

1. 부등식 $4 - x \leq 3x - 4 < 2x + 2$ 를 풀면?

① $x \leq 2$

② $x \geq 2$

③ $2 \leq x < 6$

④ $x \leq 6$

⑤ $x \geq 6$

해설

$$4 - x \leq 3x - 4 < 2x + 2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4 - x \leq 3x - 4 \\ 3x - 4 < 2x + 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -x - 3x \leq -4 - 4 \\ 3x - 2x < 2 + 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -4x \leq -8 \\ x < 6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x < 6 \end{cases}$$

$$\therefore 2 \leq x < 6$$

2. 다음 삼차방정식의 정수해를 구하여라.

$$x^3 - 1 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$x^3 - 1 = 0 \text{ 에서 } (x - 1)(x^2 + x + 1) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$$

$$\therefore \text{정수해는 } x = 1$$

3. 연립부등식 $\begin{cases} 2x \leq x + 4 \\ x^2 - 4x - 5 < 0 \end{cases}$ 을 만족시키는 정수 x 의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5 개

해설

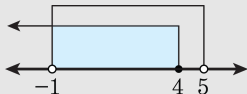
$$\textcircled{㉠} 2x \leq x + 4,$$

$$\therefore x \leq 4$$

$$\textcircled{㉡} x^2 - 4x - 5 < 0$$

$$\Rightarrow (x - 5)(x + 1) < 0$$

$$\therefore -1 < x < 5$$



$\textcircled{㉠}$, $\textcircled{㉡}$ 의 범위의

공통범위는 $-1 < x \leq 4$

$\therefore x = 0, 1, 2, 3, 4$ 총 5 개

4. 세 점 A (1, 5), B (-4, -7), C (5, 2)가 좌표평면 위에 있다. $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 변 BC와 만나는 점을 D라 할 때, 점 D의 좌표를 구하면?

- ① (0, 0) ② $\left(-\frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right)$ ③ $\left(\frac{5}{2}, -\frac{1}{2}\right)$
④ $\left(-\frac{4}{3}, \frac{2}{3}\right)$ ⑤ $\left(-\frac{1}{3}, \frac{1}{6}\right)$

해설

$$\overline{AB} = 13, \overline{AC} = 5$$

$$\text{따라서 } \overline{AB} : \overline{AC} = 13 : 5$$

D는 B, C를 13 : 5로 내분한 점

$$\therefore \left(\frac{5}{2}, -\frac{1}{2}\right)$$

5. 두 점 $A(1, 2)$, $B(-3, 4)$ 를 지나는 직선에 평행하고 y 절편이 -1 인 직선의 방정식은 $y = ax + b$ 이다. 이 때, $a + b$ 의 값은 ?

- ① -2 ② $-\frac{3}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

해설

직선 $y = ax + b$ 는 두 점 $A(1, 2)$, $B(-3, 4)$ 를 지나는 직선에 평행하므로 기울기는 같다.

$$\therefore a = \frac{2 - 4}{1 - (-3)} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$$

또, y 절편이 -1 이므로 $b = -1$

$$\therefore a + b = -\frac{1}{2} + (-1) = -\frac{3}{2}$$

6. 점 $(2, 1)$ 을 지나고 x 축, y 축에 동시에 접하는 원의 방정식의 반지름의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

원이 점 $(2, 1)$ 을 지나고 x 축, y 축에 접하면
제 1 사분면에 위치하므로 반지름이 r 이면
중심이 (r, r) 이다.

$$(x-r)^2 + (y-r)^2 = r^2 \text{ 이고}$$

또한 $(2, 1)$ 을 지나므로

$$(2-r)^2 + (1-r)^2 = r^2 ,$$

$$(r-1)(r-5) = 0$$

$$\therefore r = 1 \text{ 또는 } 5$$

$$\therefore (x-1)^2 + (y-1)^2 = 1 \text{ 또는 } (x-5)^2 + (y-5)^2 = 5^2$$

$$\therefore 1 + 5 = 6$$

7. 삼차방정식 $x^3 + 3x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 세 근을 α, β, γ 라 할 때, $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}, \frac{1}{\gamma}$ 을 세 근으로 하는 x 의 삼차방정식은 $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ 이다. 이때, $a + b + c$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$x^3 + 3x^2 - 2x - 1 = 0 \text{에서}$$

