

1. 이차방정식 $3x^2 - 6x - 2 = 0$ 의 양의 근을 고르면?

① $x = \frac{3 \pm \sqrt{15}}{3}$ ② $x = \frac{3 + \sqrt{15}}{3}$ ③ $x = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{3}$
④ $x = \frac{3 + \sqrt{3}}{3}$ ⑤ $x = \frac{3 - \sqrt{3}}{3}$

해설

근의 공식 (깍수 공식) 으로 풀면

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 3 \times (-2)}}{3} = \frac{3 \pm \sqrt{15}}{3}$$

$$\therefore 3 < \sqrt{15} \text{ 이므로 양의 해는 } \frac{3 + \sqrt{15}}{3}$$

2. 다음 이차방정식 중에서 서로 다른 두 개의 근을 갖는 것은?

① $x^2 - 2x + 1 = 0$

② $x^2 - 6x + 9 = 0$

③ $x^2 + x + 2 = 0$

④ $x^2 - 4x + 5 = 0$

⑤ $x^2 - 3x + 1 = 0$

해설

① $D = (-2)^2 - 4 \times 1 \times 1 = 0$: 중근

② $D = (-6)^2 - 4 \times 1 \times 9 = 0$: 중근

③ $D = 1^2 - 4 \times 1 \times 2 < 0$: 근이 없다.

④ $D = (-4)^2 - 4 \times 1 \times 5 = -4 < 0$: 근이 없다.

⑤ $D = (-3)^2 - 4 \times 1 \times 1 = 5 > 0$: 서로 다른 두 근

3. 다음 중 $x^2 - 6x + 2a + 4 = 0$ 이 해를 갖기 위한 a 의 값으로 적당하지 않은 것은?

① -3

② $-\frac{1}{2}$

③ 0

④ $\frac{5}{2}$

⑤ 3

해설

$$D = (-6)^2 - 4(2a + 4) \geq 0$$

$$9 - 2a - 4 \geq 0, 2a \leq 5$$

$$\therefore a \leq \frac{5}{2}$$

4. 이차방정식 $x^2 - 12x - 28 = 0$ 의 두 근의 합을 A , 두 근의 곱을 B 라 할 때, $2A - B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 52

해설

근과 계수의 관계로부터

$$A = 12, B = -28$$

$$\therefore 2A - B = 52$$

5. 이차방정식 $x^2 - 10x + k = 0$ 의 두 근의 비가 $2 : 3$ 일 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

두 근을 2α , 3α 라고 하면, $2\alpha + 3\alpha = 5\alpha = 10$

$\therefore \alpha = 2$

$2\alpha \times 3\alpha = 6\alpha^2 = k$

$\therefore k = 24$

6. 이차방정식 $x^2 + ax - 10 = 0$ 의 해가 정수일 때, 정수 a 의 개수를 구하면?

① 1 ② 2 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

곱이 -10 인 두 정수는

$$-10 = (-1) \times 10 = 1 \times (-10)$$

$$= (-2) \times 5 = 2 \times (-5)$$

$(-1, 10), (1, -10), (-2, 5), (2, -5)$

이므로 두 수의 합은 $-9, 9, -3, 3$ 이다.

$a = 9$ 또는 $a = -9$ 또는 $a = 3$ 또는 $a = -3$

따라서 정수 a 의 개수는 4 이다.

7. 두 수 $a, b (a < b)$ 에 대하여 $(a-b)^2 + 2(a-b) - 15 = 0$ 의 관계가 성립한다고 한다. $a+b=7$ 일 때, ab 의 값은?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$a-b=t$ 로 치환하면

$$t^2 + 2t - 15 = 0$$

$$(t+5)(t-3) = 0$$

$$\therefore t = -5 \text{ 또는 } t = 3$$

$$a < b \text{ 이므로 } t = a - b = -5$$

$$a + b = 7 \text{ 이므로 두 식을 연립하면 } a = 1, b = 6$$

$$\therefore ab = 6$$

8. 이차방정식 $ax^2 + bx - 1 = 0$ 의 한 근이 $\frac{-1 - \sqrt{2}}{2}$ 일 때, 상수 a, b 의 값을 알맞게 구한 것은? (단, 두 근의 합과 곱은 모두 유리수)

