1. 이차방정식 $3x^2 - 6x - 2 = 0$ 의 양의 근을 고르면?

① $x = \dfrac{3 \pm \sqrt{15}}{3}$ ② $x = \dfrac{3 + \sqrt{15}}{3}$ ③ $x = \dfrac{3 \pm \sqrt{3}}{3}$

④ $x = \dfrac{3 + \sqrt{3}}{3}$ ⑤ $x = \dfrac{3 - \sqrt{3}}{3}$

해설

근의 공식 (짝수 공식) 으로 풀면

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 3 \times (-2)}}{3} = \frac{3 \pm \sqrt{15}}{3}$$

$\therefore\ 3 < \sqrt{15}$ 이므로 양의 해는 $\dfrac{3 + \sqrt{15}}{3}$

2. 다음 이차방정식 중에서 서로 다른 두 개의 근을 갖는 것은?

① $x^2-2x+1=0$

② $x^2-6x+9=0$

③ $x^2+x+2=0$

④ $x^2-4x+5=0$

⑤ $x^2-3x+1=0$

해설

① $D=(-2)2-4\times1\times1=0$: 중근

② $D=(-6)^2-4\times1\times9=0$: 중근

③ $D=1^2-4\times1\times2<0$: 근이 없다.

④ $D=(-4)^2-4\times1\times5=-4<0$: 근이 없다.

⑤ $D=(-3)^2-4\times1\times1=5>0$: 서로 다른 두 근

3. 다음 중 $x^2-6x+2a+4=0$ 이 해를 갖기 위한 a 의 값으로 적당하지 <u>않은</u> 것은?

① -3 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

해설

$D=(-6)^2-4(2a+4)\geq 0$

$9-2a-4\geq 0$, $2a\leq 5$

$\therefore \ a\leq \frac{5}{2}$

4. 이차방정식 $x^2 - 12x - 28 = 0$ 의 두 근의 합을 A , 두 근의 곱을 B 라 할 때, $2A - B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 52

해설

근과 계수의 관계로부터

$A = 12,\ B = -28$

$\therefore\ 2A - B = 52$

5. 이차방정식 $x^2 - 10x + k = 0$ 의 두 근의 비가 $2 : 3$ 일 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** 24

해설

두 근을 2α, 3α 라고 하면, $2\alpha + 3\alpha = 5\alpha = 10$

$\therefore\ \alpha = 2$

$2\alpha \times 3\alpha = 6\alpha^2 = k$

$\therefore\ k = 24$

6. 이차방정식 $x^2 + ax - 10 = 0$ 의 해가 정수일 때, 정수 a 의 개수를 구하면?

① 1 ② 2 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

곱이 -10 인 두 정수는

$$-10 = (-1) \times 10 = 1 \times (-10)$$
$$= (-2) \times 5 = 2 \times (-5)$$

$(-1,\ 10),\ (1,\ -10),\ (-2,\ 5),\ (2,\ -5)$

이므로 두 수의 합은 $-9,\ 9,\ -3,\ 3$ 이다.

$a = 9$ 또는 $a = -9$ 또는 $a = 3$ 또는 $a = -3$

따라서 정수 a 의 개수는 4 이다.

7. 두 수 a, $b(a<b)$에 대하여 $(a-b)^2+2(a-b)-15=0$의 관계가 성립한다고 한다. $a+b=7$일 때, ab의 값은?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$a-b=t$로 치환하면

$t^2+2t-15=0$

$(t+5)(t-3)=0$

$\therefore\ t=-5$ 또는 $t=3$

$a<b$이므로 $t=a-b=-5$

$a+b=7$이므로 두 식을 연립하면 $a=1,\ b=6$

$\therefore\ ab=6$

8. 이차방정식 $ax^2+bx-1=0$ 의 한 근이 $\dfrac{-1-\sqrt{2}}{2}$ 일 때, 상수 a, b 의 값을 알맞게 구한 것은? (단, 두 근의 합과 곱은 모두 유리수)

