

1. 삼차방정식 $x^3 + 27 = 0$ 의 모든 근의 합은?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$x^3 + 3^3 = 0, (x + 3)(x^2 - 3x + 9) = 0$$

$$\therefore x = -3, \frac{3 \pm 3\sqrt{3}i}{2}$$

$$\text{합} : -3 + \frac{3 + 3\sqrt{3}i}{2} + \frac{3 - 3\sqrt{3}i}{2} = 0$$

해설

$x^3 + 27 = 0$ 에서 x^2 의 계수가 0이므로 근과 계수와의 관계에 의해 세 근의 합은 0

2. 다음은 연립부등식 $2x-4 \leq -x+2 < 2x+1$ 를 세 친구가 각각 풀이한 것이다.

다음 중 풀이 과정을 틀린 친구는 누구인지 찾아라.

<지윤>
 $2x-4 \leq -x+2 < 2x+1$ 을 나누어 풀면
① $2x-4 \leq -x+2$
 $2x+x \leq 2+4$
 $3x \leq 6$
 $x \leq 2$
② $-x+2 < 2x+1$
 $-x-2x < 1-2$
 $-3x < -1$
 $x > \frac{1}{3}$
⋮

<미진>
 $2x-4 \leq -x+2 < 2x+1$ 의 각 변에 $2x$ 를 빼면
 $-4 \leq -3x+2 < 1$ 이다.
그리고 각 변에 2 를 빼 후 각 변에 -3 으로 나누면
 $-6 \leq -3x < -1$
 $\frac{1}{3} < x \leq \frac{6}{3}$
⋮

<동호>
 $2x-4 \leq -x+2 < 2x+1$ 을 나누어 풀면
① $2x-4 \leq -x+2$
 $2x+x \leq 2+4$
 $3x \leq 6$
 $x \leq 2$
② $2x-4 < 2x+1$
⋮

▶ 답 :
▶ 정답 : 동호

해설

(풀이) 지윤이의 풀이와 미진이의 풀이는 제대로 풀었다. 동호의 풀이는
②
 $2x-4 < 2x+1$
부분을 $-x+2 < 2x+1$ 로 고쳐서 풀어야 한다.

3. 연립부등식 $\begin{cases} 4x - 2 \geq -10 \\ 6 - x > 3 \end{cases}$ 의 해가 $a \leq x < b$ 일 때, 상수 $a + b$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} 6 - x > 3 &\rightarrow x < 3 \\ 4x - 2 \geq -10 &\rightarrow x \geq -2 \\ \therefore a + b &= -2 + 3 = 1 \end{aligned}$$

4. 부등식 $|7 - 3x| > 2$ 를 풀면?

① $x < \frac{5}{3}$ 또는 $x > 3$

② $x < \frac{5}{2}$ 또는 $x > 2$

③ $x < \frac{4}{5}$ 또는 $x > 4$

④ $x < 1$ 또는 $x > 3$

⑤ $x < \frac{5}{6}$ 또는 $x > 6$

해설

$|7 - x| > 2$ 에서

$7 - 3x > 2$ 또는 $7 - 3x < -2$

$-3x > -5$ 또는 $-3x < -9$

$\therefore x < \frac{5}{3}$ 또는 $x > 3$

5. 이차부등식 $x^2 + 2x - 35 < 0$ 을 풀면?

- ① $-15 < x < 12$ ② $-15 < x < 5$ ③ $-7 < x < 5$
④ $-7 < x < 2$ ⑤ $-5 < x < 7$

해설

$$x^2 + 2x - 35 < 0 \text{ 에서 } (x + 7)(x - 5) < 0$$

$$\therefore -7 < x < 5$$

6. x 에 대한 삼차방정식 $x^3 + 3x^2 - kx - 5 = 0$ 의 한 근이 -1 일 때, 상수 k 의 값은?

① -5

② -3

③ -1

④ 1

⑤ 3

해설

$x^3 + 3x^2 - kx - 5 = 0$ 의 한 근이 -1 이므로 $x = -1$ 을 대입하면
 $(-1)^3 + 3(-1)^2 - k(-1) - 5 = 0$
 $\therefore k = 3$

7. 삼차방정식 $2x^3 - 7x^2 + 11x + 13 = 0$ 의 세 근을 α, β, γ 라고 할 때, 다음 (가), (나), (다)에 알맞은 값을 차례로 쓴 것은?