① $a = 2, b = -4$

② $a = 4, b = 4$

③ $a = -4, b = 2$

④ $a = -4, b = -4$

⑤ $a = -2, b = -4$

해설

한 근이 $\frac{-1 - \sqrt{2}}{2}$ 이므로 다른 한 근은 $\frac{-1 + \sqrt{2}}{2}$

$$\text{두 근의 곱은 } \left(\frac{-1 - \sqrt{2}}{2}\right) \times \left(\frac{-1 + \sqrt{2}}{2}\right) = -\frac{1}{a}$$

$$-\frac{1}{4} = -\frac{1}{a}$$

$$\therefore a = 4$$

$$\text{두 근의 합은 } \left(\frac{-1 - \sqrt{2}}{2}\right) + \left(\frac{-1 + \sqrt{2}}{2}\right) = -\frac{b}{a}$$

$$-1 = -\frac{b}{4}$$

$$\therefore b = 4$$

9. 두 근이 $\frac{1}{2}$, -1 이고 x^2 의 계수가 2인 이차방정식 $2x^2 + mx + n = 0$ 에서 $m + n$ 의 값은?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ -3

해설

$$2\left(x - \frac{1}{2}\right)(x + 1) = 0$$

$$2x^2 + x - 1 = 0$$

$$m = 1, n = -1$$

$$\therefore m + n = 0$$

10. 연속한 두 자연수의 제곱의 합이 113 일 때, 두 자연수의 곱은?

① 48

② 56

③ 64

④ 72

⑤ 80

해설

연속한 두 자연수를 x , $x + 1$ 이라 하면

$$x^2 + (x + 1)^2 = 113$$

$$2x^2 + 2x - 112 = 0$$

$$x^2 + x - 56 = 0$$

$$(x + 8)(x - 7) = 0$$

x 는 자연수이므로 $x = 7$ 이다.

구하는 두 자연수는 7, 8 이므로

$$7 \times 8 = 56 \text{ 이다.}$$

11. 지은이는 가로 18m, 세로 9m의 꽃밭을 가지고 있다. 이 꽃밭을 가로로 일정한 길이만큼 줄이고, 세로로 줄인 길이만큼 늘렸더니, 처음 꽃밭보다 18m² 커졌다. 지은이는 나중의 꽃밭의 가로의 길이와 세로의 길이의 합을 구하여야.

▶ 답: m

▶ 정답 : 27 m

해설

조절한 꽃밭의 길이를 x m라 하면

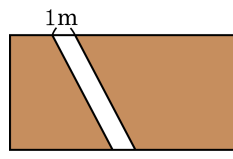
$$(18 - x)(9 + x) = 18 \times 9 + 18$$

$$x^2 - 9x + 18 = (x - 6)(x - 3) = 0$$

 $x = 6$ 또는 $x = 3$ 이다.

따라서 (가로 길이)+(세로 길이) = $12 + 15 = 27$ (m) 이다.

12. 다음 그림과 같이 가로와 세로의 길이가 세로의 길이보다 5 m 긴 직사각형 모양의 땅에 폭이 1 m 인 길을 만들었더니 남은 땅의 넓이가 45 m²가 되었다. 이 땅의 세로의 길이는?



- ① 3 m ② 5 m ③ 7 m ④ 9 m ⑤ 11 m

해설

세로의 길이를 x m 라 하면

$$x(x+5) - x = 45$$

$$x^2 + 4x - 45 = 0$$

$$(x+9)(x-5) = 0$$

$$\therefore x = 5 \quad (\because x > 0)$$

13. 다음 이차방정식의 근을 구하면?

$$0.5(x-2)(x+1) = \frac{1}{3}(x-2)^2$$

- ① 1, -7 ② -7, 2 ③ -4, 9 ④ 3, -5 ⑤ 14, 1

해설

양변에 6을 곱하면

$$3(x-2)(x+1) = 2(x-2)^2$$

$$3x^2 - 3x - 6 = 2x^2 - 8x + 8$$

$$x^2 + 5x - 14 = 0$$

$$(x+7)(x-2) = 0$$

$$\therefore x = -7 \text{ 또는 } x = 2$$

14. 이차방정식 $6x^2 - 5x + a = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2 = \frac{13}{36}$ 이다. 이 때, 상수 a 의 값은?