$$\alpha + \beta + \gamma = -3$$

$$\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = -2$$

$$\alpha\beta\gamma = 1$$

$$x^3 + ax^2 + bx + c = 0 \text{에서}$$

$$\begin{aligned} -a &= \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\gamma} \\ &= \frac{\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha}{\alpha\beta\gamma} \\ &= \frac{-2}{1} = -2 \end{aligned}$$

$$\therefore a = 2$$

$$\begin{aligned} b &= \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\beta} \cdot \frac{1}{\gamma} + \frac{1}{\gamma} \cdot \frac{1}{\alpha} \\ &= \frac{\alpha + \beta + \gamma}{\alpha\beta\gamma} = \frac{-3}{1} = -3 \end{aligned}$$

$$\therefore b = -3$$

$$-c = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{1}{\beta} \cdot \frac{1}{\gamma} = \frac{1}{\alpha\beta\gamma} = 1$$

$$\therefore c = -1$$

$$\therefore a + b + c = -2$$

8. 두 직선 $(m^2 - 1)x + (m + 1)y + 1 = 0$, $mx - 6y - 2 = 0$ 이 직교할 때, 상수 m 의 값의 합은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

두 직선이 직교할 조건은

$$m(m^2 - 1) - 6(m + 1) = 0,$$

$$(m + 1)(m^2 - m - 6) = 0 \text{ (단, } m \neq -1)$$

$$m^2 - m - 6 = 0$$

$$(m - 3)(m + 2) = 0$$

$$\therefore m = -2, 3$$

9. x 축 위의 점 $(a, 0)$ 에서 직선 $y = 2x$ 까지의 거리가 2 일 때, 양수 a 의 값은?

① 1

② $\sqrt{2}$

③ 2

④ $\sqrt{5}$

⑤ 3

해설

점 $(a, 0)$ 에서 직선 $y = 2x$, 즉 $2x - y = 0$ 까지의 거리가 2

이므로 $\frac{|2 \times a - 0|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = 2$ 이다.

$2a = 2\sqrt{5}$ ($\because a$ 는 양수) $\therefore a = \sqrt{5}$

10. 점 $(1, 2)$ 와 직선 $x + 2y - 1 + k(2x - y) = 0$ 사이의 거리를 $f(k)$ 라 할 때, $f(k)$ 의 최댓값은?

① $\frac{\sqrt{5}}{5}$

② $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

③ $\frac{3\sqrt{5}}{5}$

④ $\frac{4\sqrt{5}}{5}$

⑤ $\sqrt{5}$

해설

점과 직선사이 거리 구하는 공식을 이용한다.

$$\frac{|2k + 1 + 2(2 - k) - 1|}{\sqrt{(2k + 1)^2 + (2 - k)^2}} = \frac{4}{\sqrt{5k^2 + 5}}$$

$\therefore$ 최솟값은 $k = 0$ 일 때, 분모는 $\sqrt{5}$, 즉 $\frac{4}{\sqrt{5}}$ 이므로 $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ 이다.

11. 중심이 (1, 1) 이고, 반지름이 3 인 원과 직선 $y = x + 2$ 가 두 점 A, B 에서 만난다. 이 때, 두 점 A, B 사이의 거리를 구하면?

① $2\sqrt{3}$

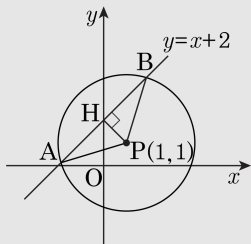
② $2\sqrt{5}$

③ $2\sqrt{6}$

④ $2\sqrt{7}$

⑤ $2\sqrt{10}$

해설



그림에서 원의 중심을 P, 점 P 에서
선분 AB 에 내린 수선의 발을 H 라 하면

$$\overline{PH} = \frac{|1 - 1 + 2|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \sqrt{2}$$

$$\overline{AH} = \sqrt{3^2 - (\sqrt{2})^2} = \sqrt{7}$$

$$\text{따라서 } \overline{AB} = 2 \cdot \overline{AH} = 2\sqrt{7}$$