**1.** 함수 $f : R \to R$ 에서 $f(x) = x^2 - x - 2$ 이다. $f(a) = 4$ 일 때, 양수 $a$ 의 값은?(단, $R$은 실수)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$f(a) = 4$ 이므로

$a^2 - a - 2 = 4, \quad a^2 - a - 6 = 0, \quad (a-3)(a+2) = 0$

$\therefore \ a = 3$ 또는 $a = -2$

한편, $a > 0$ 이므로 $a = 3$ 이다.

**2.** 이차함수 $y = x^2 + 3x + a$ 의 그래프가 두 점 $(1,\ 3)$, $(-1,\ b)$ 를 지날 때, 상수 $a$, $b$ 의 곱 $ab$ 의 값을 구하여라.

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

점 $(1,\ 3)$ 을 지나므로 $x = 1$ , $y = 3$ 을 대입하면
$3 = 1^2 + 3 \times 1 + a,\quad a = -1 \quad \therefore\ y = x^2 + 3x - 1$
점 $(-1,\ b)$ 를 지나므로 $x = -1,\ y = b$ 를 대입하면
$b = (-1)^2 + 3 \times (-1) - 1 = -3 \quad \therefore b = -3$
따라서 $a = -1,\ b = -3$ 이므로 $ab = (-1) \times (-3) = 3$ 이다.

**3.** 이차함수 $y = -\frac{2}{3}x^2$ 에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

① $y$의 값의 범위는 $y \geq 0$이다.

② 아래로 볼록하다.

③ 꼭짓점은 원점이고 축은 $y$축이다.

④ $y = \frac{3}{2}x^2$ 의 그래프와 $x$축에 대하여 대칭이다.

⑤ $x > 0$일 때, $x$의 값이 증가하면 $y$의 값도 증가한다.

해설

① $y$의 값의 범위는 $y \leq 0$

② 위로 볼록하다.

④ $y = \frac{2}{3}x^2$ 의 그래프와 $x$축에 대하여 대칭이다.

⑤ $x > 0$일 때, $x$의 값이 증가하면 $y$의 값은 감소한다.

**4.** $y = -x^2$ 의 그래프를 $x$ 축 방향으로 $p$ 만큼 평행이동 시켰더니 점 $(4,\ -1)$ 을 지났다. $p$ 의 값이 될 수 있는 것을 모두 합하면?

① 5　　② 6　　③ 7　　④ 8　　⑤ 9

**해설**

$y = -(x-p)^2$ 의 그래프가 점 $(4,\ -1)$ 을 지나므로

$-1 = -(4-p)^2$

$p = 3$ 또는 $p = 5$ , $3 + 5 = 8$ 이다.

**5.** $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 $x$ 축의 방향으로 3 만큼 평행이동 하였더니 점 $(1,\ m)$ 을 지났다. $m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 $x$ 축의 방향으로 3 만큼 평행이동 하면

$y = \frac{1}{2}(x-3)^2$ 이며 점 $(1,\ m)$ 를 지나므로

$m = \frac{1}{2}(1-3)^2$

$\therefore\ m = 2$

**6.** 포물선 $y = 3x^2 + 5$ 과 $x$ 축에 대하여 대칭인 포물선의 식은?

① $y = -3x^2 + 5$ ② $y = 3x^2 - 5$ ③ $y = -3x^2 - 5$

④ $y = 3x^2$ ⑤ $y = 3x^2 + 10$

해설

$y = ax^2 + q$와 $x$축에 대하여 대칭을 이루는 포물선의 식은 $y = -ax^2 - q$이다.

**7.** 이차방정식 $y=-2(x-1)^2+1$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것을 보기에서 모두 골라라.

**보기**

㉠ 꼭짓점의 좌표는 $(1,\ 1)$ 이다.

㉡ 축의 방정식은 $x=-1$ 이다.

㉢ 모든 사분면을 지난다.

㉣ $y=-2x^2$ 의 그래프를 $x$ 축의 방향으로 1 만큼 $y$ 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 그래프이다.

㉤ $\{x|x>1\}$ 에서 $x$ 의 값이 증가할 때 $y$ 의 값은 감소한다.

