

1. 이차방정식 $5x^2 - x - 1 = 0$ 의 근이 $x = \frac{A \pm \sqrt{B}}{10}$ 라고 할 때, $A + B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 22

해설

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{21}}{10}$$

$$A = 1, B = 21$$

$$\therefore A + B = 22$$

2. 다음 중 이차방정식의 해가 옳지 않은 것을 모두 고르면?(정답 2개)

- ① $x^2 + \frac{1}{4}x - \frac{1}{8} = 0 \rightarrow x = -\frac{1}{2}$ 또는 $x = \frac{1}{4}$
- ② $0.1x^2 - 0.2x - 0.3 = 0 \rightarrow x = -1$ 또는 $x = 3$
- ③ $0.1x^2 - \frac{1}{5}x - 1 = 0 \rightarrow x = -3$ 또는 $x = 5$
- ④ $0.2x^2 - 0.3x - \frac{1}{5} = 0 \rightarrow x = 2$ 또는 $x = \frac{1}{2}$
- ⑤ $x^2 - 0.5x - 0.1 = 0 \rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{65}}{20}$

해설

③양변에 10 을 곱하면

$$x^2 - 2x - 10 = 0$$

$$\therefore x = 1 \pm \sqrt{11}$$

④양변에 10 을 곱하면

$$2x^2 - 3x - 2 = 0, (x - 2)(2x + 1) = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ 또는 } x = -\frac{1}{2}$$

3. 이차방정식 $x^2+8x-a=0$ 이 중근을 가질 때, 이차방정식 $x^2+ax-4a=0$ 의 근을 구하면?

- ① $x=4$ (중근) ② $x=6$ (중근)
③ $x=8$ (중근) ④ $x=2$ 또는 $x=8$
⑤ $x=2$ 또는 $x=6$

해설

중근을 가지므로

$$\frac{D}{4} = 4^2 + a = 0, a = -16$$

$$x^2 - 16x + 64 = 0$$

$$(x-8)^2 = 0$$

$$\therefore x = 8(\text{중근})$$

4. 이차방정식 $x^2 + 6x + 3k = 0$ 이 실근을 갖기 위한 k 의 범위는?

- ① $k \leq 1$ ② $k \leq 2$ ③ $k \leq 3$ ④ $k \geq 1$ ⑤ $k \geq 2$

해설

$x^2 + 6x + 3k = 0$ 이 실근을 가지려면

$$D = 36 - 12k \geq 0$$

$$36 \geq 12k$$

$$\therefore 3 \geq k$$

5. 두 수 $3, -4$ 를 두 근으로 하며 x^2 의 계수가 4 인 이차방정식을 구하면?

① $4x^2 + 4x - 40 = 0$

② $4x^2 + 4x - 44 = 0$

③ $4x^2 + 4x - 48 = 0$

④ $4x^2 + 4x - 52 = 0$

⑤ $4x^2 + 4x - 56 = 0$

해설

두 근이 $3, -4$ 이고, x^2 의 계수가 4 이므로

$$4(x-3)(x+4) = 0$$

$$4(x^2 + x - 12) = 0$$

$$\therefore 4x^2 + 4x - 48 = 0$$

6. 이차방정식 $2x^2 + 6x - 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\frac{2}{\alpha} + \frac{2}{\beta}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

근과 계수의 관계로부터

$$\alpha + \beta = -3, \quad \alpha\beta = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore \frac{2}{\alpha} + \frac{2}{\beta} = \frac{2(\alpha + \beta)}{\alpha\beta} = \frac{-6}{-\frac{1}{2}} = 12$$

7. $2 + \sqrt{3}$ 이 $x^2 + ax + 1 = 0$ 의 근 중의 한 개일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

다른 한 근은 $2 - \sqrt{3}$ 이므로
근과 계수와의 관계에서
 $-a = (2 + \sqrt{3}) + (2 - \sqrt{3}) = 4$
 $\therefore a = -4$

8. 두 근의 차가 5 인 이차방정식 $x^2 - 3x + 2m - 8 = 0$ 이 있을 때, m^2 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

두 근을 $\alpha, \alpha - 5$ 이라 하면

$$\alpha + \alpha - 5 = 3, \alpha = 4$$

$$\alpha(\alpha - 5) = 2m - 8$$

$$-4 = 2m - 8$$

$$m = 2$$

$$\therefore m^2 = 4$$

9. 다음은 이차방정식 $ax^2 + 2bx + c = 0$ ($a \neq 0$)을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은? (단, $b^2 - ac \geq 0$)

$$ax^2 + 2bx + c = 0 \ (a \neq 0)$$
$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a}$$
$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \textcircled{1} = -\frac{c}{a} + \textcircled{1}$$
$$(x + \textcircled{2})^2 = \textcircled{3}$$
$$x = \textcircled{4} \pm \textcircled{5}$$

- ① $\frac{b^2}{a^2}$

② $\frac{b}{a}$

③ $\frac{b^2 - ac}{a^2}$
- ④ $-\frac{b}{a}$

⑤ $-\frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a^2}$

해설

$$ax^2 + 2bx + c = 0 \ (a \neq 0)$$

양변을 a 로 나누고 상수항을 이항하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a},$$

양변에 $\frac{b^2}{a^2}$ 을 더하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \frac{b^2}{a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{a^2}$$
$$\left(x + \frac{b}{a}\right)^2 = \frac{b^2 - ac}{a^2}$$
$$x + \frac{b}{a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$
$$x = -\frac{b}{a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$

∴ ⑤가 잘못 되었다.