- (가) $\alpha + \beta + \gamma$
(나) $\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha$
(다) $\alpha\beta\gamma$

- ① $\frac{7}{2}, \frac{11}{2}, -\frac{13}{2}$ ② $-\frac{7}{2}, \frac{13}{2}, \frac{11}{2}$ ③ $\frac{13}{2}, \frac{7}{2}, -\frac{11}{2}$
④ $\frac{11}{2}, -\frac{13}{2}, \frac{7}{2}$ ⑤ $\frac{7}{2}, -\frac{11}{2}, \frac{13}{2}$

해설

삼차방정식 $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0 (a \neq 0)$ 의 세 근을 α, β, γ 라 하면

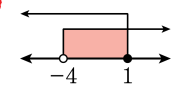
$$\alpha + \beta + \gamma = -\frac{b}{a}$$

$$\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{c}{a}$$

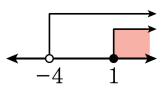
$$\alpha\beta\gamma = -\frac{d}{a}$$

8. 연립부등식 $\begin{cases} x+3 > -1 \\ 6-4x \geq 3-x \end{cases}$ 의 해를 수직선 위에 옳게 나타낸 것은?

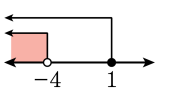
①



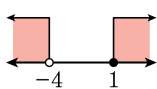
②



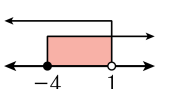
③



④



⑤



해설

$$\begin{aligned} x+3 > -1 &\rightarrow x > -4 \\ 6-4x \geq 3-x &\rightarrow x \leq 1 \\ \therefore -4 < x \leq 1 \end{aligned}$$

9. 연립부등식 $\begin{cases} 3x-3 > -x+9 \\ 5x < 4x+a \end{cases}$ 를 만족하는 자연수가 2개일 때, a 의 값의 범위는?

- ① $3 < a \leq 4$ ② $3 < a < 4$ ③ $4 \leq a < 5$
④ $4 < a \leq 5$ ⑤ $5 < a \leq 6$

해설

$$3x-3 > -x+9, \quad x > 3$$

$$5x < 4x+a, \quad x < a$$

$$\therefore 3 < x < a$$

만족하는 자연수가 2개, 즉 4, 5 이므로 $5 < a \leq 6$

10. 이차부등식 $x^2 - 2kx + 2k \leq 0$ 이 해를 갖지 않을 때, 실수 k 값의 범위는?

① $-1 \leq k \leq 0$

② $-2 < k < 0$

③ $0 \leq x \leq 2$

④ $0 < k < 2$

⑤ $k < 0$, 또는 $k > 2$

해설

주어진 이차부등식이 해를 갖지 않으려면

방정식 $x^2 - 2kx + 2k = 0$ 이 허근을 가져야 하므로

$$\frac{D}{4} = k^2 - 2k < 0, \quad k(k - 2) < 0$$

$$\therefore 0 < k < 2$$

11. 이차부등식 $x^2 + ax + b < 0$ 의 해가 $2 < x < 3$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$2 < x < 3$ 가 해이므로

$$(x-2)(x-3) < 0$$

$$x^2 - 5x + 6 < 0, a = -5, b = 6$$

$$\therefore a + b = 1$$

12. 이차부등식 $ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $-2 < x < 1$ 일 때 부등식 $cx^2 - bx - a > 0$ 을 만족하는 한 자리의 자연수 x 의 개수는?

