1. 이차방정식 $\frac{1}{2}(x+3)^2 = 8$ 의 두 근의 합을 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** -6

해설

$\frac{1}{2}(x+3)^2 = 8, x^2+6x+9=16, x^2+6x-7=0$,

따라서 두 근의 합은 근과 계수의 관계에 의하여 -6 이다.

2. 이차방정식 $3x^2 + bx + c = 0$ 의 두 근을 -1 과 2 라고 할 때, $bx^2 + cx + 1 = 0$ 의 두 근의 합은?

① -9 ② -2 ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $-\frac{1}{3}$ ⑤ 2

해설

$-1 + 2 = -\frac{b}{3}$, $b = -3$

$(-1) \times 2 = \frac{c}{3}$, $c = -6$

$-3x^2 - 6x + 1 = 0$

따라서 두 근의 합은 $-\frac{(-6)}{-3} = -2$ 이다.

3. 다음 중 원점을 꼭짓점, y 축을 축으로 하고 점 $(-1,\ 3)$ 을 지나는 포물선의 방정식은?

① $y=(x-1)^2+3$
② $y=(x+1)^2+3$
③ $y=x^2+2$
④ $y=x^2+3$
⑤ $y=3x^2$

해설

원점을 꼭짓점으로 하고 y 축을 축으로 하는 포물선의 식은
$y=ax^2$ 이고, 점 $(-1,\ 3)$ 을 지나므로
$3=a\times(-1)^2$, $a=3$
$\therefore y=3x^2$

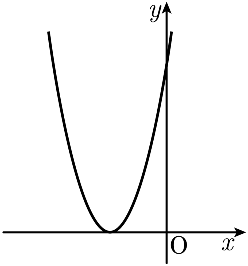
4. 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동시키면 점 $(1,\ m)$ 을 지난다. m 의 값을 구하면?

① 4 ② 2 ③ 0 ④ 1 ⑤ -1

해설

$y = x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동시키면
$y = (x-2)^2$
점 $(1,\ m)$ 을 지나므로
$m = (1-2)^2$
$\therefore\ m = 1$

5. 포물선 $y = x^2 + 6x + c$ 는 점 $(-1,\ 4)$ 를 지난다. 이 포물선의 꼭짓점의 좌표는?



① $(3,\ 0)$ ② $(0,\ 3)$
③ $(-3,\ 0)$ ④ $(0,\ -3)$
⑤ $(-3,\ 9)$

해설

$y = x^2 + 6x + c$ 에 점$(-1,\ 4)$를 대입하면

$$\begin{aligned} 4 &= (-1)^2 + 6 \times (-1) + c \\ &= 1 - 6 + c \\ &= -5 + c \end{aligned}$$

$\therefore c = 9$

포물선 식은 $y = x^2 + 6x + 9 = (x+3)^2$ 이므로 꼭지점의 좌표는 $(-3,\ 0)$ 이다.

6. 다음 이차함수의 그래프를 같은 좌표평면에 그릴 때, 포물선의 폭이 가장 넓은 것은?

① $y = -\frac{1}{2}x^2$

② $y = -x^2 + \frac{1}{4}$

③ $y = 2x^2 - x$

④ $y = \frac{1}{4}x^2 - x + 1$

⑤ $y = x^2 - 6x + 2$

해설

x^2 의 계수의 절댓값이 작을수록 폭이 넓다.
따라서 절댓값이 가장 작은 것은 ④이다.

7. 이차방정식 $x^2+x-m+3=0$ 의 두 근의 차가 3 일 때, m 의 값은?

① 5　　② 3　　③ 1　　④ -1　　⑤ -5

해설

두 근을 α, $\alpha+3$ 이라 하면

$\alpha+\alpha+3=-1$, $\alpha=-2$

$\alpha(\alpha+3)=-m+3$

$-2=-m+3$

$\therefore m=5$

8. 이차함수 $y=f(x)$ 에서 $f(x)=x^2+x-4$ 일 때, $f(-2)+2f(1)\ f(2)$ 의 값은?

① 9　　② -9　　③ 10　　④ -10　　⑤ 11

해설

$f(-2)=-2$, $f(1)=-2$, $f(2)=2$ 이므로 $f(-2)+2f(1)\cdot f(2)=-2-8=-10$ 이다.

9. 이차함수 $y=-2x^2+4x+k$ 의 y의 값의 범위가 $y \le 2$일 때, 상수 k의 값은?

① 0　② 1　③ 2　④ 3　⑤ 4

해설

$y=-2x^2+4x+k=-2(x-1)^2+k+2$

$k+2=2$

$\therefore k=0$

10. 다음 이차함수의 그래프가 x 축과 한 점에서 만나는 것은?