▶ 답 :

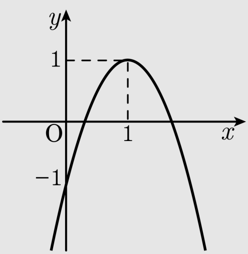
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

**해설**

그래프를 그려 보면 다음과 같다.




㉡$x=1$ 을 축으로 한다. ㉢ 제2 사분면을 지나지 않는다.

**8.** 세 점 $(-1,3),(0,1),(1,4)$ 를 지나는 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표를 구하면?

① $\left(-\frac{1}{10}, \frac{39}{40}\right)$ ② $\left(-\frac{1}{20}, \frac{39}{40}\right)$ ③ $\left(-\frac{1}{30}, \frac{39}{40}\right)$
④ $\left(-\frac{1}{40}, \frac{39}{40}\right)$ ⑤ $\left(-\frac{1}{50}, \frac{39}{40}\right)$

해설

$y=ax^2+bx+c$ 에서 $(0,1)$ 을 대입하면
$y=ax^2+bx+1$
$(-1,3)$ 을 대입하면
$a-b+1=3\cdots$ ㉠
또, $(1,4)$ 를 대입하면
$a+b+1=4\cdots$ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=\frac{5}{2}$ , $b=\frac{1}{2}$

$$\begin{aligned} y &= \frac{5}{2}x^2+\frac{1}{2}x+1 \\ &= \frac{5}{2}\left(x^2+\frac{1}{5}x\right)+1 \\ &= \frac{5}{2}\left(x+\frac{1}{10}\right)^2-\frac{1}{40}+1 \\ &= \frac{5}{2}\left(x+\frac{1}{10}\right)^2+\frac{39}{40} \end{aligned}$$

따라서 꼭짓점의 좌표 $\left(-\frac{1}{10}, \frac{39}{40}\right)$

**9.** $y=x^2+1$ 의 그래프를 $x$ 축, $y$ 축의 방향으로 각각 얼마만큼 평행이동시키면 이차함수 $y=x^2+3x+2$ 의 그래프와 일치하겠는가?

① $x$축으로 $-\frac{3}{2}$, $y$축으로 $-\frac{1}{4}$
② $x$축으로 $-\frac{3}{2}$, $y$축으로 $-\frac{5}{4}$
③ $x$축으로 $\frac{3}{2}$, $y$축으로 $-\frac{1}{4}$
④ $x$축으로 $\frac{3}{2}$, $y$축으로 $\frac{3}{4}$
⑤ $x$축으로 $-\frac{3}{2}$, $y$축으로 $\frac{3}{4}$

해설

$y=x^2+1$ 의 꼭짓점의 좌표는 $(0,\ 1)$

$y=x^2+3x+2=\left(x+\frac{3}{2}\right)^2-\frac{1}{4}$ 의 꼭짓점의 좌표는 $\left(-\frac{3}{2},\ -\frac{1}{4}\right)$

이므로

$x$ 축 방향으로 $-\frac{3}{2}$ 만큼, $y$ 축 방향으로 $-\frac{5}{4}$ 만큼 평행이동한 것이다.

**10.** 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 꼭짓점의 좌표가 $(p, q)$ 이고, $p > 0$, $q < 0$, $a > 0$, $c > 0$ 일 때, 이 이차함수의 그래프가 지나는 사분면을 보기에서 모두 고른 것은?

**보기**

ㄱ 제1 사분면　　ㄴ 제2 사분면

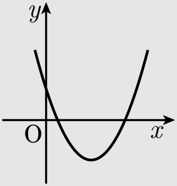
ㄷ 제3 사분면　　ㄹ 제4 사분면

① ㄱ, ㄴ, ㄷ　　② ㄱ, ㄴ, ㄹ　　③ ㄴ, ㄷ, ㄹ

④ ㄱ, ㄹ　　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄹ

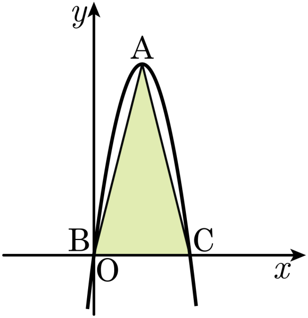
**해설**

꼭짓점은 제4 사분면에 있고, $y$ 절편이 양수이고, 아래로 볼록한 그래프를 그려 본다.




따라서 제3 사분면을 지나지 않는다.