- ① 1개 ② 2개 ③ 4개 ④ 6개 ⑤ 9개

해설

$ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $-2 < x < 1$ 이므로 $a < 0$
해가 $-2 < x < 1$ 이고 이차항의 계수가 1인 부등식은 $(x+2)(x-1) < 0$,
즉 $x^2 + x - 2 < 0$ 양변에 a 를 곱하면
 $ax^2 + ax - 2a > 0$ 이 부등식이
 $ax^2 + bx + c > 0$ 과 같으므로
 $b = a, c = -2a \cdots (가)$
(가)를 $cx^2 - bx - a > 0$ 에 대입하면
 $-2ax^2 - ax - a > 0, 2x^2 + x + 1 > 0 (\because -a > 0)$
이 때 방정식 $2x^2 + x + 1 = 0$ 의 판별식
 $D = 1^2 - 4 \cdot 2 = -7 < 0$ 이므로
 $2x^2 + x + 1 > 0$ 은
모든 실수 x 에 대하여 성립한다.
따라서 주어진 부등식을 만족하는
한자리의 자연수는 $1, 2, 3, \dots, 9$ 의 9개이다.

13. 연립부등식 $\begin{cases} 2x \leq x + 4 \\ x^2 - 4x - 5 < 0 \end{cases}$ 을 만족시키는 정수 x 의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 5 개

해설

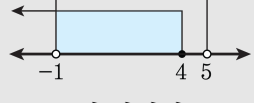
$$\textcircled{㉠} 2x \leq x + 4,$$

$$\therefore x \leq 4$$

$$\textcircled{㉡} x^2 - 4x - 5 < 0$$

$$\Rightarrow (x - 5)(x + 1) < 0$$

$$\therefore -1 < x < 5$$



$\textcircled{㉠}$, $\textcircled{㉡}$ 의 범위의

공통범위는 $-1 < x \leq 4$

$\therefore x = 0, 1, 2, 3, 4$ 총 5 개

14. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 + 3x - 4 < 0 \\ x^2 - 2x - 3 > 0 \end{cases}$ 의 값은?

① $x > -1$

② $-4 < x < -1$

③ $0 < x < 4$

④ $1 < x < 4$

⑤ $-4 < x < 3$

해설

$$x^2 + 3x - 4 < 0 \Rightarrow (x - 1)(x + 4) < 0 \\ \Rightarrow -4 < x < 1$$

$$x^2 - 2x - 3 > 0 \Rightarrow (x + 1)(x - 3) > 0 \\ \Rightarrow x < -1 \text{ 또는 } x > 3$$

$\therefore$ 공통부분을 구하면 $-4 < x < -1$

15. 사차식 $x^4 - 4x^2 - 12$ 를 복소수의 범위에서 인수분해하면?

① $(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{2}i)(x - \sqrt{2}i)$

② $(x + \sqrt{6})(x - \sqrt{6})(x + 2i)(x - 2i)$

③ $(x + \sqrt{6})(x - \sqrt{6})(x + \sqrt{2}i)(x - \sqrt{2}i)$

④ $(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})(x + 2i)(x - 2i)$

⑤ $(x + \sqrt{2})(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{6}i)(x - \sqrt{6}i)$

해설

$$x^4 - 4x^2 - 12, \quad x^2 = Y \text{ 라 하자}$$

$$\Rightarrow Y^2 - 4Y - 12 = (Y + 2)(Y - 6) = 0$$

$$Y = -2 \text{ 또는 } Y = 6$$

$$\Rightarrow x^2 = -2, \quad x^2 = 6$$

$$\Rightarrow x = \pm \sqrt{2}i, \quad x = \pm \sqrt{6}$$

$$\therefore x^4 - 4x^2 - 12$$

$$= (x + \sqrt{6})(x - \sqrt{6})(x + \sqrt{2}i)(x - \sqrt{2}i)$$

16. 삼차방정식 $x^3 + ax^2 + bx + 5 = 0$ 의 한 근이 $2-i$ 일 때, 실수 $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$x^3 + ax^2 + bx + 5 = 0$ 의 세 근: $2-i, 2+i, \alpha$

세 근의 합: $-a = 4 + \alpha \cdots \textcircled{1}$

세 근의 곱: $-5 = (2+i)(2-i)\alpha = 5\alpha$

$\therefore \alpha = -1$, $\textcircled{1}$ 식에 대입하면 $a = -3$

$b = (2+i)(2-i) + (2+i) \cdot (-1) + (2-i) \cdot (-1) = 5 - 4 = 1$

$\therefore a^2 + b^2 = 10$

17. 방정식 $x^3 = 8$ 의 한 허근을 α 라 할 때, $1 + \alpha + \alpha^2 + \alpha^3$ 의 값은?

