

1. 좌표평면 위에서 $2x + y < 4$ 를 만족하는 자연수 x, y 의 순서쌍의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 1 개

해설

구하는 순서쌍은 $(1, 1)$ 로 1개이다.

2. 부등식 $3x \leq 2x + a$ 를 만족하는 자연수 x 의 개수가 3개일 때, 상수 a 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $3 \leq a < 4$

해설

$3x \leq 2x + a$ 를 정리하면 $x \leq a$

만족하는 범위 내의 자연수는 1, 2, 3이므로

$3 \leq a < 4$ 가 되어야 한다.

3. 다음 연립부등식 중 해가 없는 것을 고르면?

$$\textcircled{1} \begin{cases} x \leq 5 \\ x \geq 5 \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \begin{cases} x \geq -1 \\ -2x < -6 \end{cases}$$

$$\textcircled{3} \begin{cases} 7x - 1 > x - 3 \\ 4x - 6 \leq x - 5 \end{cases}$$

$$\textcircled{4} \begin{cases} 5(x + 1) \geq -10 \\ x \leq -3 \end{cases}$$

$$\textcircled{5} \begin{cases} 5x - 12 > 8 \\ x \leq 4 \end{cases}$$

해설

$$\textcircled{1} \begin{cases} x \leq 5 \\ x \geq 5 \end{cases}$$

$$\therefore x = 5$$

$$\textcircled{2} \begin{cases} x \geq -1 \\ -2x < -6 \end{cases}$$

$$\therefore x > 3$$

$$\textcircled{3} \begin{cases} 7x - 1 > x - 3, x > -\frac{1}{3} \\ 4x - 6 \leq x - 5, x \leq \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\therefore -\frac{1}{3} < x \leq \frac{1}{3}$$

$$\textcircled{4} \begin{cases} 5(x + 1) \geq -10, x \geq -3 \\ x \leq -3 \end{cases}$$

$$\therefore x = -3$$

$$\textcircled{5} \begin{cases} 5x - 12 > 8, x > 4 \\ x \leq 4 \end{cases}$$

$\therefore$ 해는 없다.

4. x 가 1, 3, 5, 7, 9이고, 세 부등식 A 가 $x > 2$, B 가 $x - 5 < 3$, C 가 $-x + 1 \geq -2$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① 부등식 B 와 C 의 공통해는 부등식 A 의 해이다.
- ② 부등식 C 의 해는 부등식 A 의 해와 부등식 B 의 해이다.
- ③ 부등식 B 에서 C 를 제외한 수는 부등식 A 의 해이다.
- ④ A, B, C 의 공통해는 존재한다.
- ⑤ B 와 C 의 공통해는 A 의 해와 같다.

해설

A 는 3, 5, 7, 9 B 는 $x - 5 < 3$, $x < 8$ 이므로 1, 3, 5, 7 C 는 $-x + 1 \geq -2$, $x \leq 3$ 이므로 1, 3

- ① B 와 C 의 공통해는 1, 3이므로 B 와 C 의 공통해는 A 의 해가 아니다.
- ⑤ B 와 C 의 공통해는 C 의 해이다.

5. 연립부등식 $\begin{cases} 3x - 9 < 6x \\ 4x + 12 > 8x + 12a \end{cases}$ 의 해가 존재하도록 하는 상수 a 의 값의 범위는?

① $a < -2$

② $a > -2$

③ $a \leq -2$

④ $a < 2$

⑤ $a > 2$

해설

① $3x - 9 < 6x, x > -3$

② $4x + 12 > 8x + 12a, x < -3a + 3$

해가 존재하려면 $-3a + 3 > -3, a < 2$

6. 연립부등식 $\begin{cases} x > a \\ x \leq 2 \end{cases}$ 의 해가 없도록 하는 a 의 값 중 가장 작은 값은?

① -2

② 0

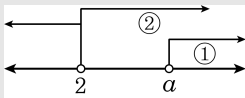
③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$\begin{cases} x > a \\ x \leq 2 \end{cases} \text{의 해가 없으려면}$$



$x > a$ 는 ①이거나 ②이므로 $a \geq 2$
따라서 a 의 가장 작은 수는 2 이다.

7. 연립부등식 $\begin{cases} x > a \\ x \leq 3 \end{cases}$ 의 해가 존재하지 않도록 하는 a 의 값 중 가장 작은 값은?

① -3

② 0

③ 1

④ 3

⑤ 6

해설

$$x > a$$

$$x \leq 3$$

의 공통 부분이 없으려면

$$x > a \text{에서 } a \geq 3$$

따라서 a 의 가장 작은 값은 3 이다.

8. 부등식 $-x + 7 \geq 2\left(3x - \frac{1}{2}\right) - 3a$ 를 만족하는 x 의 개수가 n 개일 때, 상수 a 의 값의 범위는 $2 \leq a < \frac{13}{3}$ 이다. 이때, n 의 값을 구하여라.
(단, x 는 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$-x + 7 \geq 2\left(3x - \frac{1}{2}\right) - 3a$ 를 정리하면

$$-x + 7 \geq 6x - 1 - 3a$$

$$\therefore x \leq \frac{8 + 3a}{7}$$

위 부등식을 만족하는 x 가 n 개 라면

$$n \leq \frac{8 + 3a}{7} < n + 1 \text{ 이 } 2 \leq a < \frac{13}{3} \text{ 이므로}$$

$$7n \leq 8 + 3a < 7n + 7$$

$$7n - 8 \leq 3a < 7n - 1$$

$$\frac{7n - 8}{3} \leq a < \frac{7n - 1}{3}, \frac{7n - 1}{3} = \frac{13}{3}$$

$$\frac{7n - 8}{3} = 2, \frac{7n - 1}{3} = \frac{13}{3}$$

$$7n - 8 = 6, 7n - 1 = 13$$

$$\therefore n = 2$$

9. 일차부등식 $\frac{x-a}{3} \geq x-a$ 를 만족하는 자연수 x 의 값이 3개가 되도록 하는 정수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\frac{x-a}{3} \geq x-a$$

$$x-a \geq 3x-3a$$

$$2a \geq 2x$$

$$x \leq a$$

자연수 x 의 값이 3개이므로

$$3 \leq a < 4$$

$$\therefore a = 3$$

10. 부등식 $\frac{3x+a}{2} - 5 > 4x - a$ 을 참이 되게 하는 자연수 x 의 개수가 8개다. 이때, 정수 a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