**11.** 다음 그림은 이차함수 $y=-x^2+8x$ 의 그래프이다. $\triangle ABC$ 의 넓이는?




① 8 ② 16 ③ 32 ④ 64 ⑤ 128

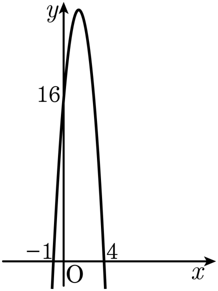
해설

$y=-x^2+8x=-(x-4)^2+16$ 에서 A(4, 16) 이므로 삼각형의 높이는 16이다.

$y=-x(x-8)$ 에서 B(0, 0), C(8, 0) 이므로 $\overline{BC}=8$

$\therefore$ ($\triangle$ABC의 넓이S) $=\dfrac{1}{2}\times 8\times 16=64$

**12.** 다음 그래프에서 최댓값을 구하면?




① 21　　② 22　　③ 23

④ 24　　⑤ 25

해설

$x$ 절편이 $-1$ 과 $4$ 이므로

$y=a(x+1)(x-4)$

점 $(0,\ 16)$을 지나므로

$16=a(-4)$ , $a=-4$

$$\begin{aligned} y &= -4(x+1)(x-4) \\ &= -4(x^2-3x-4) \\ &= -4\left(x^2-3x+\frac{9}{4}-\frac{9}{4}\right)+16 \\ &= -4\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+25 \end{aligned}$$

$x=\dfrac{3}{2}$ 일 때, 최댓값은 25 이다.

**13.** 이차함수 $y = -x^2 + 4x + k - 3$ 의 최댓값이 5 일 때, $k$ 의 값을 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** 4

해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 + 4x + k - 3 \\ &= -(x-2)^2 + 4 + k - 3 \\ &= -(x-2)^2 + 1 + k \end{aligned}$$

$x = 2$ 일 때, 최댓값 $1 + k$ 를 가지므로 $1 + k = 5$

$\therefore k = 4$

**14.** 가로의 길이가 5cm , 세로의 길이가 9cm 인 직사각형의 가로의 길이를 $x$cm 만큼 늘이고, 세로의 길이를 $x$cm 만큼 줄여서 새로운 직사각형을 만들었다. 새로운 직사각형의 넓이가 최대가 되도록 하는 $x$ 의 값은?

① 1　　② 2　　③ 2.5　　④ 3　　⑤ 3.5

해설

새로운 사각형의 넓이를 $S$ 라 하면

$$\begin{aligned} S &= (5+x)(9-x) \\ &= -x^2+4x+45 \\ &= -(x-2)^2+49 \end{aligned}$$

따라서 $x=2$ 일 때 새로운 직사각형의 넓이의 최댓값 $49\text{cm}^2$ 를 가진다.

**15.** 지면으로부터 60m 되는 높이에서 초속 60m 로 곧바로 위로 쏘아 올린 물체의 $x$ 초 후의 높이를 $y$m 라고 하면 대략 $y = -5x^2 + 60x + 60$ 인 관계가 성립한다. 그 물체의 높이가 최대가 되는 것은 쏘아 올린 지 몇 초 후인가? 또한, 그 때의 높이를 구하여라.

▶ 답 : ______ 초

▶ 답 : ______ m

▷ 정답 : 6 초

▷ 정답 : 240 m

해설

$y = -5x^2 + 60x + 60 = -5(x-6)^2 + 240$

따라서 $x = 6$ 일 때, 최댓값 240 을 갖는다.

**16.** 이차함수 $y = x^2 - 2x - 1$ 의 그래프를 $x$ 축 방향으로 $-1$ 만큼, $y$ 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 식의 최솟값을 구하면?

① $-1$　　② $-2$　　③ $-3$　　④ $-4$　　⑤ $-5$

해설

$y = x^2 - 2x - 1 = (x-1)^2 - 2$
$x$ 축 방향으로 $-1$ 만큼, $y$ 축의 방향으로 1 만큼 평행이동하면
$y = (x-1+1)^2 - 2 + 1 = x^2 - 1$
따라서 최솟값은 $-1$ 이다.