① $-1 \pm \sqrt{3}i$

② $1 \pm \sqrt{3}i$

③ $3 \pm \sqrt{3}i$

④ $6 \pm \sqrt{3}i$

⑤ $9 \pm \sqrt{3}i$

해설

$\alpha^3 = 8$ 에서 $(\alpha - 2)(\alpha^2 + 2\alpha + 4) = 0$,
 α 는 $\alpha^2 + 2\alpha + 4 = 0$ 의 근이다.

$\therefore \alpha = -1 \pm \sqrt{3}i$

이 때, $1 + \alpha + \alpha^2 + \alpha^3$

$= 1 + \alpha + (-2\alpha - 4) + 8$

$= 5 - \alpha$

$= 5 - (-1 \pm \sqrt{3}i)$

$= 6 \mp \sqrt{3}i$

18. 어떤 정육면체의 밑면의 가로와 세로의 길이를 1 cm 줄이고, 세로의 길이와 높이를 각각 2 cm, 3 cm 씩 늘였더니 이 직육면체의 부피가 처음 정육면체의 부피의 $\frac{5}{2}$ 배가 되었다. 처음 정육면체의 한 변의 길이를 구하여라. (단, 정육면체 한 변의 길이는 유리수이다.)

▶ 답 : cm

▷ 정답 : 2 cm

해설

정육면체의 한 변의 길이가 x cm라 하면

조건으로부터 $(x-1)(x+2)(x+3) = \frac{5}{2}x^3$,

$x^3 + 4x^2 + x - 6 = \frac{5}{2}x^3$,

$\frac{3}{2}x^3 - 4x^2 - x + 6 = 0$ 에서

$3x^3 - 8x^2 - 2x + 12 = 0$ 을 풀면 $x = 2$ (cm)

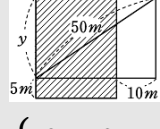
19. 대각선의 길이가 50m 인 직사각형 모양의 땅이 있다. 이 땅의 세로를 5m 늘리고, 가로를 10m 줄이면 넓이가 50m^2 만큼 늘어난다. 처음 직사각형의 가로의 길이를 구하여라. (단위는 생략할 것)

► [Learn more](#)

▷ 정답: 48m

애니메이션

저음 직사각형의 가로, 세로의 길이를 각각 $x\text{ m}$, $y\text{ m}$ 라 하면



$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 50^2 \cdots \textcircled{㉑} \\ (x-10)(y+5) = xy + 50 \cdots \textcircled{㉒} \end{cases}$$

㉔을 정리하면 $5x - 10y = 100$

$\therefore x = 2y + 20 \dots \textcircled{c}$
 $\textcircled{c}$ 을 $\textcircled{b}$ 에 대입하면

$$(200 + 20)^2 + \dots^2 = 5$$

$$(2y + 20)^2 + y^2 = 50^2$$

$$y^2 + 16y - 420 = 0$$

$$(y - 14)(y + 30) = 0$$

$$\therefore y = 14, -30$$

그런데 $0 < y < 50$ 이므로 $y = 14$

이것을 ㉔에 대입하면 $x = 48$

20. 두 식 $2x + y = 10$, $y < x < 3y$ 을 동시에 만족시키는 정수 x , y 에 대하여 $x - y$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$2x + y = 10$ 에서 $y = 10 - 2x$ 이므로

$10 - 2x < x < 3(10 - 2x)$

$\therefore \frac{10}{3} < x < \frac{30}{7}$

x 는 정수이므로 $x = 4$

따라서 $y = 2$

$\therefore x - y = 2$

21. x, y 에 대한 연립방정식 $\begin{cases} x+y=a+2 \\ xy=\frac{a^2+1}{4} \end{cases}$

이 실근을 가질 때, 실수 a 의 범위를 구하면?