▷ 정답 : 18

해설

$$\frac{3x+a}{2} - 5 > 4x - a$$

$$x < \frac{3}{5}a - 2$$

$$8 < \frac{3}{5}a - 2 \leq 9$$

$$\frac{50}{3} < a \leq \frac{55}{3}$$

따라서 a 는 정수이므로 17, 18 이다.

11. 다음 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?

- ㉠ $a \geq b$ 일 때, 연립부등식 $\begin{cases} x > a \\ x < b \end{cases}$ 의 해는 없다.
- ㉡ $a \geq b$ 일 때, 연립부등식 $\begin{cases} x > a \\ x > b \end{cases}$ 의 해는 $x > a$ 이다.
- ㉢ $a > b$ 일 때, 연립부등식 $\begin{cases} x > a \\ x \leq b \end{cases}$ 의 해는 없다.
- ㉣ $a < b$ 일 때, 연립부등식 $\begin{cases} x < -a + 1 \\ x - 1 > -b \end{cases}$ 의 해는 없다.
- ㉤ $a = b$ 일 때, 연립부등식 $\begin{cases} x \geq a \\ x \leq b \end{cases}$ 의 해는 1개이다.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

㉠, ㉡, ㉢, ㉤은 모두 옳다.

㉣ $a < b$ 의 양변에 -1 을 곱하면 $-a > -b$

$-a > -b$ 의 양변에 같은 수 1 을 더하면 $1 - a > 1 - b$

$$\begin{cases} x < -a + 1 \\ x - 1 > -b \end{cases} \quad \text{을 정리하면} \quad \begin{cases} x < -a + 1 \\ x > -b + 1 \end{cases}$$

그런데 위에서 $1 - b < 1 - a$ 가 성립되었기 때문에 $-b + 1 < x < -a + 1$ 이 성립한다.

따라서 해가 있다.

12. $a > b$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① $\begin{cases} x > a \\ x > b \end{cases}$ 의 해는 $x > a$ 이다.
- ② $\begin{cases} x > a \\ x < b \end{cases}$ 의 해는 $x < b$ 이다.
- ③ $\begin{cases} x < a \\ x < b \end{cases}$ 의 해는 없다.
- ④ $\begin{cases} x > -a \\ x > -b \end{cases}$ 의 해는 $x > -a$ 이다.
- ⑤ $\begin{cases} x < -a \\ x > -b \end{cases}$ 의 해는 없다.

해설

- ② $\begin{cases} x > a \\ x < b \end{cases}$ 의 해는 없다.
- ③ $\begin{cases} x < a \\ x < b \end{cases}$ 의 해는 $x < b$
- ④ $\begin{cases} x > -a \\ x > -b \end{cases}$ 의 해는 $x > -b$

13. 두 부등식 $0.7 - x \leq -2 - 0.1x$, $\frac{2+x}{3} \geq x + a$ 의 공통 부분이 없을 때, a 의 값 중 가장 작은 정수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

$$0.7 - x \leq -2 - 0.1x \quad 7 - 10x \leq -20 - x - 9x \leq -27, \quad x \geq 3$$

$$\frac{2+x}{3} \geq x + a \quad 2 + x \geq 3x + 3a - 2x \geq 3a - 2, \quad x \leq 1 - \frac{3}{2}a$$

$$\text{공통 부분이 없으므로 } 1 - \frac{3}{2}a < 3,$$

$$-\frac{3}{2}a < 2$$

$$\therefore a > -\frac{4}{3}$$

따라서 가장 작은 정수 a 의 값은 -1이다.

14. 연립부등식 $\begin{cases} 6 < -x + 2 < -2x - 1 \\ |x| < a \end{cases}$ 의 해가 없을 때, 양수 a 의 값의 범위를 구하여라.

① $3 < a \leq 4$

② $0 < a \leq 3$

③ $0 < a < 3$

④ $0 < a \leq 4$

⑤ $0 < a < 4$

해설

$$\begin{cases} 6 < -x + 2 < -2x - 1 \cdots \textcircled{㉠} \\ |x| < a \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉠에서 $6 < -x + 2$ 의 해는 $x < -4$

$-x + 2 < -2x - 1$ 의 해는 $x < -3$

$$\therefore x < -4$$

㉡에서 $|x| < a$ 는 $-a < x < a$ 두 연립부등식의 해가 없으려면

$$-a \geq -4, a \leq 4,$$

그런데 a 는 양수이므로 a 의 값의 범위는 $0 < a \leq 4$ 이다.

15. $a - 1 < x < a + 1$ 을 만족하는 모든 x 가 $-1 < x < 3$ 을 만족할 때, 상수 a 의 값의 범위는?

① $0 < a < 2$

② $0 \leq a \leq 2$

③ $a < 0, a > 2$

④ $a \leq 0, a \geq 2$

⑤ 구할 수 없다.

해설

$a - 1 \geq -1$ 이고, $a + 1 \leq 3$ 이어야 하므로

$$a \geq 0, a \leq 2$$

$$\therefore 0 \leq a \leq 2$$