -2

$\therefore x^2 - 2x - 2 = 0$

15. 실수로 책의 종이 1 장이 찢어졌다. 기억나는 것은 두 쪽수의 곱이 240 이라는 것일 때, 두 쪽수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 31

해설

두 쪽수를 x , $x + 1$ 이라 하면

$$x(x + 1) = 240$$

$$x^2 + x - 240 = 0$$

$$(x - 15)(x + 16) = 0$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } x = 15 \text{ (쪽)}$$

따라서 두 쪽수는 15, 16 이므로 두 쪽수의 합은 31 이다.

16. 지철이가 높이 30m 되는 건물의 옥상에서 야구공을 위를 향해서 초속 25m 로 던졌다. 이 때, x 초 후의 이 야구공의 지상으로부터의 높이는 $(30+25x-5x^2)$ m 라고 한다. 야구공의 높이가 처음으로 60m 가 되는 데 걸리는 시간은?

① 2 초 ② 3 초 ③ 4 초 ④ 5 초 ⑤ 6 초

해설

$$30 + 25x - 5x^2 = 60$$

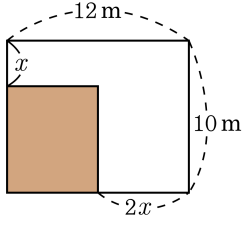
$$5(x^2 - 5x + 6) = 0$$

$$5(x - 2)(x - 3) = 0$$

$$x = 2, 3$$

따라서 처음으로 60m가 되는 데 걸리는 시간은 2 초이다.

17. 가로, 세로의 길이가 각각 12 m, 10 m 인 직사각형 모양의 땅에 다음 그림과 같이 세로로 x m, 가로로 $2x$ m 의 길을 내어 남은 땅의 넓이가 42 m^2 가 되게 하려고 한다. 이 때, x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned}(12 - 2x)(10 - x) &= 42 \\ 120 - 32x + 2x^2 &= 42 \\ 2x^2 - 32x + 78 &= 0 \\ 2(x^2 - 16x + 39) &= 0 \\ 2(x - 3)(x - 13) &= 0 \\ \therefore x &= 3 \quad (\because 0 \leq x \leq 10)\end{aligned}$$

18. 이차방정식 $x^2 - 8x + 15 = 0$ 의 두 근을 a, b 라고 할 때, 다음 중 $a+2, b+2$ 를 두 근으로 갖는 이차항의 계수가 1인 이차방정식은?

① $x^2 - 2x - 35 = 0$

② $x^2 + 2x - 35 = 0$

③ $x^2 - 12x + 35 = 0$

④ $x^2 + 12x + 35 = 0$

⑤ $x^2 - 4x - 30 = 0$

해설

$$x^2 - 8x + 15 = 0$$

$$(x - 5)(x - 3) = 0$$

$$a = 5, b = 3$$

$$\therefore a + 2 = 7, b + 2 = 5$$

따라서 5, 7을 두 근으로 하는 이차방정식은

$$(x - 7)(x - 5) = 0$$

$$\therefore x^2 - 12x + 35 = 0$$

19. 두 이차방정식 $x^2 - 12x + a = 0$, $(x - b)^2 = 0$ 의 근이 같고 근의 개수는 1개일 때, $a + b$ 의 값은?

① 6 ② 12 ③ 24 ④ 36 ⑤ 42

해설

$x^2 - 12x + a = 0$ 은 중근을 가지고, $(x - b)^2 = 0$ 도 같은 근을 가진다.

따라서 $a = 36$, $b = 6$ 이므로

$a + b = 42$ 이다.

20. 이차방정식 $4x^2 + 8x + 5 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, 이차방정식 $x^2 + bx + c = 0$ 의 근은 $\alpha + \beta, \alpha^2 + \beta^2$ 이다. 이 때, $b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{5}{2}$

해설

근과 계수와의 관계에서

$$\alpha + \beta = -2, \alpha\beta = \frac{5}{4}$$

$$\begin{aligned}\alpha^2 + \beta^2 &= (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta \\ &= (-2)^2 - 2 \cdot \frac{5}{4} = \frac{3}{2}\end{aligned}$$

$x^2 + bx + c = 0$ 의 근이 $-2, \frac{3}{2}$ 이므로

$$-b = -2 + \frac{3}{2}, b = \frac{1}{2}$$

$$c = -2 \times \frac{3}{2} = -3$$

$$\therefore b + c = \frac{1}{2} - 3 = -\frac{5}{2}$$

21. x^2 의 계수가 1인 어떤 이차방정식을 x 의 계수를 잘못 보고 풀었더니 해가 1, 5 이었고, 상수항을 잘못 보고 풀었더니 해가 -2, -4 이었다. 이 방정식의 옳은 근은?