**17.** 정의역이 $\{x \mid 0 \le x \le 3\}$ 인 이차함수 $y = ax^2 - 4ax + 4a + 3$ 의 최솟값이 $-1$ 이다. 이 함수의 그래프가 점 $(1, b)$ 를 지날 때, 상수 $a$, $b$ 의 값을 구하면?

① $a = -1,\ b = -2$

② $a = 1,\ b = 2$

③ $a = -1,\ b = 2$

④ $a = 1,\ b = -2$

⑤ $a = -2,\ b = 2$

해설

$y = ax^2 - 4ax + 4a + 3$

$= a(x-2)^2 + 3\ (0 \le x \le 3)$ 이므로

$x = 0$ 일 때 최솟값은 $-1$ 을 갖는다.

$-1 = 4a + 3$

$\therefore a = -1$

점 $(1,\ b)$ 를 지나므로

$\therefore b = a + 3 = 2$

**18.** $0 \le x \le 3$ 에서 함수 $f(x) = x^2 - ax$ 의 최댓값을 $M$ , 최솟값을 $m$ 이라 할 때, $M + m$ 의 최댓값은? (단, $0 \le a \le 2$ )

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

$$f(x) = x^2 - ax = \left(x - \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4} \ (0 \le x \le 3)$$

$0 \le \frac{a}{2} \le 1$ 이므로

최솟값 $m = f\left(\frac{a}{2}\right) = -\frac{a^2}{4}$,

최댓값 $M = f(3) = 9 - 3a$

$\therefore M + m = 9 - 3a - \frac{1}{4}a^2 = -\frac{1}{4}(a + 6)^2 + 18$

이때, $0 \le a \le 2$ 이므로

$M + m$ 은 $a = 0$ 일 때 최댓값 9 를 갖는다.

**19.** 이차방정식 $x^2+(a+1)x+a+1=0$의 두 실근 $\alpha,\beta$에 대하여 $\alpha^2+\beta^2+\alpha\beta$의 값이 최소일 때, 상수 $a$의 값은?

① $-1$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ $-\frac{1}{4}$ ④ $0$ ⑤ $3$

해설

$x^2+(a+1)x+a+1=0$이 실근을 가지므로

$D=(a+1)^2-4(a+1)\geq 0,\ \ (a+1)(a-3)\geq 0$

$\therefore a\leq -1$ 또는 $a\geq 3$

한편, 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=-(a+1),\ \alpha\beta=a+1$

$$\begin{aligned}\therefore \alpha^2+\beta^2+\alpha\beta &= (\alpha+\beta)^2-\alpha\beta\\ &=(a+1)^2-(a+1)\\ &=a^2+a=\left(a+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{4}\end{aligned}$$

이때, $a\leq -1$ 또는 $a\geq 3$ 이므로

$\alpha^2+\beta^2+\alpha\beta$ 는 $a=-1$일 때 최솟값을 갖는다.

**20.** $x, y$가 실수일 때, $x^2 - 6x + 2y^2 + 4y + 7$의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-4$

해설

$x^2 - 6x + 2y^2 + 4y + 7$
$= (x-3)^2 + 2(y+1)^2 - 4$이므로
$x = 3,\ y = -1$일 때, 최솟값 $-4$를 갖는다.

**21.** 두 함수 $(a^2-3a+2)y^2+2y-4x^2-1=0$과 $y=(2a^2-8)x^2-3x+1$이 모두 $y$가 $x$에 관한 이차함수가 되도록 상수 $a$의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

i ) $(a^2-3a+2)y^2+2y-4x^2-1=0$이 $x$에 관한 이차함수가 되기 위해서는 $a^2-3a+2=0$ 이어야 하므로 $(a-1)(a-2)=0$

$\therefore a=1$ 또는 $a=2$

ii ) $y=(2a^2-8)x^2-3x+1$이 $x$에 관한 이차함수가 되기 위해서는 $2a^2-8\neq0$ 이어야 하므로 $a\neq\pm2$

i ), ii )에 의하여 $a=1$ 이다.

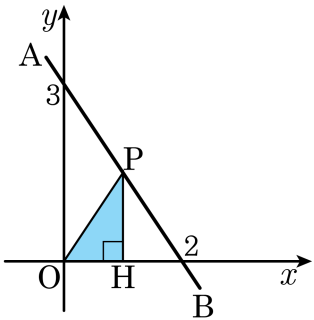
**22.** 세 점 $(-1,\ -5)$, $(0,\ 5)$, $(2,\ 13)$ 을 지나는 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(p,\ q)$ 일 때, $p-q$ 의 값은?