10. 이차방정식 $x - \frac{x^2 + 1}{2} = 0.4(x - 1)$ 의 두 근의 곱은?

① $\frac{1}{2}$

② $\frac{1}{3}$

③ $\frac{1}{4}$

④ $\frac{1}{5}$

⑤ $\frac{1}{6}$

해설

양변에 10을 곱하면

$$10x - 5x^2 - 5 = 4(x - 1)$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 5}}{-5} = \frac{-3 \pm 2}{-5}$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = \frac{1}{5}$$

$$\therefore \text{두 근의 곱} : \frac{1}{5}$$

11. 이차방정식 $0.5(x-2)(x+1) = \frac{x(x-9)}{4}$ 의 모든 근의 곱은?

- ① 4 ② $\frac{4}{3}$ ③ -4 ④ $-\frac{4}{3}$ ⑤ -2

해설

양변에 4를 곱하면 $2(x-2)(x+1) = x(x-9)$ 이다.

$$2(x^2 - x - 2) = x^2 - 9x$$

$$x^2 + 7x - 4 = 0$$

근의 공식을 이용하면

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{49 + 16}}{2} = \frac{-7 \pm \sqrt{65}}{2}$$

따라서 두 근의 곱은 -4이다.

12. 이차방정식 $x^2 - 5x + 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$$\begin{aligned}\alpha + \beta &= 5, \alpha\beta = 2 \text{ 이므로} \\ \alpha^2 + \beta^2 &= (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta \\ &= 5^2 - 2 \times 2 = 25 - 4 = 21\end{aligned}$$

13. 이차방정식 $x^2 + ax + b$ 의 두 근이 $-1, 3$ 일 때, $2x^2 + bx + a = 0$ 을 풀면?

① $-\frac{1}{2}, 2$

② $2, 1$

③ $\frac{1}{2}, 1$

④ $\frac{1}{2}, 2$

⑤ $-\frac{1}{2}, 1$

해설

$$\alpha + \beta = -1 + 3 = -a$$

$$\therefore a = -2$$

$$\alpha\beta = -1 \times 3 = b$$

$$\therefore b = -3$$

$$2x^2 - 3x - 2 = 0, (2x + 1)(x - 2) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{1}{2} \text{ 또는 } x = 2$$

14. $(x + y + 4)(x + y) = 12$ 일 때, $x + y$ 의 값의 합을 구하면?

- ① 2 ② -4 ③ -6 ④ -8 ⑤ 10

해설

$A = x + y$ 라 하면
 $(A + 4)A = 12$
 $A^2 + 4A - 12 = 0$
 $(A - 2)(A + 6) = 0$
 $\therefore A = 2$ 또는 $A = -6$
따라서 $x + y$ 의 값의 합은 $2 + (-6) = -4$ 이다.

15. 이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 을 철수는 상수항을 잘못보고 풀어서 근이 $-3, 7$ 이 나왔고, 영희는 일차항의 계수를 잘못 보고 풀어서 근이 $2, -6$ 이 나왔다. 올바른 이차방정식의 근을 구했을 때 두 근의 곱은?

- ① 4
- ② 8
- ③ -8
- ④ 12
- ⑤ -12

해설

철수는 상수항을 잘못 보았으므로 근과 계수와의 관계에서 $a = -3 + 7 = 4$
영희는 일차항의 계수를 잘못 보았으므로 $b = 2 \times (-6) = -12$
따라서 $x^2 - 4x - 12 = 0, (x + 2)(x - 6) = 0, x = -2$ 또는 $x = 6$
 $\therefore$ 두 근의 곱은 -12

해설

철수는 상수항을 잘못 보았으므로 $(x + 3)(x - 7) = 0, x^2 - 4x - 21 = 0$ 에서 일차항의 계수는 -4
영희는 일차항의 계수를 잘못보았으므로 $(x - 2)(x + 6) = 0, x^2 + 4x - 12 = 0$ 에서 상수항은 -12
따라서 올바른 방정식은 $x^2 - 4x - 12 = 0 (x - 6)(x + 2) = 0, x = 6, -2$
 $\therefore$ 두 근의 곱은 -12