① 1 ② 5 ③ 13 ④ -1 ⑤ -13

해설

근과 계수의 관계에서

$$\alpha + \beta = \frac{5}{6}, \alpha\beta = \frac{a}{6}$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = \frac{25}{36} - \frac{a}{3} = \frac{13}{36}$$

$$\therefore a = 1$$

15. 굴 360 개를 학생들에게 똑같이 나누어 주었다. 그 후에 학생 2 명이 더 와서 학생들에게 이미 나누어 준 굴을 2 개씩 받아서 (회수하여), 나중에 온 2 명의 학생들에게 똑같이 주었더니 모든 학생들에게 돌아간 굴의 수가 같게 되었다. 처음 학생 수를 구하여라.

▶ **답:** 명

▷ 정답 : 18명

해설

처음 학생 수: x 명이라고 하면,

→ 처음 한 사람당 받은 꿀 수 : $\frac{360}{x}$ 개

나중 학생 수: $(x+2)$ 명

→ 나중에 한 사람당 받은 꿀 수 : $\left(\frac{360}{x} - 2\right)$ 개 이므로

$$\left(\frac{360}{x} - 2\right)(x + 2) = 360$$

정리하면 $x^2 + 2x - 360 = (x + 20)(x - 18) = 0$

$$\therefore x = 18$$

16. 이차방정식 $x^2 + 5x - 3 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, 이차방정식 $x^2 + 2bx - c = 0$ 의 근은 $\alpha + \beta, \alpha^2 + \beta^2$ 이다. 이 때, $b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 142

해설

근과 계수와의 관계로부터

$$\alpha + \beta = -5, \alpha\beta = -3$$

$$\begin{aligned}\alpha^2 + \beta^2 &= (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta \\ &= (-5)^2 + 6 = 31\end{aligned}$$

$x^2 + 2bx - c = 0$ 의 근이 $-5, 31$ 이므로

$$-2b = -5 + 31 = 26, b = -13$$

$$-c = -5 \times 31 = -155, c = 155$$

$$\therefore b + c = -13 + 155 = 142$$

17. 원 위의 움직이는 점 P와 점 Q가 동일한 위치에서 서로 반대방향으로 출발하여 이동하고 있다. 각 점들이 움직인 시간을 t 라 하면 점 P가 움직인 거리는 $2t$ 에 비례하고, 점 Q가 움직인 거리는 $\frac{1}{2}t^2$ 에 비례한다. 점 P가 점 Q보다 3초 일찍 출발하여 P가 출발한지 5초 후에 두 점이 만나게 되고, P가 출발한지 9초 후에 다시 한번 만나게 된다고 할 때, 점 P가 움직인 거리와 점 Q가 움직인 거리가 같아지는 시각은 점 P가 출발한 지 몇 초 후인지 구하여라. (단, 원 둘레의 길이는 72이다.)

▶ 답: 초

▷ 정답: $17 + 2\sqrt{70}$ 초

해설

점 P와 점 Q가 움직인 시간을 t 라 하면 점 P가 움직인 거리는 $s = a \times 2t$, 점 Q가 움직인 거리 $s' = b \times \frac{1}{2}t^2$ 이다. (a , b 는 상수)

점 P 가 이동하기 시작한지 5 초 후와 9 초 후에 각각 한 번씩 만나고 점 P 는 Q 보다 3 초 일찍 출발하므로

$$10a + 2b = 72$$

$$18a + 18b = 144$$

$$\therefore a = 7, b = 1$$

따라서 x 초 동안 P 가 움직인 거리는 $14x$, Q 가 움직인 거리는 $\frac{1}{2}x$ 인데

 $\frac{1}{2}x^2$ 이다.

P 가 3 초 먼저 출발하므로

$$14x = \frac{1}{2}(x-3)^2$$

$$x^2 - 34x + 9 = 0$$

$$x = 17 + 2\sqrt{70}$$

따라서 구하는 시각은 출발한지 $17 \pm 2\sqrt{70}$ 초 후이다.