① 1 ② 5 ③ $-5$ ④ $-1$ ⑤ $-11$

해설

이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$ 라고 놓으면
$(-1,-5)$를 지나므로 $-5=a-b+5$
$(0,5)$를 지나므로 $5=c$
$(2,13)$ 을 지나므로 $13=4a+2b+5$
$\therefore a=-2,\ b=8,\ c=5$
따라서 주어진 이차함수의 식은
$y=-2x^2+8x+5=-2(x-2)^2+13$ 이므로
꼭짓점의 좌표는 $(2,\ 13)$ 이므로
$p-q=-11$ 이다.

**23.** 선분 AB 위의 한 점 P 에서 $x$ 축에 내린 수선의 발을 H 라고 할 때, $\triangle$POH 의 넓이의 최댓값을 구하여라.




▶ **답 :**

▷ **정답 :** 0.75

해설

$\overline{\mathrm{AB}}$ 를 지나는 직선은 두 점 $(0,\ 3)$ , $(2,\ 0)$ 을 지나므로

$y = -\dfrac{3}{2}x + 3$

H 점의 좌표를 $(a,\ 0)$ 이라고 하면, 점 P 의 좌표는 $\left(a, -\dfrac{3}{2}a + 3\right)$

$$\begin{aligned}\triangle\mathrm{POH} &= \frac{1}{2} \times a \times \left(-\frac{3}{2}a + 3\right) \\ &= -\frac{3}{4}a^2 + \frac{3}{2}a \\ &= -\frac{3}{4}(a^2 - 2a + 1 - 1) \\ &= -\frac{3}{4}(a - 1)^2 + \frac{3}{4}\end{aligned}$$

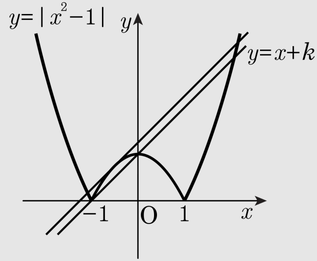
따라서 최댓값은 $\dfrac{3}{4}$ 이다.

**24.** $x$에 관한 방정식 $|x^2-1|-x-k=0$이 서로 다른 네 개의 실근을 가질 때, $k$의 값의 범위를 구하면?

① $1<k<\frac{5}{4}$　② $1 \le k \le \frac{5}{4}$　③ $-5<k<-\frac{5}{4}$
④ $k<1,\ k>\frac{5}{4}$　⑤ $\frac{4}{5}<k<1$

해설

$|x^2-1|-x-k=0$을 변형하여
분리하면
$|x^2-1|=x+k$, $y=|x^2-1|$, $y=$
$x+k$
이 두 함수가 4개의 교점을 가지려면
다음그림과 같아야 한다.




$y=-x^2+1$, $y=x+k$가
두 점에서 만나야하므로
$x^2+x+k-1=0$의 판별식 $D>0$이어야 한다.

$D=1-4k+4>0 \quad \therefore\ k<\frac{5}{4}$

또, 직선 $y=x+k$는 점 $(-1,0)$을 지나는 직선 위에 존재해야 하므로

$0<-1+k \quad \therefore\ k>1$

$\therefore\ 1<k<\frac{5}{4}$

**25.** 이차함수 $y = -3x^2 + 6x + 4a$ 의 최댓값은 음수이고, 그 그래프가 점 $(-a,\ 2a-7)$ 을 지날 때, 상수 $a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{7}{3}$

해설

$$y = -3x^2 + 6x + 4a$$
$$= -3(x-1)^2 + 3 + 4a$$

$y = -3(x-1)^2 + 3 + 4a$ 의 그래프가 점 $(-a, 2a-7)$ 을 지나므로 $2a - 7 = -3(-a-1)^2 + 3 + 4a$ 을 정리하면 $3a^2 + 4a - 7 = 0$ , $(3a+7)(a-1) = 0$

$\therefore a = -\frac{7}{3}$ or $1$

그런데 최댓값 $3 + 4a$ 의 값이 음수이므로 $a = -\frac{7}{3}$ 이다.