- ① 2, 5
- ② 2, -5
- ③ 1, 5
- ④ 1, 2
- ⑤ -1, -5

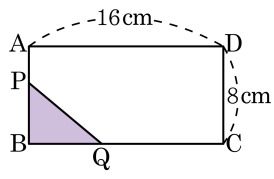
해설

원래 이차방정식을 $x^2 + ax + b = 0$ 이라 하면
 $b = 1 \times 5 = 5, -a = -2 + (-4) = -6, a = 6$
따라서 $x^2 + 6x + 5 = 0, (x + 1)(x + 5) = 0$
 $\therefore x = -1$ 또는 $x = -5$

해설

$(x - 1)(x - 5) = 0, x^2 - 6x + 5 = 0$
일차항의 계수를 잘못 보았으므로 상수항은 5
 $(x + 2)(x + 4) = 0, x^2 + 6x + 8 = 0$
상수항을 잘못 보았으므로 x 의 계수는 6
따라서 $x^2 + 6x + 5 = 0, (x + 1)(x + 5) = 0$
 $\therefore x = -1$ 또는 $x = -5$

22. 다음 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 16 cm, 8 cm 인 직사각형 ABCD 에서 점 P 는 $\overline{AB}$ 위를 점 A 에서 B 까지 매초 1 cm 의 속력으로 움직이고, 점 Q 는 $\overline{BC}$ 위를 점 B 에서 점 C 까지 매초 2 cm 의 속력으로 움직인다. 두 점 P, Q 가 각각 점 A, B 를 동시에 출발할 때 몇 초 후에 $\triangle PBQ$ 의 넓이가 15 cm^2 가 되는지 모두 구하여라.
-

▶ 답: 초

▶ 답: 초

▶ 정답 : 3초

▶ 정답 : 5초

해설

x 초 후 $\overline{BP}$, $\overline{BQ}$ 의 길이를 구하면

$$\overline{BP} = 8 - x, \overline{BQ} = 2x$$

$$\Delta \text{PBQ} = 2x(8-x) \times \frac{1}{2} = 15$$

$$x^2 - 8x + 15 = 0$$

$$\therefore (x-3)(x-5) = 0$$

따라서 $x = 3$ 또는 $x = 5$ 이다.

23. 이차방정식 $kx^2 + (p+3)x - qk = 3$ 이 k 의 값에 관계없이 항상 $x = 2$ 를 해로 갖는다고 할 때, $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{2}$

해설

$kx^2 + (p+3)x - qk = 3$ 에 $x = 2$ 를 대입하면

$$4k + 2p + 6 - qk = 3$$

k 에 대하여 식을 정리하면

$$(4 - q)k + 2p + 3 = 0$$

이 식이 k 의 값에 관계없이 항상 성립하려면

$$4 - q = 0, 2p + 3 = 0 \text{ 이어야 한다.}$$

$$\therefore p + q = -\frac{3}{2} + 4 = \frac{5}{2}$$

24. 이차방정식 $\frac{1}{4}x - \frac{1}{2} = \frac{2}{3x}$ 의 양의 근을 α 라고 할 때, $3\alpha^2 - 3\alpha$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $11 + \sqrt{33}$

해설

$\frac{1}{4}x - \frac{1}{2} = \frac{2}{3x}$ 의 양변에 $12x$ 를 곱하면

$$3x^2 - 6x - 8 = 0$$

$$3(x^2 - 2x + 1) = 8 + 3$$

$$3(x-1)^2 = 11$$

$$\therefore x = 1 \pm \frac{\sqrt{33}}{3}$$

α 는 양의 근이므로 $\alpha = 1 + \frac{\sqrt{33}}{3}$

$$\therefore 3\alpha^2 - 3\alpha = 11 + \sqrt{33}$$

25. 일정한 양의 물이 들어 있는 물탱크에서 물을 빼내고 있다. t 초 동안 $(t^2 + 2t + 5)L$ 만큼 물을 빼낸다면 13 초 후에 물탱크의 물을 전부 빼낼 수 있다고 할 때, 물탱크에 들어 있는 물의 양의 $\frac{1}{5}$ 만큼 빼내는데 걸리는 시간은 얼마인지 구하여라.

▶ 답 : 초

▷ 정답 : 5초

해설

물탱크에 들어 있는 물의 양을 PL 라 하면 PL 를 전부 빼내는 데 걸리는 시간이 13 초이므로
 $P = t^2 + 2t + 5 = 13^2 + 2 \times 13 + 5 = 200$
따라서 물탱크에 들어 있는 물의 양의 $\frac{1}{5}$ 만큼 빼내는데 걸리는 시간은 x 초로 놓으면 $x^2 + 2x + 5 = 40$ 이므로 $x^2 + 2x - 35 = 0$ 이다.
그러므로 $x = 5$ ($\because x > 0$) 이다.