① $y = x^2 + 1$

② $y = x^2 + 2x + 1$

③ $y = x^2 - 3x - 2$

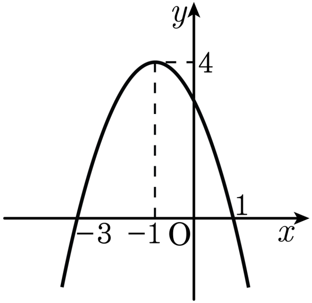
④ $y = 2x^2 + 4x + 4$

⑤ $y = 3x^2 + 7x - 1$

해설

한 점에서 만나려면 중근을 가지므로 $D = 0$일 때이다.

11. 다음 그림과 같이 x 축과 두 점 $(-3, 0)$, $(1, 0)$ 에서 만나고, 점 $(-1,\ 4)$ 를 지나는 포물선이 y 축과 만나는 점의 좌표를 구하면?



① $(0, -2)$　② $(0, -1)$　③ $(0, 3)$

④ $(0, 4)$　⑤ $(-1, 4)$

해설

위의 그래프는 $y = a(x+3)(x-1)$ 이고, $(-1,\ 4)$를 지나므로

$4 = a(-1+3)(-1-1)$

$a = -1$ 이다.

$y = -(x+3)(x-1) = -(x^2+2x-3) = -x^2-2x+3$

$\therefore (0, 3)$

12. 이차함수 $y = -(x-2)(x+6)$ 의 최댓값을 a 라 하고 ,그 때의 x 의 값을 b 라 할 때, $a+b$ 을 값을 구하면?

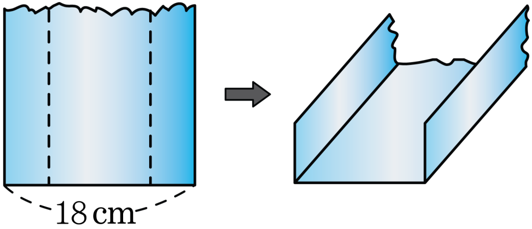
① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

해설

$y = -(x-2)(x+6)$
$y = -(x^2+4x-12)$
$y = -(x+2)^2+16$

$x = -2$ 일 때, 최댓값 16 을 가지며 최솟값은 없다.
$a = 16,\ b = -2$ 이므로 $a+b = 14$ 이다.

13. 다음 그림과 같이 너비가 18cm 인 철판의 양쪽을 접어 단면이 직사각형인 물받이를 만들려고 한다. 단면의 넓이가 최대가 되도록 하려면 물받이의 높이를 얼마로 해야 하는가?



① 4.5 cm　　② 4.0 cm　　③ 3.8 cm

④ 3.6 cm　　⑤ 3.4 cm

해설

물받이의 높이를 x 라 할 때,

단면의 넓이는 $y = x(18 - 2x)$

$$y = -2x^2 + 18x = -2\left(x - \frac{9}{2}\right)^2 + \frac{81}{2}$$

따라서 $x = \frac{9}{2}$(cm) 일 때, 최대값 $\frac{81}{2}$(cm^2)를 갖는다.

14. 지면으로부터 20m 높이에서 초속 vm 로 쏘아 올린 공의 x 초 후의 높이를 ym 라 하면 x 와 y 사이에는 $y = 20 + \frac{v}{5}x - \frac{v}{10}x^2$ 의 관계가 있다. 공이 도달한 최고 높이가 25 m 일 때, 공의 속도를 구하여라.

▶ **답 :** ______ m/s

▷ **정답 :** 50 m/s

해설

$y = 20 + \frac{v}{5}x - \frac{v}{10}x^2 = -\frac{v}{10}(x-1)^2 + \frac{v}{10} + 20$

이 물체는 $x = 1$ 일 때, 최고 높이 $\frac{v}{10}$+20 에 도달하고, $\frac{v}{10}$+20 = 25 이므로 $v = 50$ 이다.

따라서 공의 속도는 초속 50m 이다.

15. 이차방정식 $x^2-ax-a+2=0$ 의 두 개의 서로 다른 실수의 근을 $p,\ q$ 라고 할 때 $p^2+q^2=11$ 을 만족하는 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

근과 계수와의 관계에 의해

$p+q=a,\ pq=-a+2$

$p^2+q^2=11$

$(p+q)^2-2pq=11$

$a^2-2(-a+2)=11$

$a^2+2a-15=0$

$(a+5)(a-3)=0$

$\therefore a=-5,\ 3$

한편, $x^2-ax-a+2=0$ 이 서로 다른 두 실수의 근을 가지므로 $D=(-a)^2-4(-a+2)>0$ 이다.

$a^2+4a-8>0$ 이어야 하는데 -5 는 위 부등식을 만족시키지 않는다.