① $a=2,\ b=-4$

② $a=4,\ b=4$

③ $a=-4,\ b=2$

④ $a=-4,\ b=-4$

⑤ $a=-2,\ b=-4$

해설

한 근이 $\dfrac{-1-\sqrt{2}}{2}$ 이므로 다른 한 근은 $\dfrac{-1+\sqrt{2}}{2}$

두 근의 곱은 $=\left(\dfrac{-1-\sqrt{2}}{2}\right)\times\left(\dfrac{-1+\sqrt{2}}{2}\right)=-\dfrac{1}{a}$

$-\dfrac{1}{4}=-\dfrac{1}{a}$

$\therefore\ a=4$

두 근의 합은 $\left(\dfrac{-1-\sqrt{2}}{2}\right)+\left(\dfrac{-1+\sqrt{2}}{2}\right)=-\dfrac{b}{a}$

$-1=-\dfrac{b}{4}$

$\therefore\ b=4$

9. 두 근이 $\frac{1}{2}$, -1 이고 x^2 의 계수가 2인 이차방정식 $2x^2+mx+n=0$ 에서 $m+n$ 의 값은?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ -3

해설

$$2\left(x-\frac{1}{2}\right)(x+1)=0$$

$$2x^2+x-1=0$$

$$m=1,\ n=-1$$

$$\therefore m+n=0$$

10. 연속한 두 자연수의 제곱의 합이 113 일 때, 두 자연수의 곱은?

① 48 ② 56 ③ 64 ④ 72 ⑤ 80

해설

연속한 두 자연수를 $x,\ x+1$ 이라 하면

$x^2+(x+1)^2=113$

$2x^2+2x-112=0$

$x^2+x-56=0$

$(x+8)(x-7)=0$

x 는 자연수이므로 $x=7$ 이다.

구하는 두 자연수는 $7,\ 8$ 이므로

$7\times 8=56$ 이다.

11. 지은이는 가로 $18\,\mathrm{m}$, 세로 $9\,\mathrm{m}$ 의 꽃밭을 가지고 있다. 이 꽃밭을 가로로 일정한 길이만큼 줄이고, 세로로 줄인 길이만큼 늘렸더니, 처음 꽃밭보다 $18\,\mathrm{m}^2$ 커졌다. 지은이는 나중의 꽃밭의 가로의 길이와 세로의 길이의 합을 구하여라.

▶ **답 :** ______ m

▷ **정답 :** 27 m

해설

조절한 꽃밭의 길이를 $x\,\mathrm{m}$라 하면

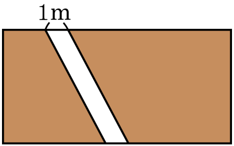
$(18-x)(9+x)=18\times 9+18$

$x^2-9x+18=(x-6)(x-3)=0$

$x=6$ 또는 $x=3$ 이다.

따라서 (가로의 길이)+(세로의 길이)$=12+15=27$ (m) 이다.

12. 다음 그림과 같이 가로의 길이가 세로의 길이보다 5 m 긴 직사각형 모양의 땅에 폭이 1 m인 길을 만들었더니 남은 땅의 넓이가 45 m^{2}가 되었다. 이 땅의 세로의 길이는?



① 3 m ② 5 m ③ 7 m ④ 9 m ⑤ 11 m

해설

세로의 길이를 x m라 하면

$x(x+5)-x=45$

$x^2+4x-45=0$

$(x+9)(x-5)=0$

$\therefore\ x=5\ (\because\ x>0)$

13. 다음 이차방정식의 근을 구하면?

$$0.5(x-2)(x+1)=\frac{1}{3}(x-2)^2$$

① 1, −7 ② −7, 2 ③ −4, 9 ④ 3, −5 ⑤ 14, 1

해설

양변에 6을 곱하면

$3(x-2)(x+1)=2(x-2)^2$

$3x^2-3x-6=2x^2-8x+8$

$x^2+5x-14=0$

$(x+7)(x-2)=0$

$\therefore\ x=-7$ 또는 $x=2$

14. 이차방정식 $6x^2 - 5x + a = 0$ 의 두 근을 α , β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2 = \dfrac{13}{36}$ 이다. 이 때, 상수 a 의 값은?