① $a \geq -\frac{3}{4}$
 ④ $a \leq \frac{2}{3}$

② $a > -\frac{1}{2}$
 ⑤ $a < 2$

③ $-1 < a < 1$

해설

$$\begin{cases} x+y=a+2 \\ xy=\frac{a^2+1}{4} \end{cases}$$

의 해 x, y 를 두 근으로 하는 t 에 대한 이차방정식은 $t^2 -$

$$(a+2)t + \frac{a^2+1}{4} = 0$$

위의 방정식이 실근을 가지려면

$$D = (a+2)^2 - 4 \times \frac{a^2+1}{4} \geq 0$$

$$4a+3 \geq 0$$

$$\therefore a \geq -\frac{3}{4}$$

22. 실수 x, y 에 대하여 $2x^2 + y^2 + 2xy + 2x - 2y + 5 = 0$ 일 때, xy 의 값은?

① -6 ② -3 ③ 0 ④ 3 ⑤ 6

해설

$$2x^2 + y^2 + 2xy + 2x - 2y + 5 = 0 \text{ 을}$$

x 에 대한 내림차순으로 정리하면

$$2x^2 + 2(y+1)x + y^2 - 2y + 5 = 0 \quad \cdots \textcircled{1}$$

이 때, x 는 실수이므로 $\textcircled{1}$ 은 실근을 가져야 한다.

$$D = (y+1)^2 - 2(y^2 - 2y + 5) \geq 0$$

$$-y^2 + 6y - 9 \geq 0 \quad (y-3)^2 \leq 0$$

$$\therefore y = 3$$

$y = 3$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$2x^2 + 8x + 8 = 0, \quad x^2 + 4x + 4 = 0$$

$$(x+2)^2 = 0$$

$$\therefore x = -2 \quad \therefore xy = (-2) \cdot 3 = -6$$

23. 두 부등식 $A : \frac{5x+1}{6} < 1$, $B : 3x-8 < -x$ 에 대하여 A 에서 B 를 제외한 부분을 만족하는 자연수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 0 개

해설

$$A : \frac{5x+1}{6} < 1$$

$$\therefore x < 1$$

$$B : 3x-8 < -x$$

$$\therefore x < 2$$

따라서 A 에서 B 를 제외한 부분을 만족하는 자연수의 개수는 0 개이다.

24. 사료 A, B 의 1g 당 영양소 C, D 의 함유량과 100g 당 단가는 다음과 같다.

	C(mg)	D(mg)	단가(원)
A	21	15	500
B	16	19	600

하루에 두 사료를 모두 합해 0.3kg 먹는 어떤 동물의 1 일 영양소 섭취량이 C 는 60g 이하, D 는 50g 이하가 되게 하려고 한다. 구입한 사료의 가격이 가장 쌀 때, 사료 B 의 무게를 구하여라.

▶ **한:** **고**

▶ 정답 : 60 g

해설

사료 A 의 무게를 x g 이라 하면 사료 B 의 무게는 $(300 - x)$ g 이다.

C 가 60g 이하이므로

$$0.21x + 0.16(300 - x) \leq 60 \cdots \textcircled{7}$$

D 가 50g 이하이므로

$$0.15x + 0.19(300 - x) \leq 50 \dots \textcircled{1}$$

$$0.15x + 0.19(300 - x) \leq 0.18(300)$$

㉠ 을 풀면 $x \leq 240$

㉔ 을 풀면 $x \geq 17$

$\therefore 175 \leq x \leq 240$
 구입한 사료의 가격이 가장 싸려면 A 를 많이 구입해야 하고
 B 는 적게 구입해야 한다. 따라서 구하는 사료 B 의 무게는
 $200 - 240 = -40 (\text{kg})$ 이다.

25. 부등식 $[x-1]^2 + 3[x] - 3 < 0$ 의 해는? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

① $-2 \leq x < 1$

② $-2 \leq x < 0$

③ $-1 \leq x < 1$

④ $-1 \leq x < 0$

⑤ $0 \leq x < 2$

해설

$$x-1=A \text{라 하면 } x=A+1$$

$$\therefore [A]^2 + 3[A+1] - 3 = [A]^2 + 3[A] + 3 - 3 < 0$$

$$[A]([A]+3) < 0 \quad \therefore -3 < [A] < 0$$

$$-2 \leq A < 0 \quad \therefore -2 \leq x-1 < 0 \text{이므로}$$

$$-1 \leq x < 1$$