$\therefore a=3$

16. 이차방정식 $x^2+ax+b=0$의 근을 구하는데 소연은 일차항의 계수를 잘못 보고 풀어서 두 근이 $x=1\pm\sqrt{2}$가 나왔고, 소희는 상수항을 잘못 보고 풀어서 두 근이 $x=2\pm\sqrt{6}$이 나왔다. 이 때, ab의 값은?

① -4　② -2　③ 1　④ 2　⑤ 4

해설

근과 계수와의 관계에 의해 $x^2+ax+b=0$의 두근의 합은 $-a$, 두 근의 곱은 b이다.
소연이는 상수항은 제대로 본 것이므로 소연이가 구한 두 근의 곱은
$(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})=-1=b$
한편, 소희는 일차항을 제대로 본 것이므로 소희가 구한 두 근의 합은
$(2+\sqrt{6})+(2-\sqrt{6})=-a$
$\therefore\ a=-4,\ b=-1$
$\therefore ab=4$

해설

소연이 푼 식은
$\left\{x-(1+\sqrt{2})\right\}\left\{x-(1-\sqrt{2})\right\}=0$
소연이는 상수항을 제대로 본 것이므로 구하는 상수항 $b=(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})=-1$
소희가 푼 식은
$\left\{x-(2+\sqrt{6})\right\}\left\{x-(2-\sqrt{6})\right\}=0$
소희는 일차항의 계수를 제대로 본 것이므로 일차항의 계수는 $a=-2+\sqrt{6}-2-\sqrt{6}=-4$
따라서, 처음 이차방정식은 $x^2-4x-1=0$
$\therefore\ ab=4$

17. n각형의 대각선의 수는 $\frac{1}{2}n(n-3)$ 일 때, 대각선의 총수가 35개인 다각형은?

① 팔각형 ② 구각형 ③ 십각형
④ 십일각형 ⑤ 십이각형

해설

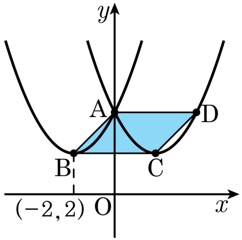
$\frac{n(n-3)}{2}=35$ 이므로

$n^2-3n-70=0$

$(n+7)(n-10)=0$

$n=10\ (\because\ n>0)$

18. 다음 그림은 이차함수 $y=\frac{1}{2}(x+2)^2+2$ 의 그래프를 x축의 방향으로 4만큼 평행이동 시킨 것이다. 이 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라. (단, 점 B와 C는 두 포물선의 꼭짓점이다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$y=\frac{1}{2}(x+2)^2+2$ 의 그래프를 x축의 방향으로 4만큼 평행이동 시키면 $y=\frac{1}{2}(x-2)^2+2$ 이다. 꼭짓점이 $(-2,\ 2)$ 에서 $(2,\ 2)$ 로 변하였고 점 A의 좌표는 $(0,\ 4)$ 이므로 평행사변형의 가로의 길이는 4, 높이는 2이다. 따라서 넓이는 $4\times2=8$ 이다.

19. 이차방정식 $0.3x^2 - x = 0.1$을 풀면?

① $x = \pm\frac{2}{3}$　② $x = \frac{2 \pm \sqrt{3}}{3}$　③ $x = \frac{5 \pm 2\sqrt{7}}{3}$

④ $x = \frac{5 \pm 3\sqrt{7}}{3}$　⑤ $x = \frac{7 \pm 2\sqrt{7}}{3}$

해설

양변에 10을 곱하면

$3x^2 - 10x - 1 = 0$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25+3}}{3}$$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{28}}{3}$$

$$= \frac{5 \pm 2\sqrt{7}}{3}$$

20. 이차함수 $y = ax^2 + 2bx + 4c$ 의 그래프가 두 점 $(-2,\ 0)$, $(4,\ 0)$ 을 지나고 최솟값이 -6 일 때, 상수 $a+b+c$ 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\dfrac{4}{3}$

해설

$y = ax^2 + 2bx + 4c$ 의 그래프가 두 점 $(-2,\ 0)$, $(4,\ 0)$ 을 각각 지나므로

$4a - 4b + 4c = 0$

$a - b + c = 0$

$16a + 8b + 4c = 0$

$4a + 2b + c = 0$

$\therefore\ b = -a,\ c = -2a$

또 주어진 함수의 최솟값이 -6 이므로

$$\begin{aligned} y &= ax^2 + 2bx + 4c \\ &= ax^2 - 2ax - 8a \\ &= a(x-1)^2 - 9a \end{aligned}$$

$\therefore\ -9a = -6$

따라서 $a = \dfrac{2}{3}$, $b = -\dfrac{2}{3}$, $c = -\dfrac{4}{3}$ 이므로 $a+b+c = -\dfrac{4}{3}$ 이다.