① 1　　② 5　　③ 13　　④ -1　　⑤ -13

해설

근과 계수의 관계에서

$\alpha + \beta = \dfrac{5}{6}$, $\alpha\beta = \dfrac{a}{6}$

$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = \dfrac{25}{36} - \dfrac{a}{3} = \dfrac{13}{36}$

$\therefore a = 1$

15. 귤 360 개를 학생들에게 똑같이 나누어 주었다. 그 후에 학생 2 명이 더 와서 학생들에게 이미 나누어 준 귤을 2 개 씩 받아서(회수하여), 나중에 온 2 명의 학생들에게 똑같이 주었더니 모든 학생들에게 돌아간 귤의 수가 같게 되었다. 처음 학생 수를 구하여라.

▶ 답 : ____ 명

▷ 정답 : 18 명

해설

처음 학생 수 : x 명이라고 하면,

→ 처음 한 사람당 받은 귤 수 : $\frac{360}{x}$ 개

나중 학생 수 : $(x+2)$ 명

→ 나중에 한 사람당 받은 귤 수 : $\left(\frac{360}{x}-2\right)$ 개 이므로

$$\left(\frac{360}{x}-2\right)(x+2)=360$$

정리하면 $x^2+2x-360=(x+20)(x-18)=0$

$\therefore\ x=18$

16. 이차방정식 $x^2+5x-3=0$ 의 두 근을 $\alpha,\ \beta$ 라고 할 때, 이차방정식 $x^2+2bx-c=0$ 의 근은 $\alpha+\beta,\ \alpha^2+\beta^2$ 이다. 이 때, $b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 142

해설

근과 계수와의 관계로부터

$\alpha+\beta=-5,\ \alpha\beta=-3$

$$\begin{aligned}\alpha^2+\beta^2 &= (\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta \\ &= (-5)^2+6=31\end{aligned}$$

$x^2+2bx-c=0$ 의 근이 $-5, 31$ 이므로

$-2b=-5+31=26,\ b=-13$

$-c=-5\times 31=-155,\ c=155$

$\therefore\ b+c=-13+155=142$

17. 원 위의 움직이는 점 P 와 점 Q 가 동일한 위치에서 서로 반대방향으로 출발하여 이동하고 있다. 각 점들이 움직인 시간을 t 라 하면 점 P 가 움직인 거리는 $2t$ 에 비례하고, 점 Q 가 움직인 거리는 $\frac{1}{2}t^2$ 에 비례한다. 점 P 가 점 Q 보다 3 초 일찍 출발하여 P 가 출발한지 5 초 후에 두 점이 만나게 되고, P 가 출발한지 9 초 후에 다시 한번 만나게 된다고 할 때, 점 P 가 움직인 거리와 점 P 가 움직인 거리가 같아지는 시각은 점 P 가 출발한 지 몇 초 후인지 구하여라. (단, 원 둘레의 길이는 72 이다.)

▶ 답: ________ 초

▷ 정답: $17+2\sqrt{70}$ 초

해설

점 P 와 점 Q 가 움직인 시간을 t 라 하면 점 P 가 움직인 거리는 $s=a\times 2t$, 점 Q 가 움직인 거리 $s'=b\times\frac{1}{2}t^2$ 이다. (a, b는 상수)

점 P 가 이동하기 시작한지 5 초 후와 9 초 후에 각각 한 번씩 만나고 점 P 는 Q 보다 3 초 일찍 출발하므로

$10a+2b=72$

$18a+18b=144$

$\therefore\ a=7,\ b=1$

따라서 x 초 동안 P 가 움직인 거리는 $14x$, Q 가 움직인 거리는 $\frac{1}{2}x^2$ 이다.

P 가 3 초 먼저 출발하므로

$14x=\frac{1}{2}(x-3)^2$

$x^2-34x+9=0$

$x=17+2\sqrt{70}$

따라서 구하는 시각은 출발한지 $17\pm2\sqrt{70}$ 초 후이다.